

由少量投影数据快速重建图像的迭代算法

邹 晶¹ 孙艳勤² 张 朋¹

(¹ 首都师范大学数学科学学院检测成像实验室, 北京 100048; ² 山东电子职业技术学院, 山东 济南 250014)

摘要 针对由少量角度的投影数据重建 CT 图像的问题, 提出了一种改进的基于图像总变差最小的迭代重建算法。该算法采用共轭梯度法求图像总变差最小, 并在迭代过程中采用了多分辨迭代技术。用模拟的投影数据和实际扫描数据进行了重建数值实验。实验结果表明该算法不但提高了重建图像质量, 也同时显著提高了迭代图像的收敛速度。

关键词 图像处理; 图像重建; 迭代算法; 收敛速度; 图像总变差; 不完全投影数据

中图分类号 TP391.41 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092905.1198

A Fast Iterative Image Reconstruction Algorithm from Few-views Projections Data

Zou Jing¹ Sun Yanqin² Zhang Peng¹

¹ Computer Tomography Laboratory, School of Mathematical Sciences,
Capital Normal University, Beijing, 100048, China
² Shandong College of Electronic Technology, Jinan, Shandong 250014, China

Abstract In order to reconstruct high-quality image from projection data at few views, we develop an improved fast iterative reconstruction algorithm based on the minimization of the image total variation (TV). In the algorithm, conjugate gradient method is applied to solve the minimization of the image total variation, and multi-resolution iterative technique is used in the iteration process. We have performed numerical experiments using both computer-simulation data and real CT data. Experimental results demonstrate that the proposed algorithm not only improves the quality of image reconstructed, but also significantly increases the convergence speed of iteration image.

Key words image processing; image reconstruction; iterative algorithm; convergence speed; the image total variation; incomplete projection data

1 引 言

由少量角度投影数据重建 CT 图像在医学、工业检测等领域都有实际的应用背景, 如医学中需要通过减少投影数据, 降低辐射剂量; 工业检测中需要通过减少投影数据, 提高检测效率^[1,2]。由少量角度的投影数据重建 CT 图像的问题在数学上通常被认为是欠定问题。直接用解析重建算法对少量角度的投影数据进行重建, 往往得不到理想的图像; 而迭代重建算法可以将待重建图像的先验信息转化为约束条件或优化准则, 将 CT 图像重建问题转化为求

解具有约束条件的优化问题, 使重建问题适定化, 进而通过构造迭代算法重建出较好的 CT 图像^[3~5]。

2004 年, E. Candes 等人研究了从少量线性测量数据恢复信号的问题, 证明了一个信号如果是稀疏的, 则可以用总变差 (TV) 最小化的方法从一定数目的少量随机测量数据中精确重建信号^[6,7]。作者利用 22 个投影数据重建出了很好质量的 CT 图像。Xiao-Qun Zhang 等^[8] 和 Velikina 等^[9] 将 E. Candes 等人将图像总变差最小的方法推广至 CT 图像重建。Xiao-Qun Zhang 等人重建图像的思想是: 将平

收稿日期: 2008-05-15; 收到修改稿日期: 2008-11-28

基金项目: 国家自然科学基金(60472071, 60532080)和北京市自然科学基金(4051002)资助课题。

作者简介: 邹 晶(1980—), 女, 博士研究生, 主要从事 CT 理论与应用方面的研究。E-mail: zoujingaaaa@163.com

导师简介: 张 朋(1957—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事 CT 理论与应用方面的研究。E-mail: pzhangct@sina.com

行束投影数据变换到频域并插值为直角坐标系下数据,然后对频率域数据进行二维逆傅立叶变换,得到一幅初始图像;再依据图像总变差最小迭代出一幅修正图像,将修正图像变换到频率域,在频率域中按一定约束条件对变换图像进行修正,再进行二维逆傅立叶变换,得到一幅新图像;按此方式进行迭代,达到一定次数时终止。Velikina 等人的基本思想与 Xiao-Qun Zhang 的思想基本相同,但在频率域中对图像修正的原则不同,此外 Velikina 等人研究的是有限角度的投影数据的图像重建,而 Xiao-Qun Zhang 研究的是全角度投影数据的图像重建。由于上述方法均利用了图像总变差最小以及在频率域中添加约束修正,因此可称此类方法为 FT-TV 类方法。由于 FT-TV 类方法重建图像过程中涉及投影数据域、图像域、频率域之间的变换,所以计算量大、复杂度高。此外,在扇束或锥束 CT 中,由于数据不满足中心切片定理,所以无法直接使用 FT-TV 类方法。

