文章编号: 0253-2239(2009)06-1508-06

# 体三维显示系统中基于几何近似法的灰度偏差研究

谢小燕 刘 旭 林远芳

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室,浙江杭州 310027)

**摘要** 基于旋转二维发光二极管(LED)阵列的体三维显示系统中,原始数据被体素化后产生灰度偏差。介绍了在 扫描映射法下用几何近似法计算体素点灰度偏差。建立两组立方体模型,通过计算它们体素化后的平均灰度偏差 和灰度均方差,分析灰度偏差对显示结果的影响。结果表明图像的灰度细节越丰富,灰度偏差对显示结果的影响 越大。一般情况下灰度偏差对显示图像的影响不大,但当所显示的图像细节十分丰富时,可能会因灰度偏差引起 较严重的失真。除了通过改善硬件条件可减小偏差外,还可通过优化体素化算法,在一定程度上修正灰度偏差。 给出偏差修正前后的模型仿真对照图以及实际显示的图像照片,修正后的仿真图中少了因偏差引起的杂散点。 关键词 图像处理;体三维显示;几何近似法;灰度偏差;体素化

中图分类号 TP319 文献标识码 A **doi:** 10.3788/AOS20092906.1508

# Study on Gray Scale Deviations in Three-Dimensional Volumetric Display System Based on Geometric Approximation

# Xie Xiaoyan Liu Xu Lin Yuanfang

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

**Abstract** A three-dimensional volumetric display system was built based on two-dimensional LED array. Scan mapping method was used for data voxelization. Gray scale deviation was caused due to voxelization. Geometric approximation method for calculating gray scale deviation was introduced. Two groups of cube models were built and their mean gray scale deviations and root-mean-square deviations were calculated. The calculated results show that gray scale deviation affects display results more in those images that have more gray details. Display distortions may be caused in images that have plenty of gray details. Gray scale deviation could be corrected partly by improving the hardware of the system and by optimizing the voxelization algorithm. Simulating figures before and after gray scale deviation correction show that there are fewer stray points after deviation correction.

Key words image processing; three-dimensional volumetric display; geometric approximation; gray scale deviation; voxelization

# 1 引

言

体三维(Volumetric 3D)显示将场景再现在具 有三个可测量维度的显示空间中,位置各异的用户 将看到与自身位置相对应的信息,可以在宽广的视 场和视距范围内随心所欲地边走边看<sup>[1]</sup>,特别适合 于需要进行三维科学分析、情境仿真和协同操控等 团队任务的显示,因而成为当前国际上显示技术的 发展前沿和研究热点。

由于体三维显示海量的数据量(比二维显示高

出一个数量级以上)、多为高速旋转或扫描等动态结构,对光、机、电各方面均有很高要求,目前仍是一项 非常具有挑战性的技术。因此国际上实现该类系统 的单位并不多。见诸报道的主要有,1996年 Downing采用三对高功率红外激光束激励掺杂了 镨、铒、铥的氟化物玻璃以对应产生红、绿、蓝色体 素,最终在糖立方体大小的小体积范围内实现了彩 色三维显示<sup>[2]</sup>。美国 NEOS Technologies 公司与美 国海军指挥、控制及海洋监视中心合作,建立基于螺

作者简介:谢小燕(1983-),女,博士生,主要从事体三维显示技术的研究方面的研究。E-mail:xueshanxxy@hotmail.com 导师简介:刘 旭(1963-),男,教授,博导,主要从事显示技术、光学薄膜等方面的研究。E-mail:liuxu@zju.edu.cn

收稿日期: 2008-06-30; 收到修改稿日期: 2008-11-02

基金项目:国家 863 计划(2007AA01Z339)资助课题。

旋屏加激光扫描的体三维显示<sup>[3]</sup>。2002 年美国 Actuality Systems 公司研究的 Perspecta<sup>™</sup> 3D System 系统利用高速 DLP 投影仪,将二维截面序 列投射到一个快速旋转的散射屏上,利用视觉暂留 而融合到空间三维图像<sup>[4]</sup>等。国内对体三维显示领 域的关注从整体上看,除了本研究小组成功搭建了 基于二维旋转 LED 阵列的体三维显示系统<sup>[5]</sup>外,大 多尚处于原理性探索阶段<sup>[6~9]</sup>。纵观目前关于体三 维显示的文献,基本上只关注于系统的搭建,而甚少 涉及显示结果的研究分析。本文从体三维系统中体 素点灰度偏差的角度尝试对三维显示结果进行 研究。

