

基于变形镜面形的多帧相位反演算法研究

黄林海^{1,2,3} 宁 禹^{1,4} 杨华峰^{1,4} 饶长辉^{1,2} 姜文汉^{1,2}

¹中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209
²中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209
³中国科学院研究生院, 北京 100864
⁴国防科学技术大学 光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073

摘要 为了准确利用远场得到近场相位分布, 提出了多帧相位反演算法。这是一种利用多个远场以实现传统 Gerchberg-Saxton(G-S)算法的相位反演方法, 其中的新远场是通过叠加已知像差到待测像差后产生的。在此算法的基础上, 提出以变形镜面形来实现反演的方法, 并通过数值仿真和实验验证了这种基于变形镜面形的多帧 G-S 相位反演方法的可行性。仿真结果同时还表明, 采用 4 个变形镜面形产生相应的远场, 平均仅需 50 次的迭代便可反演出不同 D/r_0 数值的大气像差, 这些反演的像差与其对应该待测像差之间的差别的均方根值平均小于 0.005λ 。

关键词 傅里叶光学; 多帧 G-S 相位反演算法; 变形镜; 波前检测

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092906.1443

Multi-Frame Algorithm with Deformable Mirror

Huang Linhai^{1,2,3} Ning Yu^{1,4} Yang Huafeng^{1,4} Rao Changhui^{1,2} Jiang Wenhan^{1,2}

¹ Institute of Optics & Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China
² The key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China
³ Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100864, China
⁴ College of Opto-Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China

Abstract In order to obtain the near-field phase distribution by using the far field intensity information, a multi-frame algorithm is proposed. It is a phase-retrieval algorithm which carries out the original Gerchberg-Saxton (G-S) algorithm by using more than one far field, and the new far fields are generated by adding prescient aberrations to the unknown phase. A novel method to achieve the multi-frame G-S algorithm by using the deformable mirror (DM) is proposed, and its feasibility is certified by numerical simulations and experiments. The simulated results further imply that the multi-frame G-S algorithm is capable of recovering the atmospheric aberrations within 50 iteration loops, on condition that 4 DM surfaces are utilized to build the new far fields, and the root mean square average of residual errors between recovered phases and true phases is less than 0.005λ , with λ as the light wavelength.

Key words Fourier optics; multi-frame G-S phase retrieval algorithm; deformable mirror; wavefront measure

1 引 言

一般情况下, 光学系统中可以被直接测量的是光的强度信息, 而丢失了重建物体时所必需的重要因素, 光的相位。为了得到完整的光波信息, 这就需要从光强分布中恢复其中的相位信息。由此便产生

了各种相位测量技术, 典型的有哈特曼传感技术、干涉测量技术、Zernike 相衬技术、Gerchberg-Saxton (G-S) 测量技术^[1]。而其中的 G-S 测量技术是一种只利用远场分布进行相位反演的迭代算法, 这是最早用于实际的傅里叶相位反演算法, 另外还有

收稿日期: 2008-10-07; 收到修改稿日期: 2008-11-03

作者简介: 黄林海(1980—), 男, 博士研究生, 主要从事自适应光学技术方面的研究。E-mail: hlhjs@163.com

导师简介: 饶长辉(1971—), 男, 研究员, 主要从事自适应光学技术方面的研究。E-mail: chrao@ioe.ac.cn

Yang-Gu 等提出的 YG 算法等。这些算法在一定条件下能反演出相位,尤其是 YG 算法,作为 G-S 算法的一般化,由于没有常规 G-S 算法中旁轴近似的限制,因此收敛结果好于传统 G-S 算法^[2]。

然而,YG 算法在反演过程中需要在内部增加另外一个迭代过程,而且二维的 YG 相位反演算法,即使在测量噪声的情况下,仍不能完全恢复相位,算法收敛性有待提高^[3]。李敏等^[4~7]则提出了线性反演算法,可惜的是这种算法使用范围小,只能针对像差均方根(RMS)小于 0.2λ 的情况,同时还对传感器的噪声十分敏感。

