

文章编号: 0253-2239(2009)05-1143-06

点目标成像自适应光学随机并行梯度下降 算法性能指标与收敛速度

陈 波^{1,2} 杨慧珍^{1,2} 张金宝^{1,2} 李新阳¹ 姜文汉¹

(¹ 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209; ² 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要 在自适应光学中,随机并行梯度下降(SPGD)算法通过对系统的性能指标直接优化从而校正波前像差,具有很强的应用潜力。在点目标成像自适应光学系统中,SPGD算法经常采用强度分布平方和、平均半径和环围能量作为系统的性能指标进行优化。利用数值仿真分析了三种性能指标与畸变波前的均方根之间的关系。建立了一套实验平台,通过静态波前畸变校正实验,分析了 SPGD 算法采用以上三种不同的性能指标时的校正效果。实验结果与前面的数值仿真结果一致,表明 SPGD 取平均半径作为性能指标进行优化时效果较好。实验还分析了控制通道数目对收敛速度的影响。结果表明随着控制通道数目的增加性能指标曲线收敛所需的迭代次数显著增加,与驱动器个数的平方根之间存在一个近似的线性关系。

关键词 自适应光学; 随机并行梯度下降算法; 性能指标; 收敛速度

中图分类号 TP273.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092905.1143

Performances Index and Convergence Speed of Parallel Gradient Descent Algorithm in Adaptive Optics of Point Source

Chen Bo^{1,2} Yang Huizhen^{1,2} Zhang Jinbao^{1,2} Li Xinyang¹ Jiang Wenhan¹

(¹ Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China)
(² Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract The stochastic parallel gradient descent (SPGD) algorithm can be used to correct phase distortion by optimizing the system performance index directly, so it is a promising control algorithm for adaptive optics (AO) system. In the point-source adaptive optics based on SPGD algorithm, the quadratic sum of intensity, the mean radius and encircled energy are usually used as the system performance index. The relation between the three performance index and the RMS value of aberrant wavefront are analyzed using numerical simulation. Then an adaptive optics experimental system is set up and the static phase-distortion correction experimental is carried out to research three performance index of SPGD algorithm. The experiment results show that the mean radius is the most efficient as the system performance index compared with the other two, which is accordant with the result of numerical simulation previously. The relation between the speed of convergence and control channel number is also researched. The experimental results show that the iteration amount required by convergence of performance index curve is increased remarkably when the control channel number is increased, and it is approximately proportional to square root of control channel number.

Key words adaptive optics; stochastic parallel gradient descent (SPGD) algorithm; performance index; convergence speed

1 引 言

目前,大多数自适应光学系统都是采用波前传感器来探测波前畸变信息。这类技术在硬件上比较

复杂,不利于自适应光学的低成本化和简单化。因此,不依赖于波前传感器而直接对系统性能进行优化的自适应光学技术成为近年来的研究热点。国外

收稿日期: 2008-08-08; 收到修改稿日期: 2008-10-21

作者简介: 陈 波(1984—),男,博士研究生,主要从事自适应光学技术研究。E-mail: chenbo182001@163.com

导师简介: 李新阳(1971—),男,博士,研究员,主要从事自适应光学等方面的技术研究。E-mail: xyli@ioe.ac.cn

和国内的大量研究表明,在自适应光学中,随机平行梯度下降 (SPGD) 算法易于实现,是一种极具应用潜力的算法。美国的 M. A. Vorontsov 等人从数值仿真和实验两方面分析了 SPGD 算法用于扩展目标成像的自适应光学静态扰动校正^[1]。G. W. Carhart 等人在提高 SPGD 收敛速度方面做了大量的数值仿真和分析研究^[2]。M. A. Vorontsov 从理论上分析了 SPGD 算法^[3],并用大规模集成电路 (VLSI) 实现了该算法,进行了点源成像和光束传输静态和动态扰动实验。Piotr Piatrou 等人对 SPGD 算法在闪烁和强烈大气扰动情况下的应用做了大量的数值仿真^[4]。国内,中国科学院光电技术研究所和国防科技大学等单位从 2005 年开始,对 SPGD 算法做了大量的研究^[5-9]。