# 2 体素空间

利用一块贴有 LED 阵列的二维发光屏绕竖直 轴周期性旋转形成三维空间,如图 1 所示。LED 为 体素单元。基于此原理我们塔建了体三维显示系 统,LED 屏幕分辨率为 64×256,LED 的中心距为 1.2 mm×2.5 mm,旋转一周共显示 512 幅二维图 像,当旋转速度足够快时,人眼的视觉暂留效应会把 这些离散的二维图像整合成完整的三维图像。体素 空间为柱空间中的一组等间距的同心圆柱面。体素 在竖直方向上分布均匀,在径向上在每个圆周上分 布均匀,不同圆周具有相同的体素数,形成内密外疏 的分布。体素空间俯视图如图 2。



图 1 旋转 LED 阵列 Fig.1 Rotating LED array



图 2 体素空间俯视图

Fig. 2 Planform of voxel space

根据硬件系统的显示空间特点建立了相应的数 据处理仿真软件,用于产生适用于实际系统显示的 数据格式并仿真显示结果<sup>110</sup>。

# 3 体素化

用 3D Studio MAX 软件建立 3DS 模型,作为原 始数据。3DS 模型表面由许多小三角形拼接逼近而 成<sup>[11]</sup>。数据处理及仿真软件采用扫描映射法对数 据源进行体素化,生成可用于实际显示的数据格式。 用空间中一竖直矩形面绕固定轴旋转模拟 LED 阵 列,3DS 模型表面的每一个小三角形与该平面的交 集为:空集、点、线或三角形面。再根据实际体素空 间中 LED 的大小、相邻 LED 间的间距等硬件参数 对获得的交集进行处理,将之与体素集对应。

由于实际处理中交集均为线集,故以下着重介 绍线段的处理方法。

### 3.1 扫描映射法

LED 阵列如图 3 所示。每个 LED 可视为在一 个矩形格子中占据一定面积的矩形块(矩形格子总 数等于 LED 屏幕的分辨率 64×256),图中水平和 竖直方向上的虚线围成网格,中间小矩形块代表 LED。线段体素化过程采用 r 和 z 方向上分别扫描 的方法,针对线段斜率 k 的不同作不同处理。以 k>0时为例介绍如下。



图 3 扫描映射法

Fig. 3 Scan mapping method

将线段两端点的空间坐标(x,y,z)转化为柱坐 标 $(r, \theta, z)$ 。

当平面旋转至空间中某一位置时( $\theta$ 已确定),此 时对于落在该平面上的线段  $P_1P_2$ ,如图 3 所示,r和 z 方向上的两组平行实线代表扫描线。求出每一条 扫描线与  $P_1P_2$  的交点坐标( $r_0$ ,  $z_0$ ),设( $r_0$ ,  $z_0$ )在序 号为(i, j)( $-32 \leqslant i \leqslant 32$ ,  $i \neq 0$ ;  $-128 \leqslant i \leqslant 128$ ,  $j \neq 0$ )的格子中,判断( $r_0$ ,  $z_0$ )是否落在这个格子代表 LED 的矩形块中,若是,则阵列中序号为(i, j)的 LED 与这个交点对应,将交点的纹理坐标( $u_0$ ,  $v_0$ )赋 给这个 LED;否则,则表示显示空间中没有体素点与 这个交点对应。