2006 年 Sidky 等人^[10]将图像总变差(TV)极小化与代数重建技术(ART)结合,从少量角度的投影数据重建 CT 图像,得到了满意的重建效果。由于该算法通过最速下降法(SD)求图像总变差极小,我们称该算法为 TV(SD)-ART。TV(SD)-ART 算法仅在图像域和投影数据域中操作,因此同时适用于平行束、扇束以及锥束 CT 的图像重建。TV(SD)-ART 算法的不足之处是收敛速度较慢,需要上百次迭代才能达到较好的重建效果。

本文针对 TV(SD)-ART 收敛速度慢的问题,提出了 TV(CG)-Block-ART 算法。该算法采用共轭梯度法(CG)求解图像 TV 最小,并采用了基于块迭代的多分辨迭代技术^[11]。一系列数值实验表明:如果待重建的断层密度分布(或线性衰减系数分布)图像是高频稀疏的,则可由本文提出的 TV(CG)-Block-ART 算法从少量角度的投影数据重建出较高质量的图像。TV(CG)-Block-ART 算法的迭代收敛速度显著高于 TV(SD)-ART 算法。

2 少量角度投影数据成像问题及方法

本节首先介绍由少量角度投影数据重建图像所对应的数学问题,然后给出 TV(SD)-ART 算法的迭代步骤,最后分析影响 TV(SD)-ART 算法收敛速度的因素。

2.1 少量角度投影数据成像问题

设待重建图像的长和宽均为 I ,以 $x_{l,m}$ 表示图像位于第 l 行、第 m 列的像素上的 CT 值, $l, m = 1,$

$2, \dots, I$ 。由投影数据重建 CT 图像的问题可归结为求解如下的方程组:

$$\mathbf{R}\mathbf{X} = \mathbf{g}, \quad (1)$$

其中图像向量 $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_{I \times I})^T$, $x_j = x_{l,m}$, $l = \text{int}[j/I]$, $m = j - l \times I$; $\mathbf{R} = (r_{i,j})$ 是几何投影矩阵, $r_{i,j}$ 表示第 i 条射线与第 j 像素的交线长;当投影角度数为 N_{angle} , 每个角度投影下采样数为 N_{bin} 时, \mathbf{R} 中行向量数 $N = N_{\text{angle}} \times N_{\text{bin}}$, \mathbf{R} 的第 i 个行向量用 \mathbf{R}_i 表示,它有 $I \times I$ 个元素; $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_i, \dots, g_N)^T$ 是投影向量,其中 g_i 表示第 i 条射线对应的投影数据。

根据 Nyquist 采样定理,从方程组(1)精确重建图像所要求的投影角度数 N_{angle} 及探测器采样个数 N_{bin} 要满足下面的关系式^[12]:

$$N_{\text{angle}} = \frac{\pi}{2} N_{\text{bin}},$$

相当于角度采样间隔

$$\Delta\theta = \frac{2}{N_{\text{bin}}}.$$

少量角度投影数据的成像问题是指角度采样间隔大于 $\Delta\theta$ (不满足采样定理的要求)时,方程组(1)的求解问题。该问题通常是欠定的。

2.2 TV(SD)-ART 算法

Sidky 等人^[10]将图像重建问题归结为:在投影方程为约束的条件下,求解图像总变差最小的优化问题,即

$$\min_{\mathbf{R}\mathbf{X}=\mathbf{g}} \|\mathbf{X}\|_{\text{TV}}, \quad (2)$$

其中 $\|\mathbf{X}\|_{\text{TV}} = \sum_{l,m=1}^{I-1} \sqrt{(x_{l,m} - x_{l-1,m})^2 + (x_{l,m} - x_{l,m-1})^2}$, 此处 $x_{l,m} = x_{I \times I + m}$ 。

如前所述,我们将 Sidky 等人求解优化问题(2)的算法称为 TV(SD)-ART 算法,该算法的步骤如下:

- (i) 对原始图像赋初值;
- (ii) 利用 ART 迭代法重建出一幅图像;
- (iii) 对图像进行非负校正,即图像值小于零的置为零;

(iv) 利用最速下降法求目标函数(图像的 TV 范数)最小,得到新的图像;

