

取向比对圆柱状冰晶粒子光散射特性的影响

官纯文^{1,2} 魏合理¹ 李学彬¹ 邵士勇¹ 徐青山¹ 陈秀红¹

(¹ 中国科学院大气成分与光学重点实验室, 安徽 合肥 230031; ² 海军蚌埠士官学校, 安徽 蚌埠 233012)

摘要 利用 T 矩阵方法研究卷云中圆柱状粒子取向比对散射特性的影响, 计算了在小尺度范围内圆柱状冰晶粒子的散射特征量如散射相函数、消光效率因子、不对称因子及单次散射反照率, 并将计算结果与等表面积、等体积及等效体积与投影面积比三种情况下的球形粒子的相应值进行了对比。结果表明: 体积与投影面积比等效最接近真实值; 取向比对不同尺度柱状粒子散射特性的影响存在相似性且有必要加以考虑; 此外, 发现等表面积、不同取向比粒子的散射相函数有一交点。

关键词 大气光学; 散射特性; T 矩阵; 取向比; 圆柱粒子

中图分类号 P422.3 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092905.1155

The Influence of the Aspect Ratio to the Light Scattering Properties of Cylinder Ice Particles

Gong Chunwen^{1,2} Wei Heli¹ Li Xuebin¹ Shao Shiyong¹
Xu Qingshan¹ Chen Xiuhong¹

(¹ Key Laboratory of Atmospheric Composition and Optical Radiation, Chinese Academy of Sciences, Hefei, Anhui 230031, China
² Bengbu Navy Petty Officer Academic, Bengbu, Anhui 233012, China)

Abstract The influence of the aspect ratio to the light-scattering properties of small size cylinder ice particles in cirrus cloud is studied by T-matrix method. The light-scattering characteristic quantities such as the phase function, extinction efficiency, asymmetrical parameter and single-scattering albedo are computed. The results are compared with those of the equivalent sphere with the equal surface-area, the equal volume and the equal volume-to-surface-area ratio. It is found that properties with respect to the same volume-to-surface-area ratio are mostly close to the reality. The influence of the aspect ratio on light scattering properties of cylinder particles with different size parameters has similarity and should be considered. In addition, there is a nodical point in the phase functions of cylinder particles with the same surface areas but different aspect ratios.

Key words atmospheric optics; scattering properties; T-matrix; aspect ratio; cylinder particle

1 引 言

卷云由分布在大气高层的各种形状的冰晶粒子组成, 一般位于大气对流层中上部到平流层底部, 大约覆盖地球表面的 20%^[1]。卷云中的冰晶粒子反射太阳光, 衰减来自地表和大气的背景辐射, 同时向大气外发射热辐射。卷云的辐射特性对大气探测、气候模式、辐射传输以及遥感等方面都具有十分重

要的意义。近年来, 卷云的辐射特性在国际上受到广泛关注^[2~4], 其中卷云中冰晶粒子(基本上都是非球形粒子)的散射和吸收特性的计算是进行卷云中辐射传输计算的前提。

卷云中冰晶粒子的散射特性与其形状、大小、取向比及入射波长等状况有关。经过几十年的研究, 已有数十种非球形粒子散射特性的计算方法, 有关

收稿日期: 2008-08-04; **收到修改稿日期**: 2008-10-27

基金项目: 国家自然科学基金(40775028)和中国科学院知识创新工程青年人才领域专项前沿项目(073RC11127)资助课题。

作者简介: 官纯文(1980—), 男, 硕士研究生, 主要从事大气辐射特性研究。E-mail: cwgong@mail.ustc.edu.cn

导师简介: 魏合理(1965—)男, 研究员, 博士生导师, 主要从事大气红外辐射传输及卷云辐射特性研究。

E-mail: heliwei@aiofm.ac.cn

非球形粒子光散射特性计算的文献已有很多。但因为其散射特性的复杂性,还没有一种通用的算法可以计算任意形状和任意大小粒子的光散射问题,目前只有少数几种非球形粒子的散射特性可供使用,如六棱柱或冰板等^[2~6];对于一般的形状,通常采用等效球法^[7,8],即把某一种非球形粒子的散射特性用同等(体积、投影面积或体积与投影面积的比)大小的球形粒子的散射特性来代替,这种近似显然不能满足人们的需要。在辐射传输计算和大气遥感中,迫切需要包括多种形状的非球形粒子散射特性数据库。因此,对影响卷云中非球形粒子散射特性的各种因素有必要进行深入的研究。粒子的取向比(aspect ratio)是影响其散射特性的重要因素之一,而目前国内仅有少数文献涉及到取向比对冰晶粒子散射特性影响的计算,如高太长等^[9]计算了近红外波段 $\lambda=0.94\ \mu\text{m}$ 时不同取向比的非球形气溶胶粒子的散射相函数;邵士勇等^[10]分析计算了取向比对椭球粒子散射相函数的影响;唐红等^[11]计算了取向比远小于1(即无限长)及取向比为1的圆柱形粒子的消光系数等。