对 k < 0, k = 0 及  $k \rightarrow \infty$ 的情况处理方法类似。

#### 3.2 体素点灰度值的获得

用纹理映射的方法给计算机生成的物体图象加 上纹理,可将任意一幅平面图形映射到物体表面,产 生物体表面所需的细节。待映射的平面图形称为纹 理(texture 或 texturemap),它对应纹理坐标空间(记 为 uv 坐标系)中的一块矩形区域,构成纹理的元素称 为纹素(texel),它的位置由其纹理坐标(u, v)标识。 纹理映射的关键就是建立物体空间坐标(x, y, z)与 纹理空间坐标(u, v)之间的对应关系。纹理坐标是 一个介于 0、1 间的浮点值,由点的纹理坐标可算出它 在位图像素序列中的序号,从而获得该点的灰度值。

我们选用表面贴有 256 色位图的 3DS 模型作为 研究对象。

已知线段  $P_1P_2$  两端点的  $r_x 2$  坐标为 $(r_1, z_1)$ 、  $(r_2, z_2)$ ,纹理坐标为 $(u_1, v_1)$ 、 $(u_2, v_2)$ ,如图 4 所 示,则直线  $P_1P_2$  的方程为

$$z = \frac{z_2 - z_1}{r_2 - r_1} \times r + \frac{r_2 z_1 - r_1 z_2}{r_2 - r_1}.$$
 (1)

以 z 方向上扫描为例,序号为 i(z 方向扫描线的总 数等于 *LED* 阵列的总行数 64, $-32 \leq i \leq 32$ ,  $i \neq 0$ ) 的扫描线方程为

$$z = \begin{cases} D_{\text{LED}}(2i-1)/2 + L_{\text{LED}}(i-1), & i > 0\\ D_{\text{LED}}(2i+1)/2 + L_{\text{LED}} \times i, & i < 0 \end{cases}$$
(2)

 $D_{\text{LED}}$ 为相邻 LED 在 z 方向上的纯间距,  $L_{\text{LED}}$ 为 LED 在 z 方向上的尺寸。



#### 图 4 扫描法下所得的切割点

Fig. 4 Intersecting point in scan mapping method 由此可求得  $P_0$  点的坐标 $(r_0, z_0)$ ,由比例关系  $\frac{u_0 - u_1}{u_2 - u_1} = \frac{v_0 - v_1}{v_2 - v_1} = \frac{|P_1 P_0|}{|P_1 P_2|}$ 可求得其纹理坐标 $(u_0, v_0)$ :其中 |  $P_1 P_0$  | =  $\sqrt{(r_1 - r_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}$ ,  $|P_1 P_2| = \sqrt{(r_1 - r_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$ 。从而求得其灰 度值  $G_0$ 。若  $P_0$  与阵列中序号为(i, j)的 LED 对应, 则该序号的体素点具有纹理坐标 $(u_0, v_0)$ 及灰度值  $G_0$ 。

## 4 几何近似法

在体素化过程中,交点 P。的纹理坐标赋给了

与之对应的体素点。但实际上 LED 体素是一个小 矩形块,这个赋值会产生一个空间位置偏差,从而引 起灰度偏差。下面将计算这种偏差。

当线段  $P_1P_2$  的斜率 k > 0 时,如图 5, $P_0$  是扫 描线与  $P_1P_2$  的交点,由 3.2 中方法可求得( $r_0$ ,  $z_0$ ) 和( $u_0$ ,  $v_0$ )。 $L_0$  是相应的 LED 体素的中心点,在阵 列中的序号为(i, j),它的纹理坐标( $u_L$ ,  $v_L$ )可通过 下列方法求得。







过  $L_0$  分别作垂直于 r 和 z 轴的辅助线交  $P_1P_2$ 于点 A 和 B, 有  $r_A = r_L$ ,  $z_B = z_L$ ,  $u_L = u_A$ ,  $v_L = v_B$ 。 其中  $r_L$  和  $z_L$  是点  $L_0$  的  $r_x z$  坐标。

$$r_{L} = \begin{cases} (2i-1)D_{2}/2, & i > 0\\ (2i+1)D_{2}/2, & i < 0 \end{cases}$$
(3)

$$x_{L} = \begin{cases} (2j-1) \times D_{1}/2, & i > 0\\ (2j+1) \times D_{1}/2, & i < 0 \end{cases}$$
(4)