在 SPGD 算法中性能指标的选取非常重要,不同的性能指标对算法校正效果的影响非常明显。对于点目标成像自适应光学,SPGD 算法主要采用的性能指标如远场强度分布的平方和、斯特列尔比和平均半径^[4]、环围能量^[10]等。由于斯特列尔比等一些性能指标在实际系统中不容易得到,所以在实际的点目标成像系统中通常采用强度分布的平方和、环围能量和平均半径作为性能指标。本文对比分析了 SPGD 算法采用上述三种实用的性能指标时的收敛速度和校正效果。此外,大量文献表明,SPGD 算法的收敛速度与驱动器单元数有很大的关系,随着控制通道数的增加,收敛速度显著变慢^[1],算法的收敛速度与控制通道数目的平方根之间存在一个近似线性的关系^[2,3]。本文用实验的方法分析了变形镜驱动单元数目与算法收敛速度之间的关系。

2 SPGD 算法及性能指标

2.1 SPGD 算法

在自适应光学中,SPGD 算法利用性能指标的变化量和控制参量的变化量对控制参量的梯度进行估计,通过迭代在该梯度方向上进行搜索,最终找到性能指标的极值,完成对像差的校正。在本实验中采用如下式所示的 SPGD 算法更新变形镜上的校正电压

$$\mathbf{u}^{(n)} = \mathbf{u}^{(n-1)} + k \Delta \mathbf{u}^{(n)} \Delta J^{(n)}, \quad (1)$$

式中 $\mathbf{u}^{(n)} = [u_1^{(n)}, \dots, u_j^{(n)}, \dots, u_N^{(n)}]$ 和 $\mathbf{u}^{(n-1)} = [u_1^{(n-1)}, \dots, u_j^{(n-1)}, \dots, u_N^{(n-1)}]$ 分别为第 n 次和第 $(n-1)$ 次闭环迭代时施加到变形镜的 N 个驱动器上的校正电压向量; k 为增益常数; $\Delta \mathbf{u}^{(n)} = [\Delta u_1^{(n)}, \dots, \Delta u_j^{(n)}, \dots, \Delta u_N^{(n)}]$ 为第 n 次迭代时施加的随机扰动电压向量,各 $\Delta u_j^{(n)}$ 相互独立且同为伯努利分布^[2],即各分

量的幅值相等 $|\Delta u_j^{(n)}| = \sigma$, $\Pr(\Delta u_j^{(n)} = \pm \sigma) = 0.5$; $\Delta J^{(n)}$ 为系统性能指标的变化量。

在第 n 次迭代时,首先生成扰动电压 $\Delta \mathbf{u}^{(n)}$,把电压 $\mathbf{u}^{(n-1)} + \Delta \mathbf{u}^{(n)}$ 加到变形镜上,采集图像并计算性能指标 $J_+^{(n)}$;类似地把电压 $\mathbf{u}^{(n-1)} - \Delta \mathbf{u}^{(n)}$ 施加到变形镜上计算性能指标 $J_-^{(n)}$;然后计算 $\Delta J^{(n)} = J_+^{(n)} - J_-^{(n)}$;然后根据(1)式计算校正 $\mathbf{u}^{(n)}$,将 $\mathbf{u}^{(n)}$ 加到变形镜上,采集图像计算性能指标 J ,完成一次迭代^[5,9]。

2.2 性能指标

在点目标成像自适应光学中,经常采用如下几种常用的性能指标^[5,10]:

$$S_1 = \iint I^2(x, y) dx dy, \quad (2)$$

$$S_2 = \frac{\iint \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}, \quad (3)$$

$$S_3 = \iint_R I(x, y) dx dy, \quad (4)$$

$$S_4 = \frac{I(x_0, y_0)}{I_0(x_0, y_0)}, \quad (5)$$

$$S_5 = \iint I_0(x, y) I(x, y) dx dy, \quad (6)$$

$$S_6 = \iint M(x, y) I(x, y) dx dy. \quad (7)$$

上述各式中, $I(x, y)$ 和 $I_0(x, y)$ 分别为畸变波前远场光强分布和理想波前远场光强分布, $I(x_0, y_0)$ 和 $I_0(x_0, y_0)$ 分别为光强峰值。 $M(x, y)$ 为光阑的通过率函数。 (x', y') 为光强分布的质心, R 表示积分圆域的半径。由于 $I_0(x, y)$ 和 $I_0(x_0, y_0)$ 在实际系统中不易得到,所以 S_4 和 S_5 不实用, S_3 和 S_6 是同一类型,即环围能量。所以在实验中采用了强度分布的平方和、平均半径和环围能量三种性能指标进行分析,即 S_1 、 S_2 和 S_3 ,分别记作 J_1 、 J_2 和 J_3 。实验中以质心为中心截取 256×256 像面大小进行计算,为了便于计算, R 采用以理想衍射的艾里斑直径为宽的方形区域。

