

基于一致性测度的非线性扩散图像消噪算法

毛玉星 何 为 张占龙

(重庆大学输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室, 重庆 400044)

摘要 以各向异性扩散模型为基础,分析了现有扩散消噪算法在处理斑点噪声时性能不稳定和计算复杂的不足,提出了一种新的扩散方向估计算法:利用四个方向带状区域灰度的方差值作为图像的局部方向测度,引入常规与对角积分图实现方差的快速计算,每个像素点的扩散量由邻域八像素与该点的差值以及相应的方向权系数决定,给出了相应的扩散函数及其计算方法。实验表明该方法适应能力强,在消除噪声同时很好地保护了纹理细节,而且迭代次数少,运算速度快。

关键词 红外图像; 扩散方程; 消噪; 方差; 积分图

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20092906.1530

Image Denoising Algorithm with Nonlinear Diffusion Image Based on Region Homogeneity Measure

Mao Yuxing He Wei Zhang Zhanlong

(State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract Based on the anisotropic diffusion equation, the disadvantages of high computational complexity and instability in speckle noise elimination with the existing diffusion algorithms are analyzed. A new algorithm of diffusion direction estimation is proposed. The variances of stripe regions in four directions are adopted as the direction measure of local area in the image. The general and diagonal integral images are adopted for fast computation of the variances. The diffusion quantity of each pixel is determined by the differences between the current point and the eight adjacent pixels together with the weight coefficients in corresponding directions. Meanwhile, the diffusion equation and realization process are presented. Experimental results demonstrate that this method has strong adaptability. It can protect the texture details well during noise elimination, and reduce the consumption of time due to few iteration number.

Key words infrared image; diffusion equation; noise elimination; variance; integral image

1 引 言

红外图像、医学超声图像以及低照度可见光图像往往具有对比度低、噪声大、边缘模糊等特点,需要进行降噪、边缘增强等预处理以便于后续分析处理。传统的消噪方法一般是采用模板对图像进行线性滤波,在对噪声进行滤除的同时也会使图像的细节部分变得模糊。为此人们进行了大量研究,提出了多种非线性滤波方法^[1~3]。

1990年,Perona和Malik^[4]在热扩散基础上提出了扩散方程(P-M方程)用于图像降噪,在对噪声平滑的同时具有很好的保边性。边缘映射是影响P-M方法消噪性能的重要因素,由于小波分解具有很好的信噪分离特性,而高频系数反映了图像的细节信息,因此小波模值可用于图像的边缘映射。吴亚东等^[5]将小波系数的阈值收缩与非线性扩散相结合提出了一种新的图像消噪算法。文献[6]分析了

收稿日期: 2008-12-11; **收到修改稿日期:** 2009-01-16

基金项目: 重庆市自然科学基金项目(CSTC,2007BB2152)和重庆大学自然科学基金资助课题。

作者简介: 毛玉星(1967—),男,博士研究生,主要从事图像处理与成像技术、数字仪器设备、计算机测量与控制等方面的研究。E-mail: myx@cqu.edu.cn

导师简介: 何 为(1957—),男,教授,博士生导师,主要从事电磁兼容与生物医学工程等方面的研究。

非线性扩散可转化为两带滤波器系统,在形式和约束条件下与二进小波分解与重构具有相同的结构,可以用二进小波收缩方法求解,由此奠定了小波扩散理论。倪超等^[7]在此基础上进行了改进,根据方向角增加了几何约束条件,取得了良好效果。但小波扩散方法存在滤波器的选取及精确重构问题,而且计算速度较慢。

本文在 P-M 模型基础上,利用四个方向带状区域灰度的方差值作为图像的局部方向测度,由邻域八像素与该点的差值以及相应的方向测度计算扩散量,给出了相应的扩散函数及其快速算法,在消除噪声同时很好地保护了纹理细节,而且迭代次数少,运算速度快。