 $D_1$  为相邻 LED 在 z 方向的中心距,等于 2.5 mm,  $D_2$  为 r 方向的中心距,等于 1.2 mm。

由公式(1)可得

$$z_A = \frac{z_2 - z_1}{r_2 - r_1} \times r_A + \frac{r_2 z_1 - r_1 z_2}{r_2 - r_1}; \qquad (5)$$

$$r_{B} = \frac{r_{2} - r_{1}}{z_{2} - z_{1}} \times z_{B} + \frac{r_{1}z_{2} - r_{2}z_{1}}{z_{2} - z_{1}}; \qquad (6)$$

所以可求得

$$\begin{cases} u_{L} = u_{A} = \frac{|P_{1}A|}{|P_{1}P_{2}|} \times (u_{2} - u_{1}) + u_{1} = \\ \frac{\sqrt{(r_{1} - r_{A})^{2} + (z_{1} - z_{A})^{2}}}{\sqrt{(r_{1} - r_{2})^{2} + (z_{1} - z_{2})^{2}}} (u_{2} - u_{1}) + u_{1}, \\ v_{L} = v_{B} = \frac{|P_{1}B|}{|P_{1}P_{2}|} \times (v_{2} - v_{1}) + v_{1} = \\ \frac{\sqrt{(r_{1} - r_{B})^{2} + (z_{1} - z_{B})^{2}}}{\sqrt{(r_{1} - r_{2})^{2} + (z_{1} - z_{2})^{2}}} (v_{2} - v_{1}) + v_{1}. \end{cases}$$
(7)

由此可求得  $L_0$  的灰度值,设为  $G_L$ 。体素的灰 度偏差值  $G_d = |G_0 - G_L|$ 。

当 *k*<0,*k*=0 或 *k*→∞时,用类似的方法可计 算出体素点的灰度偏差。

# 5 偏差分析及校正

#### 5.1 偏差分析

选取两组立方体模型为研究对象,用带状等级 灰度图和方块状等级灰度图,如图 6 和 7 作为贴图, 它们均是 256 色位图。每一个立方体的六个表面均 贴上相同的贴图,不同立方体所用的贴图不一样。 计算它们各自的灰度偏差值。

带状等级灰度图在竖直方向上将一幅位图等分 成若干个带,每条带中灰度值处处相同,灰度等级自 上而下以一个相同差值递增,这里我们分别将位图 分成了 8、16、32 和 64 条带区域,相邻带间的灰度差 值分别为 32、16、8 和 4。

方块状等级灰度图把位图等分为若干方块,每 个方块中灰度值处处相同。在水平和竖直方向上相 邻块间灰度等级均以一个相同的差值自右向左、从 下到上递增。如图7所示。这里分别将位图在水平 和竖直方向上8、16、32和64等分,分别形成64、 256、1024和4096个方块,相邻方块间的灰度差值 分别为32、16、8和4。









Fig. 7 Square scale gray bitmaps, division numbers are: (a) 8, (b)16, (c) 32 and (d) 64

在前文第2部分中所述的硬件参数条件下,用 数据处理及仿真软件对这些模型进行体素化处理, 根据第4部分的几何近似法计算每个体素点的灰度 值偏差,由公式(8)、(9)求出在每一种贴图下体素的 平均灰度值偏差 M<sub>6</sub> 及标准差 R<sub>6</sub>。

$$M_{\rm G} = \frac{\sum_{i=0} G_{\rm di}}{n},\tag{8}$$

$$R_{\rm G} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{n} (G_{\rm di} - M_{\rm G})^2}{n-1}},$$
 (9)