还有一些只利用远场分布进行相位反演的非迭代算法^[8,9],如 Nakajima 提出的利用光强个波长的进行反演。传感器记录经过和未经指数滤波器的远场强度分布,然后根据这些远场光强再配以相应的运算可以较准确的反演出待测像差^[8]。这些新提出的算法之所以能够更好的反演出相位,根本原因在于这些非迭代的算法利用了更多的已知条件,即不同条件下的光强分布。敖明武等^[10]也指出,通过叠加特定的低阶相位到待测的像差中,得到新的远场光强分布,利用这些新远场,G-S 算法在理想的情况下能够更快更准确的收敛至待测像差。但是,这些改进的方法在实际系统的实现中存在困难,特别在一些实时性系统中,如文献^[10]的方法,在一些无波前传感器的自适应光学系统中^[11],其生成特定的低阶相位的要求是很难实现的,因为变形镜驱动器存在迟滞现象^[12],但是让变形镜生成可准确重复的面形,如驱动器的影响函数,则较容易实现。另外,仿真发现,多帧 G-S 相位反演算法基本上都收敛于待测波前,解决了传统 G-S 算法收敛性不唯一的问题。本文通过仿真和实验对利用这些变形镜面形准确反演出待测像差的方法进行了验证。

2 方法介绍

2.1 G-S 算法

G-S 算法是通过在物空间和频域空间之间来回迭代,在空域中和频域中都进行修正以加强预先知道的知识或实际测量得到的数据的相位反演算法。图 1 是传统 G-S 算法的步骤框图,其中 FT 表示傅里叶变换,FT⁻¹表示逆傅里叶变换。

迭代过程中,传统 G-S 算法利用了二个可被测量的约束条件,即透镜入射前的振幅分布和透镜后焦面上远场振幅分布。算法开始于一个对光波(含振幅 $|E|$ 和一个任意的初始相位分布 Φ)的快速傅

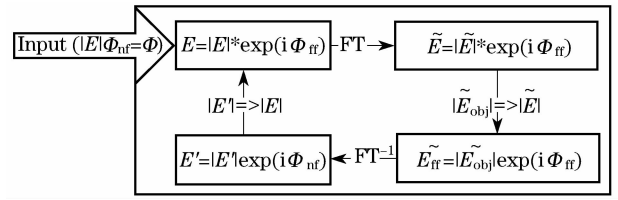


图 1 传统 G-S 算法步骤框图

Fig. 1 Block diagram of traditional G-S algorithm

里叶变换,得到远场 \tilde{E} ,保留远场 \tilde{E} 的相位 Φ_{ff} 而将远场振幅 $|\tilde{E}_0|$ 替换成实际测量的远场振幅 $|\tilde{E}_{obj}|$,得到修正后的远场 \tilde{E}_{ff} ,然后通过对远场 \tilde{E}_{ff} 进行傅里叶变换又得到近场 E ,同样只保留相位 Φ_{ff} 而将振幅替换成 $|E|$,得到修正后的近场并作为第二次迭代的初始条件循环下去,以使计算得到的近场和远场的振幅分布不断的逼近实测的。当计算得到的远场振幅分布与实际测量所得到的结果达到预先设定的近似程度时,就输出迭代的相位 Φ_{ff} 。第 k 次传统 G-S 算法的迭代过程可以表达为

$$\tilde{E}_k(f_x, f_y) = |\tilde{E}_k(f_x, f_y)| \exp[i\Phi_{ff_k}(f_x, f_y)] = \text{FT}\{E_k(x, y)\} \quad (1)$$

$$\tilde{E}_{ff_k}(f_x, f_y) = |\tilde{E}_{obj}(f_x, f_y)| \exp[i\Phi_{ff_k}(f_x, f_y)] \quad (2)$$

$$E'_k(x, y) = |E'_k(x, y)| \exp[i\Phi_{ff_k}(x, y)] = \text{FT}^{-1}\{\tilde{E}_{ff_k}(f_x, f_y)\} \quad (3)$$

$$E_{k+1}(x, y) = |E(x, y)| \exp[i\Phi_{ff_{k+1}}(x, y)] = |E(x, y)| \exp[i\Phi_{ff_k}(x, y)] \quad (4)$$