- (v) 将新图像设为初值,进行下一轮迭代。

重复步骤(ii)~(v),直至达到一定迭代次数时终止^[10]。

2.3 TV(SD)-ART 算法分析

影响 TV(SD)-ART 算法收敛速度及成像质量

的因素主要包含以下两个方面。

一方面,TV(SD)-ART 算法中的 ART 部分是按逐条射线迭代修正的,每次迭代修正时仅将残差对该条射线所经过的像素进行修正,因而不改变射线未经过的其它像素的值。而且每次迭代修正时,均需要耗时计算射线与图像像素的交线长(投影矩阵)。此外,迭代时射线的使用次序也会大大影响图像的收敛速度。另一方面,TV(SD)-ART 算法中求解图像 TV 最小时使用的是最速下降法。最速下降法在实际应用中的一个特点是相邻的两个搜索方向是相互垂直的,也就是说在远离极小点时,每次迭代可以使目标函数有较大的下降,在接近极小点时,函数值下降速度显著变慢。

3 TV(CG)-BLOCK-ART 算法

本节首先介绍求图像 TV 范数最小的共轭梯度法,然后介绍多分辨迭代技术 Block-ART,最后给出 TV(CG)-Block-ART 算法。

3.1 求图像 TV 范数最小的共轭梯度法

共轭梯度法(CG)求 $f(\mathbf{X})$ 最小采取了迭代 n 步后重新开始的做法。其下降方向是利用上一次搜索的方向和本次出发点的负梯度的线性组合生成共轭方向^[13]。

共轭梯度法(CG)的具体迭代步骤:

(1) 取初始点 \mathbf{X}_0 , 迭代次数 n , 允许误差 $\epsilon > 0$, 令 $k=0$;

(2) 计算函数负梯度 $\mathbf{P}^k = -\nabla f(\mathbf{X}^k)$;

(3) 求解步长因子 λ^k , 使得

$$f(\mathbf{X}^k + \lambda^k \mathbf{P}^k) = \min_{\lambda \geq 0} f(\mathbf{X}^k + \lambda \mathbf{P}^k);$$

(4) $\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k + \lambda^k \mathbf{P}^k$;

(5) 判断 $\|\nabla f(\mathbf{X}^k)\| < \epsilon$ 是否成立,如成立则 $\mathbf{X}^* = \mathbf{X}^k$, 计算停止,否则转(6);

(6) 若 $k=n-1$, 令 $\mathbf{X}_0 = \mathbf{X}^{k+1}$, $k=0$, 转(2), 否则转(7);

(7) 利用公式计算 $\alpha^k = \|\nabla f(\mathbf{X}^k)\|^2 / \|\nabla f(\mathbf{X}^{k-1})\|^2$, $\mathbf{p}^k = -\nabla f(\mathbf{X}^k) + \alpha^k \mathbf{P}^{k-1}$ 。若 $\nabla f(\mathbf{X}^k)^T \mathbf{P}^{k+1} \geq 0$ 则令 $\mathbf{X}^0 = \mathbf{X}^{k+1}$, 转(2), 否则 $k=k+1$ 转(3)。

共轭梯度法的计算量和存储量都比较少,并且收敛速度较最速下降法快。

采用 CG 方法代替 TV(SD)-ART 中 SD 方法(即 TV(CG)-ART 算法),可加快图像收敛,见 4.2 节数值实验结果图 2。

3.2 Block-ART 多分辨迭代技术

Block-ART 算法思想是:将待重建的图像以不同分辨率划分成块,通过迭代使图像逐步细化,最终逼近重建的图像^[11]。算法的实现过程如下。

(1) 将重建图像按不同级别进行分块。假定要重建图像大小为 $I \times I$ (不妨设 $I = 2^n$, n 是正整数)。先确定分块级数 $h (< n)$, 将图像分成 $(I/2^h) \times (I/2^h)$ 一级子块,则每块中包含 $2^h \times 2^h$ 像素,然后再将每个一级子块分成 4 个二级子块,此时每个二级子块中含 $2^{h-1} \times 2^{h-1}$ 像素,依次进行下去,直至 $h = 1$ 。