n为体素化所得的总体素数,G<sub>di</sub>为每个点的灰度 偏差。

计算两组模型的平均灰度值偏差和标准差如

图 8,图 9 所示。

图 8 中横坐标代表图(6)、(7)两组贴图在竖直 方向上的灰度分割数,纵坐标代表计算所得的某个 模型的平均灰度偏差。图 9 中的横坐标意义与图 8 相同,纵坐标代表平均灰度标准差。由图可见,无论 是带状等级灰度图还是块状等级灰度图,都是随着 灰度分割越细,平均灰度值偏差和标准差越大,在同 一组位图中,基本呈线性递增。这个现象不难理解。 对于同一个模型采用相同的体素化方法,产生的纹 理坐标偏差是一样的。对于相同的纹理偏差(ud, vd),在灰度分割不是很细的情况下,如 8 等分,体素 点和交点都落入了同一个灰度带或灰度块中,而在 灰度分割很细的情况下,这两点可能落入两个不同 的灰度带或灰度块中。这两个灰度带或灰度块可能 是相邻的,也可能中间隔了若干个带或块,分割得越 仔细,隔的越多,偏差就越大。同是8等分的分割 图,块状图的灰度分割数是带状图的平方,因此产生 的平均灰度值偏差也是带状图的2倍左右,标准差 也较大。









由此可见,贴图中的图案或文字的灰度等级数 越少,则显示的效果必定越好。但是,若是显示有许 多细节并且在某个小区域内灰度就有剧烈变化的贴 图,显示时可能会因灰度混乱而造成图像较为严重 的失真。

### 5.2 偏差校正

可通过提高硬件水平减小灰度偏差。如选用尺 寸更小的 LED 作为体素点,LED 阵列中 LED 的点 间距更小等,但是本文中的实际显示系统所用的 LED 尺寸和间距都已十分小(LED 尺寸为 1.1 mm× 1.6 mm, LED 点之间的中心距为 1.2 mm× 2.5 mm)。若要采用更小尺寸的 LED 又要保证 LED 具有足够高的亮度,这依赖于 LED 生产技术及 LED 屏制造工艺的提高,目前还是比较难做到,而且这需 要重新建立一套硬件显示系统。

在现有的硬件条件下,通过优化体素化算法 减小灰度偏差,是较为可行的方案。以线段 P<sub>1</sub>P<sub>2</sub> 为例说明如下:  $P_1P_2$  被体素化之后,映射至体素 点 $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_4$ ,  $V_5$ 和 $V_6$ , 如图 10 所示。求出  $V_i(i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 的中心点到  $P_1P_2$  的距离  $E_i$ , 以 $V_6$ 为例,见图 10 中右边部分,  $V_6$  的中心点  $L_0$ 到  $P_1P_2$  的距离  $E_6$  表示  $V_6$  的空间位置偏差。 在求出所有点的位置偏差后,计算出平均空间位 置偏差,记为 $E_M$ 。再判断若  $E_i < E_M$ ,则保留体素  $V_i$ ,反之,丢弃。如图 10 中的 6 个体素点经过这样 的计算后,  $V_3$  点被丢弃, 而其他点被保留,这样就 剔除了体素化过程中位置偏差较大的点, 从而减 小了灰度偏差。



图 10 灰度偏差修正算法

Fig. 10 Algorithm for gray scale deviation correction

建立茶壶的 3DS 模型,如图 11(a)所示,用软件处理数据,偏差修正前的数据处理结果仿真图 如图 11(c),茶壶表面的兰花图案有部分缺失,在 图案的周围背景上有一些杂散亮点,这是因为灰度的偏差使得本该亮的体素点被赋予了暗的灰度 值,而本该暗的体素点却被点亮了。修正后的数 据处理的仿真图如图 11(d)所示,对比(c)和(d)可 以看出,偏差的减小使得(c)中的情况不再存在, 图像更加清晰,细节部分更丰富。图(b)是经过偏 差修正后的软件处理数据结果在实际系统中显示 的图像照片。

# 6 结 论

从 3DS 模型中获得数据源,将之体素化为我们 的体三维显示系统能够显示的数据格式,是一个将 连续图像离散化的过程。这中间实际上包括了采样 (剪切过程)、坐标转换(笛卡儿坐标到柱坐标)、归整 (剪切时点集与体素集的对应)的过程,这些过程不 可避免的会带来误差。而且我们的体素是具有一定 尺寸的 LED,这与理想的体素点本身就存在一定差 距。我们在灰度偏差分析时以 LED 的中心点代表 理想体素点,也是一个近似。