其中 E'_k 和 \tilde{E}_k 为第 k 次迭代得到的近场和远场, E_{k+1} 和 \tilde{E}_{ff_k} 分别为第 k 次迭代时,得到约束条件加强后的近场和远场; $|E|$ 和 $|\tilde{E}_{obj}|$ 为近场和远场的约束条件, Φ_{ff_k} 和 Φ_{ff_k} 为第 n 帧计算得到的近场和远场的相位; x, y 为近场坐标分布, f_x, f_y 为远场坐标分布,且 $f_x = x/\lambda z, f_y = y/\lambda z, \lambda$ 为光波波长, z 为光波传输距离,这里是透镜焦距; FT $\{\}$ 和 FT $^{-1}\{\}$ 分别为傅里叶正逆变换;(4)式的第二个等号表示第 k 次迭代得到的相位将成为第 $k+1$ 次迭代的初始相位。

2.2 基于变形镜面形的多帧 G-S 算法

正如文献^[2]指出的,传统的 G-S 算法在迭代过程中很容易陷入停滞状态,最终输出的像差与待测的相差较大,这说明只利用一对近、远场,G-S 算法不足以反演出待测的相位。但是如果在待测相位的基础上叠加低阶的 Zernike 像差^[10],得到另一个远场,由于叠加的像差和新生成的远场都是可以预先或现场测得的,这样未知条件仍然是待测的像差,而已知条件从原来单一的近远场振幅增加为二个近