(2) 根据块的大小按特定方式抽取投影数据。

(3) 对给定级图像块进行迭代求解,包括:(i) 给当前级别的图像块赋值(由上一级图像块的值作一定处理后得到);(ii) 对给定的投影,计算相应的投影系数矩阵的非零元;(iii) 对图像进行迭代修正;(iv) 通过当前级的图像迭代前后的相对误差或是否达到最大迭代次数来确定该级子块迭代修正是否终止,若满足终止条件,则进入下一级块的迭代,直至最后一级块迭代结束。

Block-ART 算法可以有效减少投影系数矩阵的非零元计算,提高迭代图像的收敛速度。

3.3 TV(CG)-Block-ART 算法

本文的 TV(CG)-Block-ART 算法就是将“共轭梯度法求图像总变差最小”与“基于块迭代的多分辨技术”相结合求解最优化问题(2)。

算法实现过程是:在 Block-ART 每级子块的每轮迭代重建后,用 CG 方法求图像 TV 最小(其中步长因子是利用经验公式进行计算的),并根据“前后两轮迭代的图像变化或是否达到最大迭代次数”判断是否进入下一级别的块迭代,直到最后一级块迭代结束。

在数值实现中还采用了如下技巧。

(1) 投影矩阵的计算。采用实时计算射线与像素(块)的交线长的方法,减少存储量;并结合射线与像素的 8 个几何对称性^[14]减少重复计算。

(2) 投影数据分组和排序。在 Block-ART 每级子块迭代修正时,均对投影数据进行分组和排序。将 8 个对称方向的射线所对应的方程分为一组,组内迭代的次序以及组与组之间的排序原则是使方程的相关性尽可能小。

4 数值实验结果及分析

本节用仿真数据和实际 CT 数据进行数值实

验,给出实验结果,并进行分析和比较。

4.1 迭代次数

为了比较不同迭代算法的收敛速度,我们需要首先定义迭代次数。ART 迭代中,图像修正沿射线(相应一个方程)进行。沿所有射线(即所有方程)修正一次后称为一次迭代。TV(CG)-Block-ART 迭代中,修正在不同分辨率的图像上进行。当分块级数 $h > 1$ 时,修正中仅使用了部分射线对应的方程。为了与 ART 比较迭代次数,我们定义 TV(CG)-Block-ART 的迭代次数 = (迭代中使用的方程数) / (总方程数),其中“迭代中使用的方程数”包括方程重复使用的次数。

根据此定义,TV(CG)-Block-ART 的迭代次数不一定是正整数。例如,投影的角度数为 36 个,探测器的个数为 255 个,则射线的总条数为 255×36 。如将图像分为 2 级 ($h = 1, 2$),当 $h = 2$ 时,迭代中抽取 9 个角度,每个角度使用 128 个投影数据(对应 128 个探测器),每个投影数据使用了 2 次;当 $h = 1$ 时,迭代中使用了所有角度,每个角度使用 255 个投影数据,每个投影数据使用了 2 次。则迭代次数 = $9 \times 128 \times 2 / (36 \times 255) + 36 \times 255 \times 2 / (36 \times 255) = 2.25098$ 。

4.2 数值实验

本节针对两类密度分布模型进行数值实验。其中,第一类为分片常数的密度分布模型,第二类为高频稀疏的密度分布模型。对第一类模型通过仿真投影数据进行验证,对第二类模型则通过实际 CT 扫描数据进行验证。

(1) 分片常数的密度分布模型

选用如图 1 所示的分片常数的密度分布模型,以平行束投影方式获得投影数据。仿真参数如下:在 $0 \sim 180^\circ$ 内每 5° 采集一组投影数据,即角度采样数为 36;探测器单元数目为 255 个。投影数据矩阵为 255×36 。

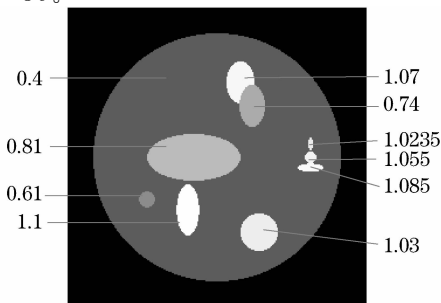


图 1 原始模型

Fig. 1 Original phantom

我们从直观和图像距离两方面评价重建结果。所采用两种图像距离^[15]如下。

1) 归一化均方根

$$d = \left(\sum_{u=1}^I \sum_{v=1}^I (t_{u,v} - r_{u,v})^2 / \sum_{u=1}^I \sum_{v=1}^I (t_{u,v} - \bar{t})^2 \right)^{1/2}.$$