就偏差分析的结果看来,一般情况下灰度偏差 对显示结果的影响并不明显,但当图像灰度细节十





进数据处理的算法减小偏差。



图 11 灰度修正前后的仿真图及实际显示图,(a) 原始 3DS 模型;(b)实际显示的图像;(c)修正前;(d) 修正后 Fig. 11 Simulated figures before and after gray deviation correction and photo of the image displayed

by the system, (a) original 3DS model; (b) photo of display result; (c) before correction; (d) after correction

此外,我们正在建立彩色 LED 体三维显示系统,即以彩色 LED 作为体素点,将涉及色彩空间中 R、G、B 的混色等问题,比单纯的单色灰度要复杂得 多,在数据处理上将带来更多的问题需要解决,这也 是我们将要努力的方向。

#### 参考文献

- Blundell B. G., Schwarz A.. The Classification of Volumetric Display Systems: Characteristics and Predictability of the Image Space[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer* Graphics, 2002, 8(1): 66~75
- 2 E. A. Downing, L. Hesselink, J. Ralston *et al.*. A three-color, solid-state, three-dimensional display [J]. *Science*, 1996, 273 (5279): 1185~1189
- 3 P. Soltan, J. Trias, W. Robinson *et al.*. Laser based 3-D volumetric display system[J]. *Proc. SPIE*, 1992 (1664): 177~192
- 4 G.E. Favalora, J. Napoli, D. M. Hall *et al.*. 100 Million-voxel volumetric display[J]. Proc. SPIE. 2002 (4712):300~312
- 5 LinYuanfang, Liu Xu, Liu Xiangdong *et al.*. Three-dimensional volumetric display system utilizing a rotating two-dimensional LED array[J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(10): 1158~1162 林远芳, 刘旭, 刘向东等. 基于旋转二维发光二极管阵列的体三维显示系统[J]. 光学学报, 2003, 23(10): 1158~1162
- 6 Chen Xiaobo, Song Zengfu, Sawanoborin. Up-conversion Luminescence and Volumetric Display Research on Er(0.5): FOG Material Excited by 1520 nm Laser[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2005, 25(1): 13~18

陈晓波, 宋增福. N. Sawanobori. 1520 nm 激光激发的 Er (0.5); FOG 材料的上转换发光与立体显示研究[J]. 光谱学与光谱分析. 2005, **25**(1): 13~18

7 Jiang Taiping, Shen Chunlin, He Yizheng et al.. Research of voxelization process in swept-volume technique[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2004, 21 (1): 24~30

姜太平,沈春林,何亦征等.动态体显示技术中的体素化过程研究[J].南京航空航天大学学报(英文版),2004,21(1):24~30

- 8 JiangYing, Wang Huinan. Study of translational motion swept-volume techniques in true 3D volumetric display systems [J]. Computer Applications, 2006, 26(1): 135~137
  姜 盈,王惠南.真三维立体显示系统中平移体扫描技术研究 [J]. 计算机应用, 2006, 26(1):135~137
- 9 ShiQiong, Shen Chunlin. Analysis to dead zones of static-volume in volumetric display technique [J]. Study of Computer Application, 2004, 3: 246~248
  石 琼,沈春林. 真三维立体显示技术中静态成像技术的死区分 析[J]. 计算机应用研究, 2004, 2: 246~248
- 10 Zhang Xiaojie, Liu Xu, Liu Xiangdong *et al.*. Establishment of simulation platform for volumetric display system based on rotating LED array[J]. *J. Zhejiang University* (*Engineering Science*), 2005, **39**(10): 1541~1544 张晓洁,刘 旭,刘向东等. 旋转 LED 阵列体显示系统的仿真平 台构建[J]. 浙江大学学报(工学报). 2005, **39**(10): 1541~1544
- 11 Peng Xiaojun, Li Yan, He Hangen. Application of 3DS Model in VR Geometric Modeling [J]. Computer Simulation, 2003, 20 (3): 52~55

彭晓军,李 炎,贺汉根. 3DS 模型在虚拟现实几何建模中的应用[J]. 计算机仿真,2003,**20**(3):52~55