2 P-M 模型

基于偏微分方程的非线性扩散技术最早是由 Perona 和 Malik 将热传导方程加以修正后提出,其在图像降噪领域得到广泛应用。给定 t 时刻的含噪图像 $f(x, y, t)$, 其各向异性非线性扩散方程可表示为

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x, y, t) = \operatorname{div}[c(x, y, t) \nabla f(x, y, t)],$$

$$f(x, y, 0) = f_0(x, y), \quad (1)$$

其中 ∇ 为梯度算子, div 为散度算子, $c(x, y, t)$ 为扩散系数。扩散系数通常由边沿映射 $\eta(x, y, t)$ 和扩散函数 $g(\cdot)$ 决定, $g(\cdot)$ 是一个非负单调递减函数。P-M 模型采用邻域梯度的绝对值 $|\nabla f|$ 作为边缘映射,同时建议扩散函数 $g(|\nabla f|)$ 取为如下两种形式:

$$g(|\nabla f|) = \frac{1}{1 + |\nabla f|^2 / K^2}, \quad (2)$$

$$g(|\nabla f|) = \exp[-(\nabla f / K)^2]. \quad (3)$$

解决非线性扩散图像消噪问题除了扩散函数的确定,关键在于边缘映射方法和参数 K 的确定。在对 P-M 模型的研究中发现,采用梯度值作为边缘映射不能很好地区分边缘与噪声,而且存在解的不适定问题。Catté F. 等^[8]应用经典的 Gauss 滤波方法对 P-M 模型作了改进,给出了适定的模型,但在一定程度上造成了边缘模糊。许多学者对扩散模型作了进一步的研究与改进。白俊奇等^[9]在 Tukey 扩散模型的基础上,提出了一种基于各向异性扩散的滤波算法,由微分法提取边界点集,利用信号和噪声的空间分布特性对图像进行预处理,从而改善了 P-M 方程的病态性。Fan Zhang 等^[10]提出了一种基于

拉普拉斯金字塔的非线性扩散(LPND)斑点噪声图像消噪算法,通过对超声图像拉普拉斯金字塔各层进行非线性扩散带通滤波,再进行重构去除噪声。为了得到优化结果,该算法采用了最小绝对差分(MAD)预测器估计各层非线性扩散的梯度阈值,并设定平均绝对误差(MAE)值作为迭带收敛条件,得到了良好的效果。林宙辰等^[11]提出了一种能去噪和保持真实感的各向异性扩散算子(简称“林石算子”),通过在估计图像梯度时加入二阶导数,从而在去噪平滑过程中保护图像灰度的尖峰处。文献^[12]在林石算子基础上又引入了对角边缘的分布特性,进一步提高了降噪效果。文献^[13]针对低信噪比图像,采用核函数方法将图像进行非线性变换,在高维空间构造梯度算子实现边沿检测与信噪分离,并用于各向异性扩散消噪,同文献^[10]一样,该算法也采用 MAD 算法估计非线性扩散的梯度阈值,并设定 MAE 值作为迭带终止条件。由于非线性扩散消噪算法需要进行迭代运算,计算复杂度高,迭代次数对处理时间有重要影响。而依赖于像素邻域的边缘估计方法不能很好预测边缘的方向特性,难于解决噪声点分布集中形成的斑块噪声问题。

3 基于带状区域方差的方向测度

为了克服仅依赖于邻域像素的梯度决定扩散系数稳定性差的不足,更准确地确定扩散方向,提出了以任意像素为中心的四个方向的带状区域的方差值作为对应方向的扩散权值。其依据在于,若某个方向的方差值相对另一方向小,则在该方向一致性好,对应了该像素位置的边缘走向,其扩散应得到加强,反之则应减少扩散,避免轮廓模糊;对平坦区域或随机噪声干扰区域,各方向的方差值接近,则扩散权重相同,利于图像的平滑。本方法由于考虑了区域的特性,增强了性能的稳定性,非常适合于消除斑点噪声。由于计算方差涉及的邻域点较多,提出了相应的快速算法,同时由于在迭代过程中,每个点的扩散量由周围八像素的扩散值叠加得到,减少了迭代次数,缩短了处理时间。