2) 归一化平均绝对距离

$$r = \sum_{u=1}^I \sum_{v=1}^I |t_{u,v} - r_{u,v}| / \sum_{u=1}^I \sum_{v=1}^I |t_{u,v}|.$$

其中 $t_{u,v}$, $r_{u,v}$ 分别表示测试模型和重建图像中第 u 行、第 v 列的像素密度, \bar{t} 为测试模型密度的平均值,重建图像的像素为 $I \times I$ 个。

在图像的少数像素上出现的大偏差会使 d 较大,而许多像素上出现的小误差会使 r 较大。

首先利用 TV(SD)-ART、TV(CG)-ART 对仿真数据进行重建,然后将块迭代(Block 迭代)加入到 TV(CG)-ART 中(即 TV(CG)-Block-ART),最后对 TV(SD)-ART、TV(CG)-ART 和 TV(CG)-Block-ART 的数值实验结果进行分析和比较。

图 2(a)是由 TV(SD)-ART 迭代重建的图像,迭代次数是 30,迭代时间是 9.546 s;图 2(b)是由 TV(CG)-ART 迭代重建的图像,迭代次数是 30,迭代时间是 4.172 s(在上述两种迭代过程中均对方程进行了分组和排序)。图 3 表示 TV(CG)-Block-ART 由低分辨率图像逐渐迭代收敛到高分辨图像的过程。图 4(a)是由 TV(CG)-Block-ART 迭代重建的最终图像(迭代过程中对方程进行了分组和排序),图 4(b)是由 TV(SD)-ART 迭代重建的图像(迭代过程中没有对方程进行分组和排序)。

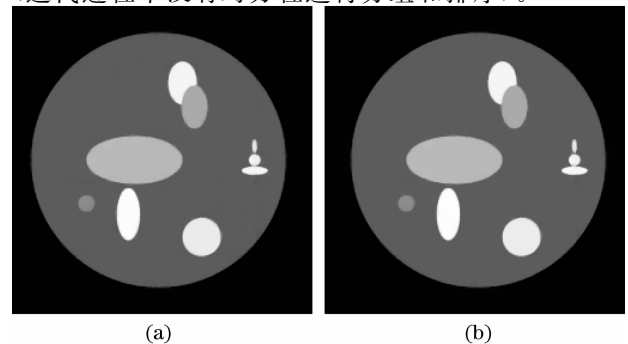


图 2 36 个投影下 TV(SD)-ART 与 TV(CG)-ART 重建图像比较。(a)TV(SD)-ART,所用时间 9.546 s;

(b) TV(CG)-ART,所用时间 4.172 s

Fig. 2 Comparison of reconstructed image with reference methods TV(SD)-ART and TV(CG)-ART from 36-view projection data. (a) TV(SD)-ART, iteration time is 9.546 s; (b) TV(CG)-ART, iteration time is 4.172 s

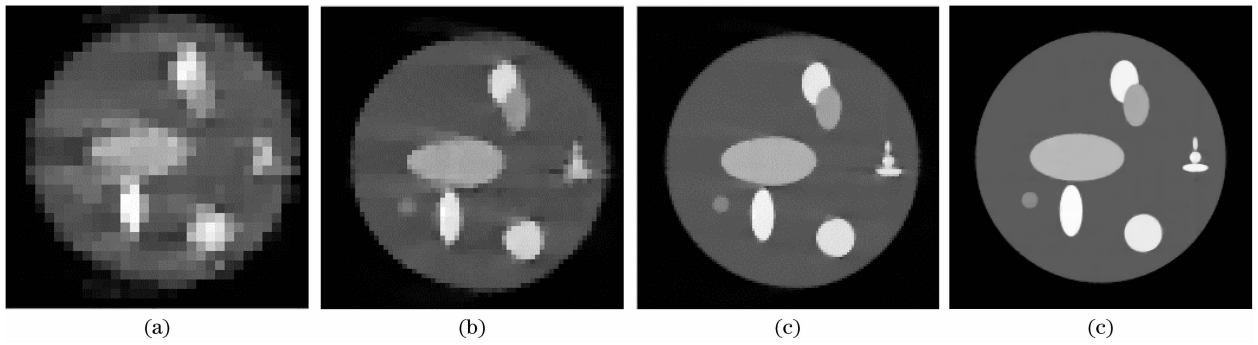


图3 利用 TV(CG)-Block-ART 由低分辨率图像逐渐迭代到高分辨图像的过程。图像(a)(b)(c)(d)的大小分别为 $32 \times 32, 64 \times 64, 128 \times 128, 256 \times 256$ 块, 每块中像素数目分别为 $8 \times 8, 4 \times 4, 2 \times 2, 1 \times 1$