远场的振幅分布, 束缚条件数增加了, 这时再利用 G-S 算法进行迭代, 其收敛速度和收敛精度自然都会得到提高。将这种利用多个远场进行 G-S 相位

反演的方法简称多帧 G-S 算法, 多帧 G-S 算法步骤框图如图 2 所示。

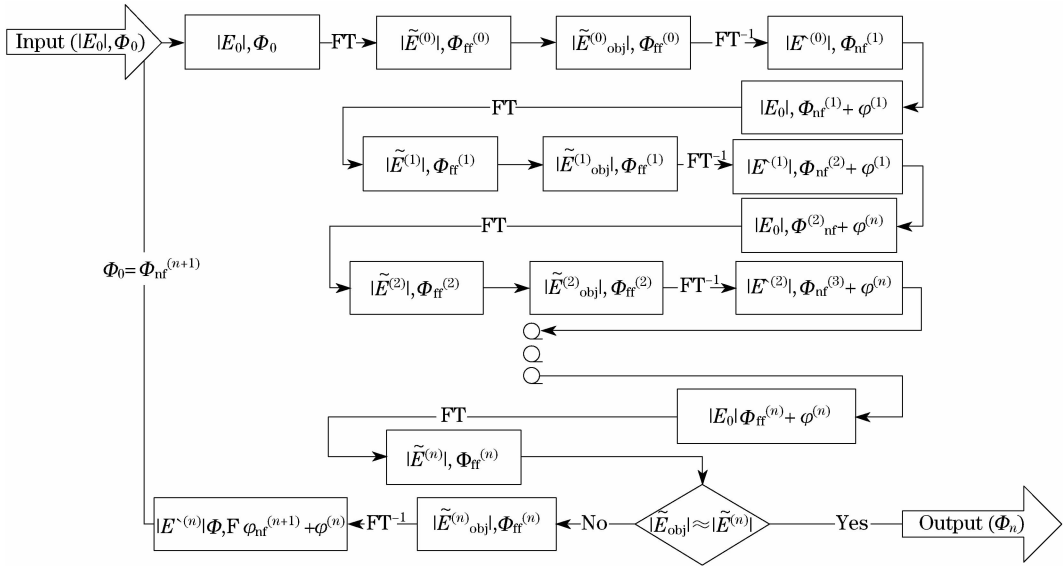


图 2 多帧 G-S 算法步骤框图

Fig. 2 Block diagram of the multi-frame G-S algorithm

多帧 G-S 算法实质上是由多次单循环的传统 G-S 算法组成的, 其中单循环是指只经过一次的傅里叶正反变换便输出近场像差 Φ_{nf} 的过程。多帧 G-S 算法中用到的一些符号定义如下: $\varphi^{(n)}$ 为第 $n+1$ 帧中叠加的已知相位, $|\tilde{E}_{\text{obj}}^{(n)}|$ 为待测像差叠加入 $\varphi^{(n)}$ 后实测的远场振幅, $|E^{(n)}|$ 和 $\Phi_{\text{nf}}^{(n+1)}$ 分别为第 n 帧 G-S 算法计算得到的近场振幅和相位, $|\tilde{E}^{(n)}|$ 和 $\Phi_{\text{ft}}^{(n)}$ 为第 n 帧计算产生的远场振幅和相位, $|E_0|$ 为实测的近场振幅。符号定义时, 上标数字表示帧数, 下标数字表示迭代次数, 为了简洁下标没有给出。

多帧 G-S 算法流程描述如下: 含振幅 $|E_0|$ 和一个任意的初始相位分布 Φ_0 的场强在经单循环的传统 G-S 算法后, 得到近场相位 $\Phi_{\text{nf}}^{(1)}$, 接着叠加入相位 $\varphi^{(1)}$, 构成算法第一帧的初始相位 $\Phi_{\text{nf}}^{(1)} + \varphi^{(1)}$, 结合第一帧远场和近场的实测振幅 $|\tilde{E}_{\text{obj}}^{(1)}|$ 与 $|E_0|$, 再次进入单循环的传统 G-S 算法, 输出近场相位 $\Phi_{\text{nf}}^{(2)} + \varphi^{(1)}$, 此时, 减去输出相位中的 $\varphi^{(1)}$ 再加上新相位 $\varphi^{(2)}$, 又构成第二帧的初始相位 $\Phi_{\text{nf}}^{(2)} + \varphi^{(2)}$, 反复同样的过程, 直至叠加入第 $\varphi^{(n)}$ 像差并输出远场 $|\tilde{E}^{(n)}|$, 这时判断 $|\tilde{E}^{(n)}|$ 与测量得到的远场 $|\tilde{E}_{\text{obj}}^{(n)}|$ 的差别, 如果差别值低于预先设定的阈值则输出迭代像差 $\Phi_{\text{nf}}^{(n)}$, 否则, 反傅里叶变换得相位 $\Phi_{\text{nf}}^{(n+1)} + \varphi^{(n)}$, 以像差 $\Phi_{\text{nf}}^{(n+1)}$ 为初始相位并回到第零帧, 而这一循环即完成了一次多帧 G-S 算法的迭代。

不同于文献 [10] 提出的叠加特定的低阶 Zernike 像差以产生新远场的方法, 这里提出叠加影响函数面形以实现反演的方法。由于变形镜影响函数可以预先通过干涉仪或哈特曼等传感器测定, 并且影响函数可以重复准确生成, 而不需再利用相位传感器进行现场测定, 扩展了文献 [10] 中算法的使用领域。这里需要说明的是, 多帧 G-S 算法也可以利用可预先测量并可准确重复的面形加以实现, 如多个影响函数叠加后的面形, 本文只讨论叠加单个影响函数的情况。

3 方法仿真和实验

3.1 基于变形镜面形的多帧 G-S 算法的仿真

为验证这种基于变形镜面形的多帧 G-S 算法的可行性及研究影响算法性能的因素, 建立图 3 简单光学模型, 其中像差板放置在变形镜前方 M 位置。模型中的光路走向如下: 哈特曼自带光源发出的平行光经半透半反镜后被变形镜反射进入透镜 L, 期间光束两次经位置 M 处的像差板, 最后聚焦于 S 平面上。仿真前, 利用哈特曼传感器记录下像差板像差和变形镜影响函数面形 φ , 测量方法是: 哈特曼自身提供的平行光入射到半透镜后被反射到变形镜上, 而后又按照相反的路径返回哈特曼, 从而预先测得影响函数面形和待测像差。仿真时, 先记录