3.1 算法描述

如图 1 所示,设 x 为图像中的像素点 X 的灰度值,以其为中心定义四个方向尺寸为 $M \times N$ (M, N 为奇数)的矩形区域 A_k , ($k=1 \cdots 4$), 各区域像素数量为 C_k , A_k 区域均值为 E_k , 则有

$$C_1 = C_3 = M \times N,$$

$$C_2 = C_4 = M \times N + (M-1) \times (N-1). \quad (4)$$

$$E_k = \frac{1}{C_k} \sum_{x_{i,j} \in A_k} x_{i,j}. \quad (5)$$

由此分别计算各区域内像素分布的方差 σ_k^2 作为扩散方向测度。为了后面快速计算需要,根据 $\sigma^2 = E(x^2) - [E(x)]^2$ 可得到下面方差计算公式:

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{C_k} \sum_{x_{i,j} \in A_k} x_{i,j}^2 - E_k^2 \quad (6)$$

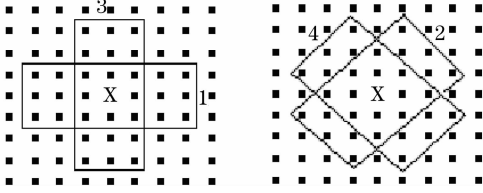


图1 像素邻域4个方向的带状区域

Fig.1 Stripe regions in four directions within local area

方差值反映了像素点沿四个方向的分布一致性情况,可作为该点向八个邻近点的扩散强度系数(同一方向上有两个邻近像素),因此可以代替梯度作为边缘映射。相应地,在计算某像素点的扩散量时,由该点邻域八像素决定,每个像素根据它与目标像素的相对位置选取相应方向的方差值计算扩散系数。选取(2)式的扩散函数,得到下面的迭代公式:

$$x'_{i,j} = x_{i,j} + \lambda \left(\sum_{p=-1}^1 \sum_{q=-1}^1 g(\sigma_{p,q}) D_{p,q} x_{i,j} \right), \quad (7)$$

p, q 不同时为 0。 $\sigma_{p,q}$ 为 $(i+p, j+q)$ 点的均方差值,其方向由该点相对 (i, j) 点的位置决定,于是

$$\begin{aligned} \sigma_{0,1} &= \sigma_{0,-1} = \sigma_1, & \sigma_{1,-1} &= \sigma_{-1,1} = \sigma_2, \\ \sigma_{-1,0} &= \sigma_{1,0} = \sigma_2, & \sigma_{-1,-1} &= \sigma_{1,1} = \sigma_3, \\ D_{p,q} x_{i,j} &= x_{i+p, j+q} - x_{i,j}, \\ g(\sigma_k) &= \frac{1}{1 + \sigma_k^2 / K^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

(7)式中 λ 控制迭代的稳定性,若太小需要迭代次数增多,太大可能出现不稳定情况。其稳定范围为 $0 < \lambda \leq 0.125$, 此时在迭代过程中不会产生新的极值点。扩散函数中, K 是一个重要参数,它决定了在同样方差条件下的扩散系数大小,因此与图像中的纹理及噪声分布情况有关。由于在算法中已经计算了所有点的四种方差值,可以根据方差的统计直方图决定,由小到大选取占总数 85% 位置的方差作为 K 值。

3.2 区域求和的快速计算

在前面的算法描述中,运算量最大的就是方差计算,必须要寻找快速算法。注意到在(6)式的方差计算中,每个点涉及四个区域像素值及其平方的均值,需要寻求一种指定区域内的快速求和方法。文献[14]提出了一种利用积分图快速实现矩形区域数

据求和方法,这里予以采用,并依据这一思想,实现了对角矩形区域的快速求和算法。为便于区分,文中将文献[14]的积分图称为常规积分图。

依据图 2(a), 设 $I(i, j)$ 是常规向积分图在 $P(i, j)$ 点的灰度值, $I(i, j)$ 定义为

$$I(i, j) = \sum_{m \leq i, n \leq j} x(m, n). \quad (9)$$

$I(i, j)$ 可以通过对原图经过一次扫描得到:

$$\begin{aligned} I(i, j) &= I(i-1, j) + I(i, j-1) - \\ &I(i-1, j-1) + x(i, j), \end{aligned} \quad (10)$$