卷云中粒子的形状具有多样性,其中圆柱状(如针状、细丝状)粒子也是一种常见的粒子形状之一,为简单起见,本文以圆柱状冰晶粒子为例,研究圆柱状粒子取向比对其光散射特性的影响。对入射波长为 $0.55\ \mu\text{m}$,粒子折射率取冰的折射率,其实部 $n_r=1.31$,虚部 $n_i=3.14\times 10^{-9}$,用T矩阵方法^[12],计算了空间随机取向的单分散粒径的圆柱状粒子在小尺度范围的散射特性随粒子取向比的变化,并将计算结果与等表面积的球形冰晶粒子的相函数、消光效率、不对称因子、单次散射反照率进行了对比。

2 T矩阵方法简介

T矩阵方法最早是由Waterman 1971年引进的^[13],对于涉及旋转对称的非球形粒子的散射计算已经表现一种非常有效的方法^[14]。该方法以麦克斯韦方程为出发点,对于计算由单个、均一的非球形粒子造成的电磁波散射而言,基于把入射场和散射场展开成矢量球面波函数,并利用一个T矩阵把这些展开项联系起来,由于该方法对于小粒子计算结果的准确性,经常作为校正标准来使用。

T矩阵方法本身始于平面电磁波被单个粒子散射的入射场和散射场的展开^[15],形如

$$E^i(R) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [a_{nm} M_{nm}^*(kR) +$$

$$b_{nm} N_{nm}^*(kR)] \quad (1a)$$

$$E^s(R) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [p_{nm} M_{nm}(kR) + q_{nm} N_{nm}(kR)], |R| > r_0 \quad (1b)$$

式中 r_0 是散射粒子的外接球面半径,坐标系的起点假设在粒子的内部; M_{nm} 、 N_{nm} 、 M_{nm}^* 、 N_{nm}^* 是某些矢量球面波函数; a_{nm} 和 b_{nm} 是平面入射波的展开系数; p_{nm} 和 q_{nm} 是散射波的展开系数。由于麦克斯韦方程组和边界条件是线性的,因此散射系数和入射系数之间的关系必定是线性的,且可以用T矩阵表示如下:

$$p_{nm} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=-l}^l [T_{nmkl}^{11} a_{kl} + T_{nmkl}^{12} b_{kl}], \quad (2a)$$

$$q_{nm} = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=-l}^l [T_{nmkl}^{21} a_{kl} + T_{nmkl}^{22} b_{kl}]. \quad (2b)$$

按矩阵形式,(2a)和(2b)式可进一步写成

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^{11} & T^{12} \\ T^{21} & T^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}. \quad (3)$$

方程(3)形成了T矩阵方法的基础。如果已知一给定散射体的T矩阵,那么就可以计算方程(1b)确定的散射场,从而可以得到方程(1a)确定的振幅矩阵。

在T矩阵理论中,相函数表示为^[9]

$$P(\theta) = \sum_{l=0}^{l_{\max}} \alpha_l^i P_{00}^l(\cos \theta), \quad (4)$$

其中 $P_{00}^l(\cos \theta)$ 是广义球函数; l_{\max} 为求和上限, α_l^i 为计算精度,由T矩阵解算得到。

T矩阵的计算只依赖于散射粒子的物理特征和几何特征,包括折射率、尺度、形状,以及相对于入射光束的取向而与入射场无关,因此,对于每个确定的散射体,只需计算一次T矩阵值,就可以用于任何方向光入射和散射的计算。确定T矩阵的方法及计算 α_l^i 的具体公式描述冗长繁琐,具体可参看文献^[15]。

3 取向比对圆柱状冰晶粒子散射特性的影响

假定圆柱形粒子的取向在空间随机分布,并定义圆柱状粒子的取向比 α 为^[16]

$$\alpha = D/L, \quad (5)$$

其中 D 是粒子横截面的宽度; L 是粒子的长度。为了便于比较,选与圆柱状等表面积的球形粒子作为参考标准,其等效半径为 r_s ,计算不同等效半径的圆柱粒子的散射特性,如图1所示,其中 A 为粒子的