根据参考文献[4], J_1 是像清晰度函数,自适应光学系统如果使 J_1 达到最大值,就校正了波前畸变。根据参考文献[5], J_2 为平均半径,它给出了远场强度的分布信息,当 J_2 达到最小值就校正了波前畸变。 J_3 是环围能量,当 J_3 达到最大值时就校正了波前畸变。当取 J_1 、 J_3 作为性能指标时,(1)式中的 k 取正数,取 J_2 作为性能指标时, k 取负数。

利用 N. Roddier 提出的方法^[11] 和前 65 阶泽尼克多项式,随机生成具有 Kolmogorov 湍流功率

谱特性、不同均方根值的波前像差,统计分析了上述三种性能指标与波前均方根值之间的关系。为了便于比较三种性能指标随波前像差 RMS 变化的趋势,对三种性能指标作了归一化处理,同时由于 $1 - J_2$ 与 J_2 的斜率值相差一个负号,所以用 $1 - J_2$ 的斜率代替。图 1 为归一化后的数值分析结果, λ 为光波长。可以看出,当像差较小时,即畸变波前的 RMS 小于 0.5 倍波长时,三种性能指标对波前 RMS 大小的变化都非常敏感,其中 J_1 的敏感度最高, J_2 的敏感度不如 J_1, J_3 ; 当畸变波前的均方根值 RMS 位于 0.5 个波长到 1 个波长时, J_2 随像差大小的变化的近似为线性,敏感度较高, J_1, J_3 的敏感度明显变差,且 J_3 略好于 J_1 ; 当像差较大,即畸变波前的均方根值 RMS 大于 1 个波长时, J_2 对像差大小的变化很敏感, J_1, J_3 随像差的变化几乎不变,敏感度非常低。因此,从上述分析可知,当像差较大时, J_2 作为性能指标的敏感度较好。

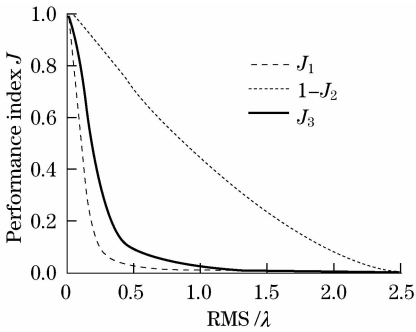


图 1 三种性能指标随波前均方根值的变化趋势
Fig. 1 Trend of three performance index along with the RMS of distorted wavefront

3 实验平台

图 2 为点目标成像的实验平台示意图,系统主要由点光源及扩束系统、CCD 成像系统、计算机、61 单元变形镜等组成。计算机内有图像采集卡和 D/A 卡,在计算机内实现 SPGD 算法。激光器的波长 λ 为 532 nm;等效焦距 f 为 8.86 m;变形镜的有效口径为 120 mm,驱动器排布如图 3 所示;CCD 探测器的帧频为每秒 25 帧,像素数为 768×576 ,靶面大小为 $6.6 \text{ mm} \times 4.73 \text{ mm}$ 。图中的静态像差扰动通过一个具有固定像差的相位屏引入。

光从激光器发出,经反射镜 M1、M2、透镜 L1、分光棱镜 BSp、反射镜 M3、M4、透镜 L2 扩束为 $\phi 120 \text{ mm}$ 平行光,再由变形镜反射,经 L2、M4、M3、BSp、透镜 L3 至 CCD 成像。CCD 探测到的光强信号,经过图像采集卡

采集到计算机内,根据 SPGD 算法计算出校正电压,电压信号由两块 32 通道的 D/A 卡并行输出,经过高压放大驱动 61 单元变形镜校正像差。

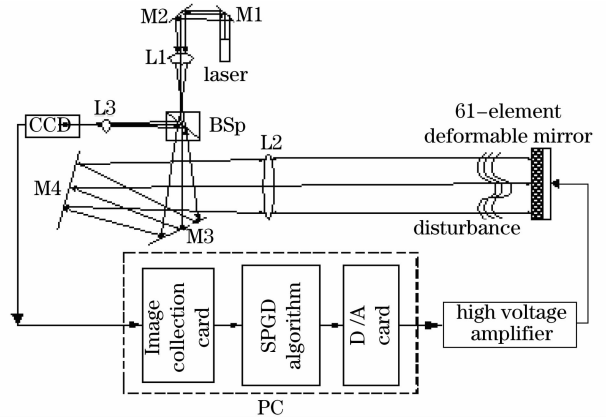


图 2 基于 SPGD 算法的实验平台
Fig. 2 Adaptive optics experimental system based on SPGD algorithm