其中初始值有 $I(i, -1) = 0, I(-1, j) = 0$ 。得到积分图像 I 后, 对任意矩形块(设对角线为 $A(i, j) B(i+M, j+N)$, M, N 分别为图像块宽度和高度), 其和可由下式简单得到

$$\begin{aligned} S &= I(i+M, j+N) + I(i, j) - \\ &I(i, j+N) - I(i+M, j). \end{aligned} \quad (11)$$

求对角区域平均值涉及对角积分图。为了准确定位对角矩形区域内点的位置及数量, 并保证考察点位于区域的几何中心, 需要将原图的像素点分成两部分, 每个点的值由过该点的正反对角线上方的所有像素的和构成, 见图 2(b) 的阴影部分, 则积分图 $P(i, j)$ 点的值定义为

$$\begin{aligned} I(i, j) &= I(i-1, j-1) + I(i-1, j+1) - \\ &I(i-2, j) + x(i, j). \end{aligned} \quad (12)$$

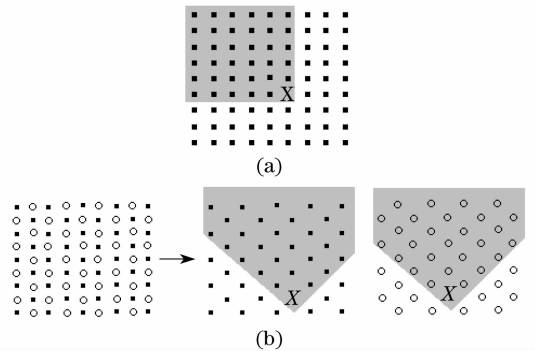


图2 积分图某点的值对应的求和区域

(a)常规积分 (b)对角积分

Fig.2 Sum area for a certain point 'X' in the integral image. (a) General integral image, (b) Diagonal integral image

在初始计算时,超出图像区域的点用 0 填充。得到积分图像 I 后, 设对应图 1 以 $X(i, j)$ 为中心, 正反对角方向宽度分别为 M, N 的矩形块, 其和可由下式得到

$$\begin{aligned} S &= I(i+k_1-1, j+k_2) + I(i-k_1-1, j-k_2) - \\ &I(i-k_2-1, j-k_1) - I(i+k_2-1, j+k_1) + \\ &I(i+k_1-2, j+k_2) + I(i-k_1, j-k_2) - \\ &I(i-k_2-1, j-k_1+1) - \end{aligned}$$

$$I(i+k_2-1, j+k_1-1), \quad (13)$$

其中 $k_1=(N+M)/2$, $k_2=(N-M)/2$ 。

3.3 算法实现

为了增强稳定性,同时减少迭代次数,与其它算法一样,在计算方差前先对图像进行高斯滤波,滤波器尺度参数取 0.5。算法步骤如下:

(1) 对含噪图像进行高斯滤波,得到图像 X 供下面操作,其中用差分方式求梯度值时使用滤波前图像;

(2) 计算平方图 $Y: y_{i,j} = x_{i,j}^2$ 。

下面两步对 X, Y 进行相同操作;

(3) 由(10)式和(12)式计算两种积分图;

(4) 选取带状区域 $w \times h (w < h)$, 令 $M=w$, $N=h$ 及 $M=h$, $N=w$ 对应不同方向,分别代入(11)式和(13)式得到四个区域的和;

(5) 由(5)式和(6)式求得方差 $\sigma_k^2, (k=1 \cdots 4)$, 并根据其统计直方图确定参数 K ;