表面积。

在散射特性计算中,等效投影面积也常被采用,在空间随机取向的非凹形粒子,其投影面积等于其表面积的 1/4,等表面积与等投影面积的等效球尺寸是一样的。

表 1 列出了若干个等效的球形粒子尺度参量 $x_s = 2\pi r_s/\lambda$ 及与球形粒子等表面积、取向比分别为 0.2、0.4、0.6、0.8、1.0 的相应圆柱状粒子尺度参量

表 1 圆柱体的尺度参量 x_L 和 x_D 以及等表面积球尺度参量 x_s

Table 1 Size parameters of cylinder x_L, x_D , and the size parameter x_s of sphere with equal surface area

| x_s | x_L | x_D | x_s | x_L | x_D | x_s | x_L | x_D | α |
|-------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| 1.0 | 4.264 | 0.853 | 2.0 | 8.528 | 1.706 | 3.0 | 12.792 | 2.558 | 0.2 |
| | 2.887 | 1.155 | | 5.774 | 2.309 | | 8.660 | 3.464 | 0.4 |
| | 2.265 | 1.359 | | 4.529 | 2.717 | | 6.794 | 4.076 | 0.6 |
| | 1.890 | 1.512 | | 3.780 | 3.024 | | 5.669 | 4.536 | 0.8 |
| | 1.633 | 1.633 | | 3.266 | 3.266 | | 4.899 | 4.899 | 1.0 |
| 4.0 | 17.056 | 3.411 | 6.0 | 25.584 | 5.117 | 9.0 | 38.376 | 7.675 | 0.2 |
| | 11.547 | 4.619 | | 17.321 | 6.928 | | 25.981 | 10.392 | 0.4 |
| | 9.058 | 5.435 | | 13.587 | 8.152 | | 20.381 | 12.229 | 0.6 |
| | 7.559 | 6.047 | | 11.339 | 9.071 | | 17.008 | 13.607 | 0.8 |
| | 6.532 | 6.532 | 9.798 | 9.798 | 14.697 | 14.697 | 1.0 | | |

$$x_L = 2\pi L/\lambda \text{ 和 } x_D = 2\pi D/\lambda。$$

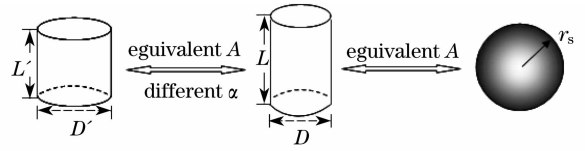


图 1 等表面积不同取向比的圆柱体与等表面积的球体
Fig. 1 Different aspect ratio cylinders and sphere with the same surface-area

3.1 取向比对圆柱状冰晶粒子散射相函数的影响

粒子的相函数表示被粒子散射的能量随散射角的分布,它和粒子大小、形状、折射率及入射波长等因素有关。图 2 展示了不同尺度 x_s 的柱状粒子,在取向比分别为 0.2、0.4、0.6、0.8、1.0 时,其散射相函数的变化,其中横、纵坐标分别表示散射角和散射强度,不同的线形表示不同取向比粒子的散射相函数。从图中可以看出:(1) 在尺度参数相同的条件下,粒子前向散射强度明显高于后向散射强度,说明

粒子散射的能量主要集中在前向(不对称因子大于 0),且随着粒子取向比的增加,粒子的前向散射强度逐渐增大,后向散射强度相应减小;(2) 在前向一定的角度范围内,粒子散射强度仍随取向比的增大而增强,而超过该角度范围,散射强度出现了波动,尺度越大,波动越剧烈,并且出现了多次交叉;(3) 不同取向比使散射相函数出现了不同的变化,但相函数变化的大体趋势比较一致,一般是前向最大,在约在 $80^\circ \sim 160^\circ$ (对不同尺度及取向比,角度范围略有