焦平面 S 上的由像差 Φ 及叠加变形镜影响函数面形 φ 后产生的多个远场光强分布,而后经多帧 G-S 算法反演出待测的相位分布 $\hat{\Phi}$ 。最后,以 Φ 和 $\hat{\Phi}$ 的差别来衡量算法的反演误差,定义为

$$\eta = \text{RMS}[\Phi(x, y) - \hat{\Phi}(x, y)] / \text{RMS}[\Phi(x, y)]$$

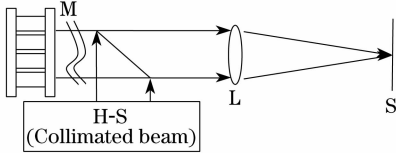


图 3 多帧 G-S 算法验证模型

Fig. 3 Model for certifying the multi-frame G-S algorithm

仿真采用与实验时一致的参数:入射光波波长为 $0.65 \mu\text{m}$,入射光瞳直径为 20 mm ,透镜焦距为 1120 mm 。变形镜采用 20 单元的 Bimorph 变形镜,该变形镜由中国科学院光电技术研究所研制^[13],其驱动器分布如图 4 所示,其中虚线为通光口径。叠

加的已知相位为驱动器 1, 2, 4, 5 在给定电压 $+200 \text{ V}$ 时得到的影响函数,如图 5 所示。以误差控制量 ϵ 判定是否停止迭代,定义为

$$\epsilon = \sum |\tilde{E}_n - \tilde{E}_{\text{obj}}^n| / \sum |\tilde{E}_{\text{obj}}^n|$$

其中 \tilde{E}_n 和 \tilde{E}_{obj}^n 分别为反演计算和测量得到的叠加第 n 帧像差后的远场振幅。

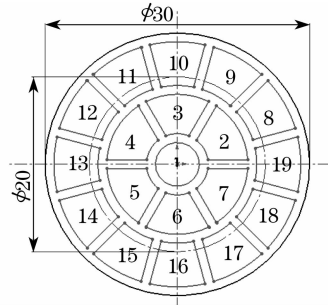


图 4 变形镜驱动器排布

Fig. 4 Actuator geometry of deformable mirrors

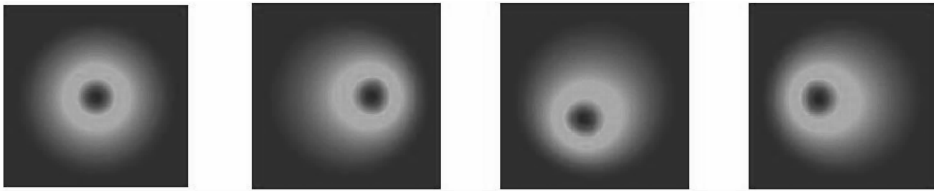


图 5 驱动器 1, 2, 4 和 5 单元的影响函数

Fig. 5 Influence function of actuator 1, 2, 4 and 5

反演算法初始相位设定为平面波(以下仿真和实验均采用平面波为初始波面),当像差板上的像差是图 6(a)时,迭代结果如图 6(b)所示,反演得到的像位与像差板的相位基本一致,波前的 PV 值和 RMS 值均分别为 2.34λ 和 0.572λ ,虽然相位解缠

绕计算会使两者之间产生平移残差^[13],如图 6(c)。图 6(d)还给出了相应的误差控制量 ϵ 随迭代次数的变化曲线,可以看到,对于图 6(a)像差,利用 4 帧影响函数面形进行多帧 G-S 反演时,只需 20 次的迭代便可基本收敛。(变形镜在使用时顺时针旋转了 30°)