(6) 由(7)式计算扩散后的像素值,若需要可回到步骤(1)进行下一次迭代。

4 实验结果分析

为了验证算法的消噪效果及运算速度,采用了文献[13]的活体超声图像、文献[10]的合成图像和文献[12]的标准 Lena 图像加噪后进行实验,并分别与三种算法结果进行了对比。在本文算法中,常规积分的横纵向带状区域取 3×7 , 对角向取 3×5 。

图 3(a)是一幅被高斯噪声和斑点噪声严重污染的合成图像,(b)和(c)分别为 LPND 算法和文中算法的消噪结果。可以看出 LPND 算法经过分层扩散消噪,背景细腻感觉稍好,但边沿细节与(c)相比略显模糊,总体视觉效果相当。图 3(d)是一幅活体超声图像,由于噪声干扰,视觉效果差。(e)和(f)分别为 KAD 算法和文中算法的消噪结果对比图。KAD 算法采用核函数变换,在高维空间预测边沿,解决模糊问题具有优势,但容易产生“伪轮廓”,与图(f)相比有块状效应,边沿过度不够自然。图 3(g)是 Lena(局部)图像,并加入均值为 0, 方差为 0.02 的高斯噪声的含噪图像,(h)和(i)分别为文献[12]算法和文中算法的消噪结果对比图。本文算法由于在确定扩散权值时引入了方向预测,在曲率较大的边沿保留方面具有优势,注意帽子边沿细节和脸部的平滑度,总体消噪效果更好。

从计算复杂度方面分析,除图像尺寸外,由于非线性扩散消噪算法存在迭代问题,迭代次数是影响

运算时间的重要因素。设图像大小为 $M \times N$, 考察文献[10]的 LPND 算法,其计算量分为两方面,一是拉普拉斯分解与重构,为 $O(M \times N)$, 另一方面为三层拉普拉斯带通域的非线性扩散,设各层迭代次数分别为 i_0, i_1, i_2 , 由于各层图像尺寸具有 1/4 倍关系,LPND 算法的总计算复杂性为 $(1+i_0+(i_1/2)+(i_2/16)) * O(M \times N)$ 。在取 $\lambda=0.2$, MAE 迭代终止判决阈值为 0.005 时,针对一幅 $266 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$, 在 P4 的 2.4 GPC 机上运算时间约为 6 s, 迭代次数分别为 15、27、45。由于在各次迭带中采用了高斯滤波,求积分图是一次扫描的加法运算,其计算量同高斯滤波和非线性扩散相比可以忽略,设迭代次数为 i , 其计算复杂度可表示为 $2i * O(M \times N)$ 。由于迭代次数少,计算速度相比文献[10]要快。

文献[12]同本文方法计算复杂度总体相当,但由于文献[12]算法在初始几次迭代时可能会因为随机噪声的块状分布出现错误扩散,需要在随后的迭代中由其它像素来“纠错”,因此增加了运算时间。图 3 实验中迭代次数为 6 次,用 P4 的 2.4 GHz 机型大概需要 3 s 完成。在本文方法中,每个点的扩散量考虑了八邻域点的贡献,同时由于在扩散方向预测上更科学,不易受到干扰,从而减少了迭代次数。实验中迭代了 4 次,在同样运行环境中大概用 2 s 完成。

为了进一步分析迭代次数和信噪比的变化,跟踪了图 3 中 Lena 图像消噪的迭代过程,进一步分析了与文献[12]在运算效果和计算时间上的优劣,见图 3(g)~(i),实验结果见表 1 其中 PSNR 为峰值信噪比,SNR 为信噪比。从表中可看出,本文算法的输出指标高于文献[12]算法,最优输出时约高 2.1 dB。同时,文献[12]算法的最高信噪比出现在第 6 次迭代,而本文算法则出现在第 4 次迭代,体现了更好的时间性能。

表 1 迭代次数与输出图像指标比较

Algorithm of reference[12]		The proposed algorithm		
Iteration number	PSNR /dB	Iteration number	PSNR /dB	SNR /dB
4	25.7088	2	27.9422	22.0561
5	27.6140	3	29.3764	23.2643
6	28.0314	4	30.1468	23.4603
7	27.1967	5	28.8645	22.8558
8	26.7239	6	28.0648	22.6317