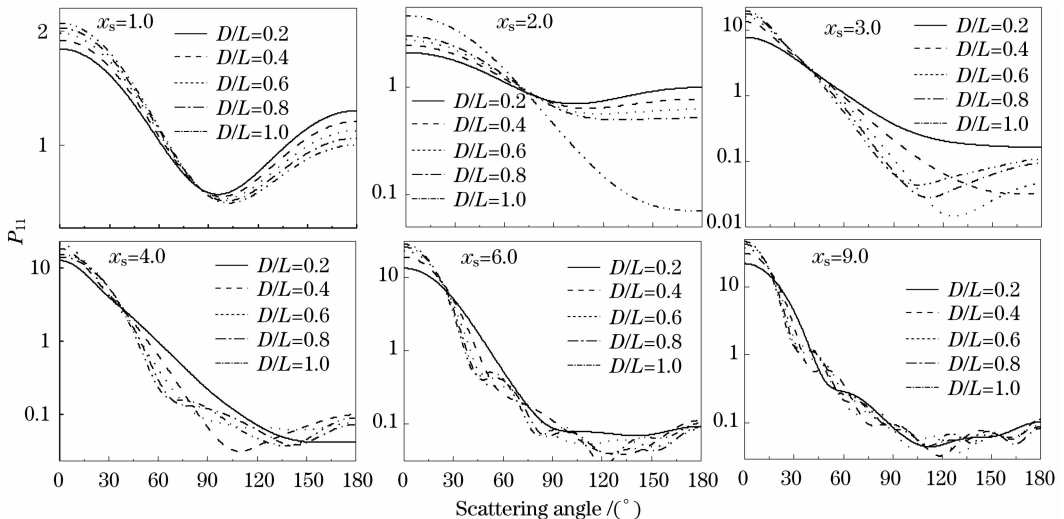


图 2 不同尺度不同取向比圆柱状冰晶粒子的散射相函数

Fig. 2 Phase functions of cylinder crystals with different size and aspect ratios

不同)之间,出现极小值,之后相函数值变化复杂,总的趋势是缓慢增大。通过分析可以看出,取向比对粒子散射相函数的分布有重要影响,例如,当尺度 $x_s=2.0$ 时,取向比为 1.0 的粒子与取向比为 0.2 的粒子相比,在散射角为零度时前者的散射强度约为后者的两倍。因此,在粒子散射特性的精确计算中有必要加以考虑。

除此之外,我们还发现了一个有趣的现象:在相同表面积等效球尺度下,不同取向比粒子的散射相函数的曲线都有一个交点,在该交点角度的粒子散射强度几乎不受取向比的影响。当粒子尺度很小时,如 $x_s=1.0$ 时,交点在散射角 90° 附近,并且随着粒子尺度的增加,交点所在的散射角度值逐渐向小角度移动。图 3 为拟合的该交点角度随等效尺度的变化,从中可以清楚地看到该交点随着粒子有效尺度的增大向前向靠近。不仅如此,我们在计算等表面积不同取向比椭球状粒子相函数的过程中也发现了这个规律,如图 4 所示,其中 a 和 b 分别为椭圆的

两半轴。在各种等效面积有效尺度下的椭球粒子,散射相函数也存在一个不随取向比变化的交点(散射角度)。为什么在相同的面积等效尺度下,不同取向比的粒子存在同一散射相函数交叉点角度,值得更进一步的探讨。

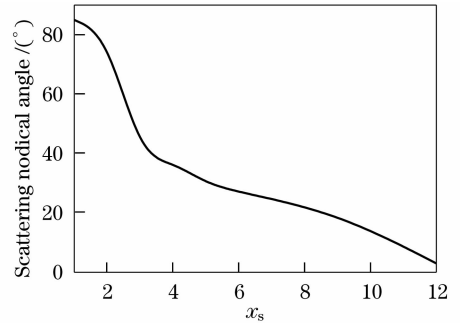


图 3 不同取向比圆柱状冰晶粒子散射相函数交点角度随表面积等效尺度的变化

Fig. 3 Nodal angle values of phase function of cylinder crystals with different size and aspect ratios as a function of the surface equivalent size

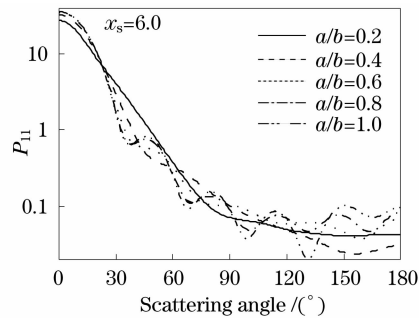
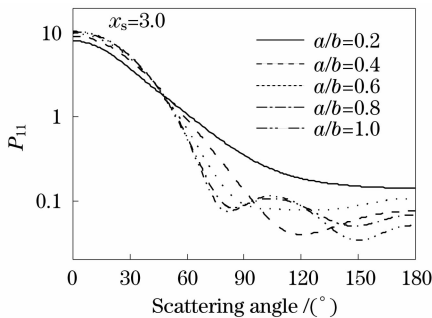