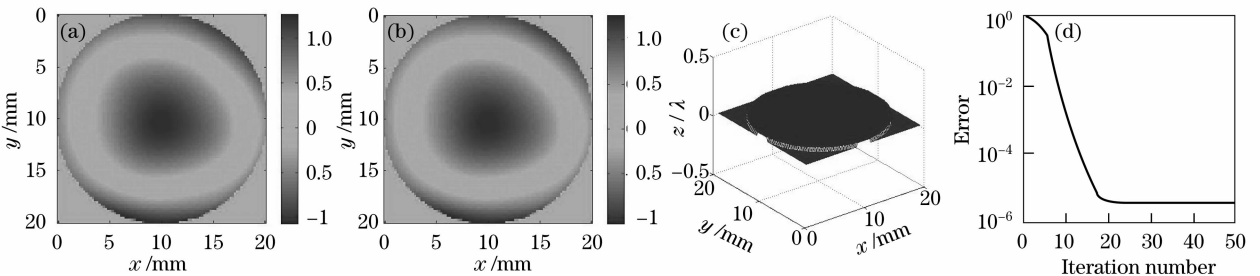


图 6 (a)原始面形;(b)经多帧 S-G 算法迭代 50 次的结果;(c)为(a)与 (b)图的残差;

(d)误差控制量与迭代次数曲线(单位:λ)

Fig. 6 (a) Original aberration; (b) recovered phases obtained by using the multi-frame G-S algorithm, with the iteration number of 50; (c) residual error between Fig. 6(a) and (b); (d) error control curve versus iteration number (unit: λ)

为了充分说明这种基于变形镜面形的多帧 G-S 算法的可行性,利用 N. Roddier 提出的方法^[14]生成不同 D/r_0 数值的相位屏(其中 D 为望远镜接受孔径, r_0 为大气相干长度,相位屏由 65 阶 Zernike 像

差组成)。 D/r_0 取 3 到 30 之间等间隔的十个值,每个值产生 40 帧相位,然后将所产生的相位作为图 2 光路中的像差板,利用图 5 中的 4 个影响函数进行多帧 G-S 反演,每次反演迭代次数为 50,反演后取

这 40 帧相位的反演误差的平均值为纵坐标。

反演时,为了避免随机产生的大气像差过大致使其远场超出 CCD 可测范围,将所产生的像差的 RMS 值归一化为 1λ 。

图 7 为反演结果曲线,可以看到,不同 D/r_0 值的大气像差其反演误差平均值在 0.005 以下。曲线略有起伏,说明不同的待反演像差,而叠加相同的像差,多帧 G-S 算法的收敛速度和精度并不完全相同。但总体而言,多帧 G-S 算法是可以反演出待测像差,其反演得到的像差与真实像差之间的差别的 RMS 值平均小于 0.005λ 。

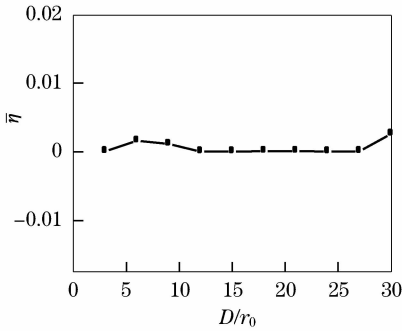


图 7 不同 D/r_0 大气像差反演误差曲线

Fig. 7 Recovered error for atmospheric aberrations of different D/r_0 values

3.2 基于变形镜面形的多帧 G-S 算法实验实现

根据上述分析的结果,按照图 3 光学系统,实验实现了多帧 G-S 算法。实验中各项参数如下:入射光波长为 $0.65 \mu\text{m}$,入射光斑直径为 20 mm,透镜焦距为 1120 mm,实验采用 14 位 Cascade camera,像素大小为 $7.4 \mu\text{m} \times 7.4 \mu\text{m}$,曝光时间设定为 0.5 s,