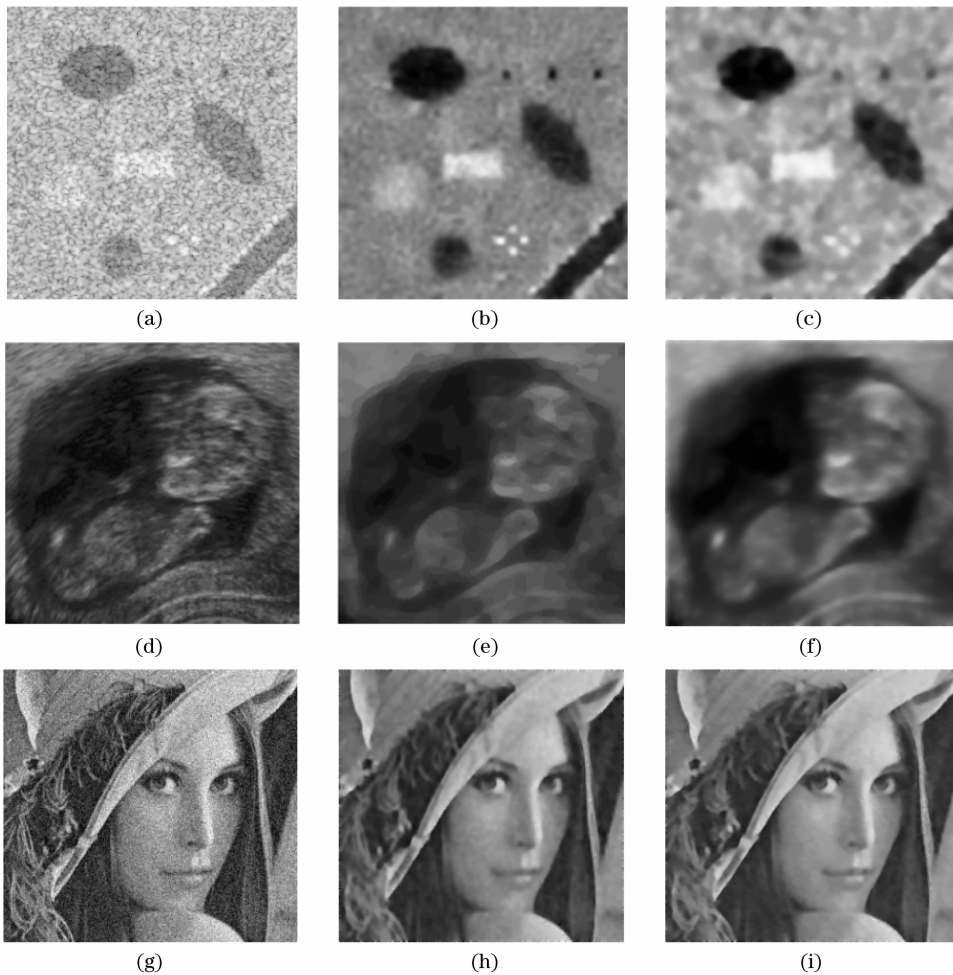


图3 算法性能比较: (a),(d),(g)带噪图像. (b),(e),(h)分别为文献[10],[13],[12]算法结果. (c),(f),(i)本文算法结果

Fig. 3 Comparison of the performance. (a),(d),(g) Image with noise; (b),(e),(h) denoising results of reference [10],[13],[12], respectively. (c),(f),(i) results of the proposed algorithm

5 结 论

本文提出了一种基于一致性测度的非线性扩散图像消噪算法,用于消除图像的斑点噪声。由四个方向的带状矩形区域的方差预测图像的边沿走向,从而决定扩散量,并提出了相应的快速算法。实验结果表明,该方法能较好地抑制图像的随机噪声,而且对图像边缘和细节信息有很好的保持能力,运算速度令人满意。但不足之处在于,参数 K 没有最优选择原则,有时可能不是最理想的结果。下一步将对此进行深入研究,通过分析图像背景区域的噪声分布特性估算 K 值,再用于整幅图像的扩散量计算。