图 4 等表面积不同取向比椭球状冰晶粒子的相函数

Fig. 4 Phase functions of the same surface area spheroid crystals with various aspect ratios

3.2 取向比对圆柱体冰晶粒子消光效率、不对称因子、单次散射反照率的影响

表 2 列出了柱状冰晶粒子在取向比 $\alpha=0.4$, $x_L=5.774$, $x_D=2.309$ 、面积等效尺度 $x_s=2.0$ 时

的消光效率 Q_{ext} 、不对称因子 g 、单次散射反照率 ω_0 随取向比的变化。为了对比,我们还计算了等表面积、等体积及体积与投影面积比三种情况下的球形粒子相应的值。

表 2 圆柱体冰晶粒子的消光效率、不对称因子、单次散射反照率值

Table 2 Value of extinction efficiency, asymmetry parameter and single-scattering albedo of cylinder ice particle

| | Q_{ext} | g | $ \omega_0 - 1 $ |
|---|-----------|--------|----------------------|
| Cylinder | | | |
| $\alpha=0.4, x_L=5.774, x_D=2.309$ | 0.1980 | 0.4564 | 6.0×10^{-6} |
| $\alpha=0.6$, equivalent A, ($x_L=4.529, x_D=2.717$) | 0.2733 | 0.5267 | 1.0×10^{-7} |
| $\alpha=0.8$, equivalent A, ($x_L=3.780, x_D=3.024$) | 0.3077 | 0.5690 | 1.0×10^{-7} |
| $\alpha=1.0$, equivalent A, ($x_L=3.266, x_D=3.266$) | 0.3169 | 0.5851 | 3.6×10^{-7} |
| Spheres | | | |
| equivalent A ($x_s=2.0$) | 0.3903 | 0.6176 | $<10^{-7}$ |
| equivalent V ($x_v=11.423$) | 1.7857 | 0.7405 | 1.1×10^{-6} |
| equivalent V/A ($x_{V/A}=1.444$) | 0.1635 | 0.3290 | $<10^{-7}$ |

从计算结果可以看出:(1) 随着取向比的增加,消光效率和不对称因子都相应增大;(2) 在三种等

效方法中,只有体积和投影面积的比等效结果比较接近,但消光效率和不对称因子分别与圆柱体冰晶仍然

相差 16.5% 和 27.9%; (3) 使用等效体积计算出来的结果相差最大。由于冰的折射率虚部的值在 $0.55 \mu\text{m}$ 波长处非常小, 所以粒子的吸收截面很小, 单次散射反照率随粒子取向比几乎没有变化, 趋近于 1。

图 5 显示了圆柱体冰晶粒子在三种球形等效方法时的相函数, 同样可以看出, 用等效体积与投影面积的比计算出来的结果与圆柱体冰晶粒子的散射相函数比较接近, 而其他两种等效则相差甚远。由此可以看出: 在计算柱状粒子的散射特性时, 即使利用误差较小的等效体积和等效投影面积的比来代替非球形粒子, 也并非理想的选择。

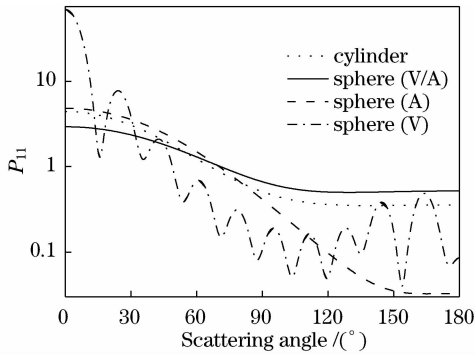


图 5 圆柱状冰晶粒子及在三种等效球形粒子的相函数
Fig. 5 Phase function of cylinder crystal and the spheres of equal surface area, equal volume and equal volume-to-surface-area

4 结 论

本文从 T 矩阵理论出发, 主要计算了柱状体冰晶粒子在小尺度参数范围, 粒子的散射特性(包括散射相函数、消光效率、不对称因子及反照率)随取向比的变化。通过分析计算结果发现, 不同尺度下, 取向比对柱状粒子散射特性的影响存在相似和差异, 消光效率及不对称因子随取向比的增大其值变化较大, 在粒子散射特性的精确计算中, 即使利用误差较小的等效体积和等效投影面积的比来代替非球形粒子, 结果也并不理想, 取向比对粒子散射特性的影响不能忽略。同时发现了相同等效球投影面积尺度不同取向比粒子的散射相函数有一交点角度的现象, 并且随着粒子尺度参数的增加, 交点所在的散射角度值逐渐向小角度移动。取向比作为影响非球形粒子散射特性的重要因素之一, 还存在很多不为人知的规律。随着对卷云辐射特性研究重要意义的提高, 建立更加精确的卷云中非球形粒子散射特性数据库越来越迫切, 因此, 对影响非球形粒子散射特性的因素要进一步分析, 本文的计算结果为建立圆柱