Fig. 3 Process of reconstructed images from low-resolution to high-resolution image using TV(CG)-Block-ART method. Figure (a) has 32×32 blocks each of which is 8×8 ; Figure (b) has 64×64 blocks each of which is 4×4 ; Figure (c) has 128×128 blocks each of which is 2×2 ; Figure (d) has 256×256 blocks each of which is 1×1

表1 列举了投影数据矩阵为 255×36 时, TV(SD)-ART 与 TV(CG)-Block-ART 重建图像所需的时间, 以及迭代次数和误差。并将 TV(SD)-ART、TV(CG)-Block-ART 方法重建图像的第136行与原模型的对应该位置进行比较, 如图4(c)。

实验结果表明, 在迭代次数相近时 TV(CG)-Block-ART 的两种误差均比 TV(SD)-ART 的要小, 而且所用的迭代时间明显少于 TV(SD)-ART 算法, 这表明 TV(CG)-Block-ART 重建图像精度更高、收敛速度更快。

表1 重建误差及时间

Table 1 Errors and iteration times of different methods

Reconstruction algorithms	Iteration times	d	r	Times
TV(SD)-ART	30	0.1809	0.0704	8.375 s
TV(CG)-Block-ART	29.94	0.1572	0.0395	3.859 s

(2) 高频稀疏的密度分布模型

选取的实物模型为涡轮叶片, 重建图像所用投影数据为平行束投影数据, 它由二代扫描数据重排得到。在 180° 内的角度采样数为 576, 每个角度下采样数为 241。投影数据矩阵为 241×576 。

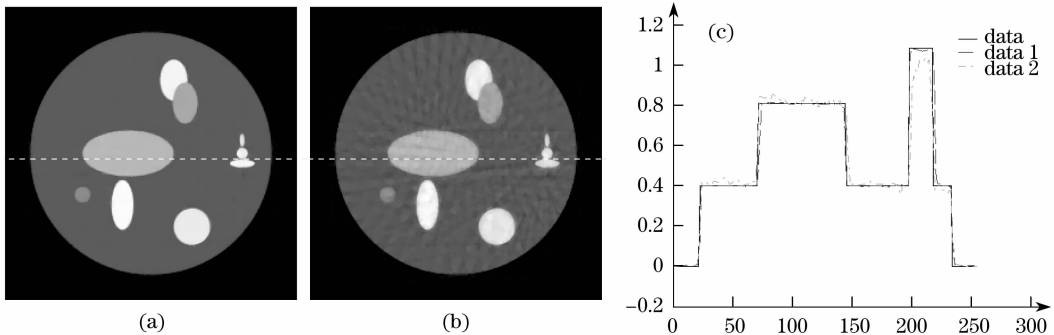


图4 36个投影下 TV(CG)-Block-ART 与 TV(SD)-ART 重建图像比较。(a) TV(CG)-Block-ART, 迭代次数 29.94, 所用时间 3.859 s; (b) TV(SD)-ART, 迭代次数 30, 所用时间 8.375 s; (c) 图(a)、(b)与原模型中第136行(即虚线位置)的密度分布比较, 虚线、点划线和实线分别为图(a)、(b)及原模型对应的密度值

Fig. 4 Comparison of reconstructed image with reference methods TV(SD)-ART and TV(CG)-ART from 36-view projection data. (a) TV(CG)-Block-ART, iteration number is 29.94, iteration time is 3.859 s; (b) TV(SD)-ART, iteration number is 30, iteration time is 8.375 s; (c) Profile values along the 136th row of reconstructed images (a), (b) and the original phantom. The dash line, the dot line and the solid line denote the profile values of reconstructed images (a), (b) and the original phantom separately

由全部投影数据用 ART 迭代法重建的图像如图5(a)。从 576 个投影中均匀抽取 72 个投影, 则投影数据矩阵为 241×72 。此时, 用 ART 迭代法重