参 考 文 献

1 Wang Mingjia, Zhang Xuguang, Han Guangling *et al.*. Elimination of impulse noise by auto-adapted weight filter[J].

Opt. Precision Eng., 2007, **15**(5):779~783

王明佳,张旭光,韩广良等. 自适应权值滤波消除图像椒盐噪声的方法[J]. 光学精密工程, 2007, **15**(5): 779~783

2 Zhang Jingjing, Fang Yonghua. Novel denoising method for remote sensing image based on contourlet transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(3): 462~466

张晶晶,方勇华. 基于 Contourlet 变换的遥感图像去噪新算法[J]. 光学学报, 2008, **28**(3):462~466

3 Ke Li, Du Qiang, Su Zhe. OCT image denoising method based on multi-scale Wiener filtering[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, **16**(4): 740~745

柯丽,杜强,苏哲. 应用多级维纳滤波的 OCT 图像除噪方法[J]. 光学精密工程, 2008, **16**(4):740~745

4 Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. *IEEE TPAMI*, 1990, **12**(7):629~639

5 Wu Yadong, Sun Shixin. A new hybrid image de-noising algorithm based on 2D wavelet shrinkage and nonlinear diffusion[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, **34**(1): 163~166

吴亚东,孙世新. 基于二维小波收缩与非线性扩散的混合图像去噪算法[J]. 电子学报, 2006, **34**(1): 163~166

6 Yue Y., Croitoru M M., Bidani A *et al.*. Nonlinear multiscale wavelet diffusion for speckle suppression and edge enhancement in ultrasound images[J]. *IEEE Transaction on Medical Imaging*,

- 2006, **25**(3): 297~311
- 7 Ni Chao, Li Qi, Xia Liangzheng. Wavelet forward and backward diffusion for infrared image denoising and edge enhancement[J]. *J. Electronics & Information Technology*, 2007, **29**(9): 2033~2037
- 倪超, 李奇, 夏良正. 基于小波前向后向扩散的红外图像降噪与边缘增强算法[J]. *电子与信息学报*, 2007, **29**(9): 2033~2037
- 8 Catté F., Lions P. L., Morel J. M. *et al.*. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. *SIAM J Num*, 1992, **29**: 182~193
- 9 Bai Junqi, Chen Qian. Algorithm for infrared image noise filtering based on anisotropic diffusion[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(5): 866~869
- 白俊奇, 陈钱. 基于各向异性扩散的红外图像噪声滤波算法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(5): 866~869
- 10 Fan Zhang, Yang Mo Yoo, Liang Mong Koh *et al.*. Nonlinear diffusion in Laplacian pyramid domain for ultrasonic speckle reduction[J]. *IEEE Transaction on Medical Imaging*, 2007, **26**(2): 200~211
- 11 Lin Zhouchen, Shi Qingyun. An anisotropic diffusion equation that can remove noise and keep naturalness [J]. *Chin. J. Computers*, 1999, **22**(11): 1133~1137
- 林宙辰, 石青云. 一个能去噪和保持真实感的各向异性扩散方程[J]. *计算机学报*, 1999, **22**(11): 1133~1137
- 12 Chen Li, Li Jiansheng. Fast anisotropic inverse diffusion based on adaptive statistic filtering[J]. *J. Shantou University*, 2008, **23**(1): 30~35
- 陈力, 黎健生. 用于图像平滑去噪的快速各向异性反扩散算法[J]. *汕头大学学报*, 2008, **23**(1): 30~35
- 13 Jinhua Yu, Yuanyuan Wang, Yuzhong Shen. Noise reduction and edge detection via kernel anisotropic diffusion[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2008, **29**: 1496~1503
- 14 P. Viola, M. Jones. Robust real time object detection [C]. *IEEE ICCV Workshop on Statistical and Computational Theories of Vision. Vancouver, Canada*, 2001