计算时截取 CCD 中心 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ 。

入射波面含图 8 所示相位,该相位由子孔径数为 10×10 的哈特曼测得,并用前 65 阶 Zernike 像差重构而成。

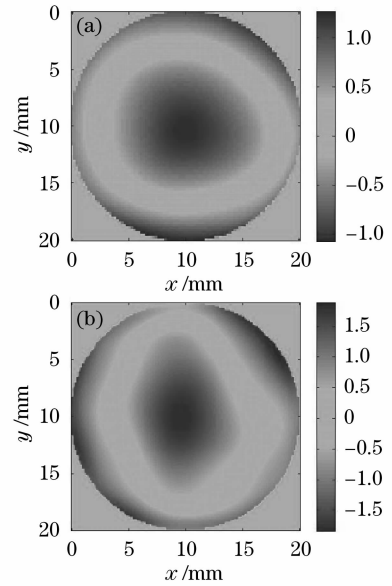


图 8 待反演像差

Fig. 8 Aberrations for recovering

图 9 给出了迭代的结果,其中左图为反演的像差,中间为残余像差,右图是控制误差曲线,表 1 则给出了待反演像差和反演像差的 RMS 值及反演误差等。图 9(a)和(b)分别对应图 8(a)和(b)的反演结果,计算得到两次反演误差 η 分别为 0.1580 和 0.1649。

从反演结果可以看到,算法可以较准确的反演出待测像差,但是与仿真结果相比仍然存在较

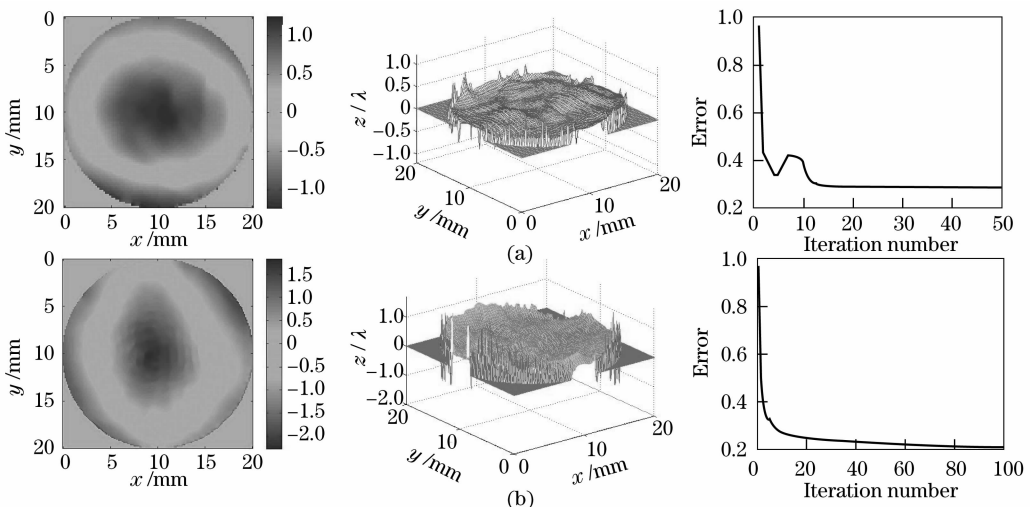


图 9 对应反演的像差、残余及误差控制曲线,(a)针对图 8(a);(b)针对图 8(b)

Fig. 9 Corresponding recovered abenation, residual error and the error control curves,

(a) the recovered results for Fig. 8 (a); and (b) for Fig. 8(b)

表 1 不同像差反演结果比较

Table 1 Comparison of recovered results of various aberrations

Aberration to be retrieved	RMS of retrieved to be retrieved	RMS of retrieved aberration	residual RMS	retrieved error
Fig. 8(a)	0.572 λ	0.5694 λ	0.09037 λ	0.1580
Fig. 8(b)	0.9065 λ	0.8639 λ	0.1494 λ	0.1649

大的误差。通过分析,归结造成误差的主要原因为以下三个:1)远场测量中存在噪声,其掩盖了很多有用的信息;2)决定远场光斑形状的像差除了像差板本身外还可能由气流引起的像差和图 3 中的半透半反镜、透镜 L 等的像差,这些因素也导致了反演误差的增加;3)相位解缠绕算法也引入了部分像差^[15],主要表现在边缘较大的突变上,如图 9 的残差图。

最后,需要说明的是误差控制曲线并不完全是单调递减的,因为传统 G-S 算法只能在理想情况下才能保证其是单调下降的^[16],但幸运的是,这种起伏不是很大,所以反演时以迭代次数为控制量,迭代次数到了就输出反演的相位。