建结果如图5(b); 用 TV(SD)-ART 算法(迭代中加入对方程的分组和排序)重建结果如图5(c), 迭代次数是 30, 所用时间是 4.5188 s; 用 TV(CG)-

Block-ART 算法重建结果如图 5(d), 迭代次数是 29.87, 所用时间是 2.297 s。

Block-ART 算法在确保图像质量的同时, 提高了图像的收敛速度。

实验结果表明, 在迭代次数相近时, TV(CG)-

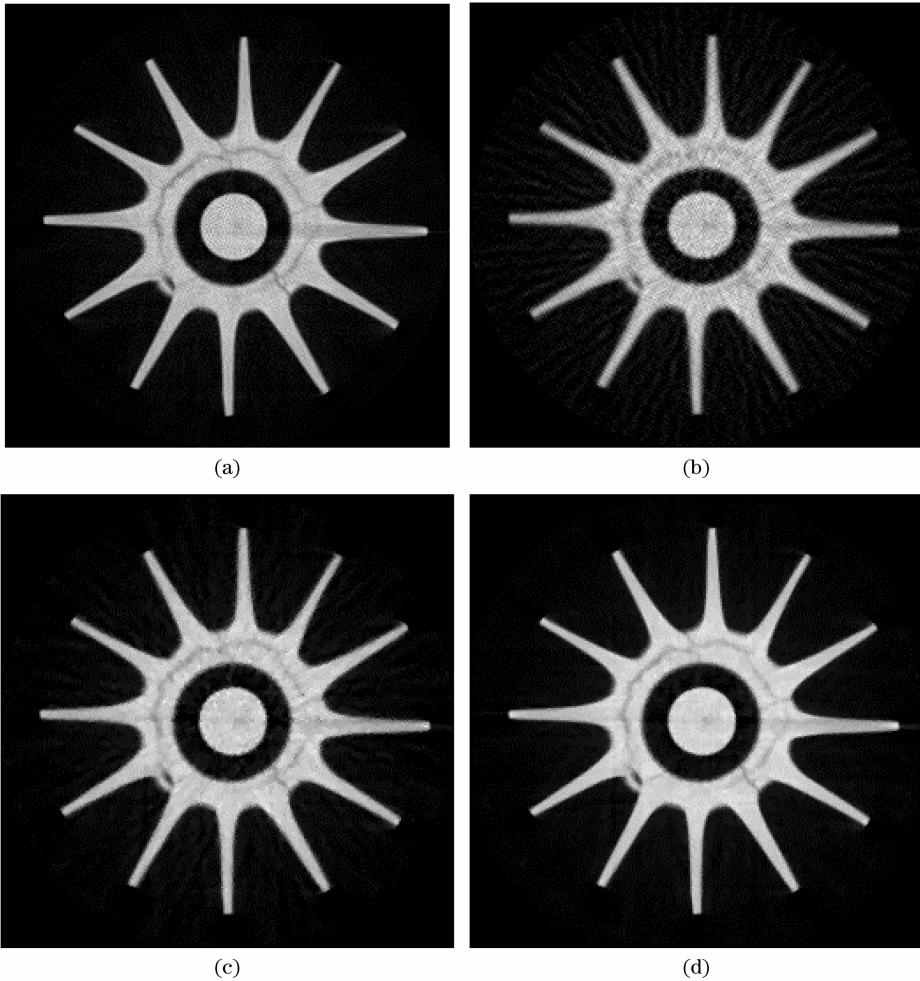


图 5 重建图像比较. (a) 576 个投影下用 ART 迭代法重建的图像; (b) 72 个投影下用 ART 迭代法重建的图像; (c) 72 个投影下 TV(SD)-ART 算法重建的图像; (d) 72 个投影下 TV(CG)-Block-SART 算法重建的图像

Fig. 5 Comparison of reconstructed images. (a) Reconstructed image from 576-view projection data with ART; (b) reconstructed image from 72-view projection data with ART; (c) reconstructed image from 72-view projection data with TV(SD)-ART; (d) reconstructed image from 72-view projection data with TV(CG)-Block-SART

5 结 论

本文针对 TV(SD)-ART 收敛速度慢的问题, 提出了 TV(CG)-Block-ART 算法。该算法采用共轭梯度法(CG)求解图像 TV 最小, 并采用了基于块迭代的多分辨迭代技术。一系列数值实验表明: 如果待重建的断层密度分布(或线性衰减系数分布)图像是高频稀疏的, 则可由本文提出的 TV(CG)-Block-ART 算法从少量角度的投影数据重建出较高质量的图像。TV(CG)-Block-ART 算法的迭代