状冰晶粒子的散射特性数据库提供了参考依据。

参 考 文 献

- 1 K. N. Liou. Influence of cirrus clouds on weather and climate processes: A global perspective[J]. *Mon. Wea. Rev.*, 1986, **114**(6): 1167~1199
- 2 Q. Fu, P. Yang, W. B. Sun. An accurate parameterization of the infrared radiative properties of cirrus clouds for climate models[J]. *J. Climate*, 1998, **11**(9): 2223~2237
- 3 Q. Fu, W. B. Sun, P. Yang. Modeling of scattering and absorption by nonspherical cirrus ice particles at thermal infrared wavelength[J]. *J. Atmos. Sci.*, 1999, **56**(16): 2937~2947
- 4 P. Yang, K. N. Liou, K. Wyser *et al.*. Parameterization of scattering and absorption properties of individual ice crystals[J]. *J. Geophys. Res.*, 2000, **105**(D4): 4699~4718
- 5 P. Yang, B. C. Gao, B. A. Baum *et al.*. Radiative properties of cirrus clouds in the infrared (8~13 μm) spectral region[J]. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 2001, **70**: 473~504
- 6 P. Yang, M. G. Mlynczak, H. L. Wei *et al.*. Spectral signature of ice clouds in the far-infrared region: Single-scattering calculations and radiative sensitivity study[J]. *J. Geophys. Res.*, 2003, **108**(18): 4569
- 7 S. Chung, S. Ackerman, P. F. Van Delst *et al.*. Model calculations and interferometer measurements of ice-cloud characteristics[J]. *J. Appl. Meteor.*, 2000, **39**: 634~644
- 8 D. H. DeSlover, W. L. Smith, P. K. Piironen *et al.*. A methodology for measuring cirrus cloud visible-to-infrared spectral optical thickness ratios[J]. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 1999, **16**: 251~262
- 9 Gao Taichang, Liu Lei, Li Hao *et al.*. Effect of shape and character of aerosol on its near-infrared scattering characteristics [J]. *Journal of PLA University of Science and Technology*, 2007, **8**(3): 302~306
高太长, 刘磊, 李浩等. 近红外波段气溶胶粒子形状和性质对散射特性的影响[J]. *解放军理工大学学报(自然科学版)*, 2007, **8**(3): 302~306
- 10 Shao Shiyong, Huang Yinbo, Wei Heli *et al.*. Phase function of prolate spheroid mono-disperse aerosol particles [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(1): 108~113
邵士勇, 黄印博, 魏合理等. 单分散长椭球气溶胶粒子的散射相函数研究[J]. *光学学报*, 2009, **29**(1): 108~113
- 11 Tang Hong, Sun Xiaogang, Yuan Guibin *et al.* Application on circular cylinder particle size distribution based on anomalous diffraction approximation[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(3): 411~416
唐红, 孙晓刚, 原桂彬. 反常衍射近似在测量圆柱形粒子粒径分布中的应用[J]. *中国激光*, 2007, **34**(3): 411~416
- 12 K. N. Liou. *An Introduction to Atmospheric Radiation (Second Edition)* [M]. Guo Caili, Zhou Shijian Transl. 2004, *China Meteorological Press*
廖国男著, 郭彩丽, 周诗健译. *大气辐射导论(第2版)* [M]. 北京: 北京气象出版社, 2004
- 13 P. C. Waterman. Symmetry, unitarity. Geometry in electromagnetic scattering[J]. *Phys. Rev. D*, 1971, **3**(4): 825~839
- 14 M. I. Mishchenko, J. W. Hovenier, L. D. Travis *et al.*. *Light scattering by nonspherical particles: Theory, Measurements, and Applications* [M]. San Diego: Academic Press, 2000
- 15 M. I. Mishchenko, L. D. Travis. Capabilities and limitations of a current fortran implementation of the T-matrix method for randomly oriented rotationally symmetric scatters[J]. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 1998, **60**(3): 309~324
- 16 A. Ono. The shape and riming properties of ice crystals in natural clouds[J]. *J. Atmos. Sci.*, 1969, **26**(1): 138~147