4 结 论

本文分析并实现了利用变形镜影响函数面形进行多帧 G-S 相位反演的方法。仿真和实验结果表明:(1)利用变形镜影响函数面形,多帧 G-S 算法可以反演出待测像差;(2)远场的噪声、测量远场时额外的像差及相位解缠绕算法等都会降低反演的精度,这些因素对反演算法的影响有多大,如何提高反演算法的收敛结果等将在今后的工作中详细论述。

参 考 文 献

- Zhou Renzhong, Yan Jixiang, Zhao Dazun *et al.* *Adaptive Optics* [M]. Beijing: National Defense Industrial Press, 1996
周仁忠, 阎吉祥, 赵达尊等. 自适应光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996
- Guozhen Yang, Bizhen Dong, Benyuan Gu. Gerchberg-Saxton and Yang-Gu algorithms for phase retrieval in a nonunitary transform system: a comparison [J]. *Applied Optics*, 1994, **33**: 209~218
- Li Wang, Bizhen Dong, Guozhen Yang. Phase retrieval from two intensity measurements in an optical system involving nonunitary transformation [J]. *Applied Optics*, 1990, **29**: 3422~3427
- Li Min, Xinyang Li, Wenhan Jiang. Small-phase retrieval with a single far-field image [J]. *Optics Express*, 2008, **16**: 8190~

- 8197
- Li Xinyang, Li Min. Preliminary analysis on principle and performance of a linear phase-retrieval wave front measuring method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1211~1216
李新阳, 李 敏. 一种线性相位反演波前测量方法的原理和性能初步分析[J]. 光学学报, 2007, **27**(7): 1211~1216
- Chen Bo, Li Min, Li Xinyang *et al.*. Close-loop experiment of adaptive optics system based on linear phase retrieval technique [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(9): 1633~1637
陈 波, 李 敏, 李新阳等. 基于线性相位反演技术的自适应光学闭环实验研究[J]. 光学学报, 2008, **28**(9): 1633~1637
- Li Min, Li Xinyang, Jiang Wenhan. Experimental comparison between linear phase retrieval sensor and hartman wavefront sensor[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4): 619~625
李 敏, 李新阳, 姜文汉. 线性相位反演传感器与哈特曼传感器的实验研究对比[J]. 光学学报, 2008, **28**(4): 619~625
- Nobuharu Nakajima. Reconstruction of phase objects from experimental far field intensities by exponential filtering [J]. *Applied Optics*, 1990, **29**: 3369~3374
- TaeMoon Jeong, Do Kyeong Ko, Jongmin Lee. Method of reconstructing wavefront aberrations from the intensity measurement [J]. *Optics Letters*, 2007, **32**: 3507~3509
- Ao Mingwu, Yang Ping, Yang Zeping. Method of wavefront measurement and correction for entire beam path of ICF system [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2008, **20**(1): 91~95
敖明武, 杨 平, 杨泽平. ICF 系统全光路像差测量与校正方法[J]. 强激光与粒子束, 2008, **20**(1): 91~95
- M. A. Vorontsov, G. W. Carhart. Adaptive optics based on analog parallel stochastic optimization: analysis and experimental demonstration [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, **17**(8): 1440~1453
- W. John, Y. Hard. *Adaptive optics for astronomical telescopes* [M]. Oxford: Oxford University Press, 1998
- Ning Yu, Zhou Hong, Guan Chunlin *et al.*. Finite Element Analysis and Measurement of a 20-Element Bimorph Deformable Mirror[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(9): 1638~1642
宁 禹, 周 虹, 官春林等. 20 单元双压电片变形反射镜的影响函数有限元分析和实验测量[J]. 光学学报, 2008, **28**(9): 1638~1642
- N. Roddier. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials [J]. *Optical Engineering*, 1990, **29**: 1174~1180
- Dennis C. Ghiglia, Louis A. Romero. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**: 107~117
- J. R. Fienup. Phase retrieval algorithms: a comparison [J]. *Applied Optics*, 1982, **21**: 2758~2769