收敛速度显著高于 TV(SD)-ART 算法。

对高频信息密集的断层密度分布的重建问题, 还有待进一步研究。

参 考 文 献

- 1 Quan Yujuan, Li Shiguang. Image reconstruction from imcomplete data by a maximum entropy reprojecting technique [J]. *Journal of Chongqing University*, 1998, **1**: 77~81
- 2 全渝娟, 李时光. 不完全投影数据的最大熵再投影图像重建[J]. *重庆大学学报*, 1998, **1**: 77~81
- 3 Lü Hong, Li Shiguang, Xu Wenzhi et al.. Image reconstruction

- from incomplete fan beam projection data by maximum entropy and iterative technique[J]. *Journal of Chongqing University (Natural Science Edition)*, 1997, **5**: 41~46.
- 吕 红, 李时光, 徐问之等. 不完全扇形投影数据的图像重建算法研究[J]. *重庆大学学报(自然科学版)*; 1997, **5**: 41~46.
- 3 Yao Hongbing, Ding Guilin, Zhou Jun *et al.*. Research on projection sampling in reconstruction of optical computerized tomography with limited angle[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(9):1354~1357
- 姚红兵, 丁桂林, 周 骏等. 有限角光学计算机层析重建中的投影采样研究[J]. *光学学报*, 2006, **26**(9):1354~1357
- 4 Meng Jing, Wang Jiajun, Huang Xianwu *et al.*. Multi-Criterion reconstruction method for optical tomography[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(9): 1340~1344
- 孟 静, 王加俊, 黄贤武等. 一种光学层析图像的多准则重建方法[J]. *光学学报*, 2006, **26**(9):1340~1344
- 5 Gao Feng, Niu Hanben. Image reconstruction algorithm in optical CT[J]. *Acta Optica Sinica*, 1996, **16**(4):494~499
- 高 峰, 牛憨笨. 光学 CT 中的图像重建算法[J]. *光学学报*, 1996, **16**(4):494~499
- 6 E. Candes, J. Romberg, T. Tao. Robust uncertainty principles: Exact Singal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE trans. Inform. Theory*, 2004, **52**(2): 489~509
- 7 E. Candes, T. Tao. Near Optimal signal recovery from random projections; universal encoding strategies [J]. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 2006, **52**(12):5406~5425
- 8 Zhang Xiaoqun, Jacques Fromentlmam. Total variation based fourier reconstruction and regularization for computer tomography [J]. *Proc. Nuclear Science Symposium and Medical Imaging*, 2005, **4**:2332~2336
- 9 Julia Velikina, Shuai-Leng, Guang-Hong Chen. Limited view angle tomographic image reconstruction via total variation minimization[J]. *SPIE Proc. Med. Imag*, 2007, **6510**:651020-1~651020-12
- 10 Emil Y. Sidky, Chien-Min Kao, Xiaochuan Pan. Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent-beam CT[J]. *Journal of X-Ray Science and Technology*, 2006, **14**(2):119~139
- 11 Wang Xiaopu, Zhang Peng, Li Xingdong *et al.*. A Fast ART algorithm based on block iteration [J]. *CT Theory and Applications*, 2000, **9**(zk):9~12
- 王小璞, 张 朋, 李兴东等. 一种块迭代的快速代数重建算法[J]. *CT理论与应用研究*, 2000, **9**(zk):9~12
- 12 A. C. Kak and M. Slaney. *Principle of Computerized Tomography Imaging*[M]. New York: IEEE Press, 1999. 186~189
- 13 Yuan Yaxiang, Sun Wenyu. *Optimization Theory and Methods* [M]. Beijing: Science Press, 1995. 183~199
- 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 1995. 183~199
- 14 Qiu Jun, Wang Liang. Symmetric mesh-iterative algorithms for image reconstruction[J]. *CT Theory and Applications*, 2007, **16**(2): 20~30
- 邱 钧, 王 亮. 改进的由投影重建图像的对称网格迭代算法[J]. *CT理论与应用*, 2007, **16**(2): 20~30
- 15 Zhuang Tiange. *Computed Tomography Theory and Algorithm* [M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 1992. 11~12
- 庄天戈. CT 原理与算法[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1992. 11~12