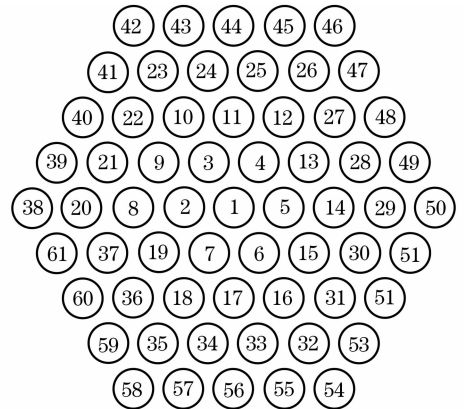


图 3 61 单元变形镜驱动器排布
Fig. 3 Actuator arrangement of 61-element DM

4 实验数据与分析

4.1 三种性能指标实验对比

在点目标成像自适应光学中,通常采用斯特列尔比和半峰全宽(FWHM)等作为自适应光学校正后效果的评价依据^[4]。由于半峰全宽与光强的起伏无关,同时背景噪声的对其影响不大,在本工作中更适合作为评价指标,所以本文中选取半峰全宽作为校正效果的评价依据。实验中,SPGD 算法分别采用上述三种指标对相同的像差进行校正。通过遮拦分别利用变形镜中间 7 个、19 个、37 以及全部 61 个驱动器,有效通光口径依次约为 40 mm、66.7 mm、93.3 mm、120 mm,计算得知,衍射极限半峰全宽分别为 14.02、8.41、6.01 和 4.67 个像素大小,艾里斑的直径分别为 34.22、20.54、14.67 和 11.41 个像素

大小。

根据参考文献[9]可知,(1)式中,如果 $\Delta u^{(n)}$ 取值太小性能指标值的变化将小于噪声起伏,导致收敛速度太慢;而取值太大,性能指标变化曲线抖动起伏较大, k 较小时,收敛速度相对缓慢,但能够做到全局收敛; k 大时,收敛速度快,但不易做到全局收敛,性能指标曲线抖动越明显。从图 1 可以看出,在闭环校正前期像差较大, J_1, J_2 敏感度很低, k 较小时导致收敛速度太慢,所以 k 应该取大一些;在闭环校正后期,像差较小, J_1, J_2 敏感度很高, k 取值太大,性能指标曲线抖动越明显,不易做到全局收敛,所以 k 应该取小一些。因此,在实验中,通过多次调整,将 $\Delta u^{(n)}$ 和 k 取一个合适的值。

表 1 为当驱动器个数分别为 7、19、37 和 61 时, J_1, J_2 和 J_3 作为性能指标校正后的半峰全宽,可以看出 J_2 作为性能指标闭环校正后结果略好于其它两种。为了比较三种性能指标曲线的收敛速度,定义上升时间 T_r 为性能指标从初始值上升或下降到收敛值的 80% 所需要的迭代次数。表 2 为当驱动器个数分别为 7、19、37 和 61 时, J_1, J_2 和 J_3 作为性能指标时的上升时间,其中可以看出 J_2 作为性能指标上升时间显著少于其他两种性能指标。图 4 为当驱动器个数是 19 时,三种性能指标的收敛曲线。图 5 为当驱动器个数是 19 时,校正前远场和分别取三种性能指标校正后的远场。

从表 1、表 2 和图 4 可以看出:(1) SPGD 算法采用上述三种性能指标均可以很好的校正静态像差, J_2 作为性能指标校正的结果最好,其次为 J_1 ;(2) J_2 作为性能指标进行优化时,上升时间显著少于其他两种性能指标;(3) 在校正初期, J_2 收敛很快, J_1, J_3 变化比较缓慢,在校正后期 J_1, J_3 变化较快, J_2 变化很缓慢。

表 1 驱动单元数目为 7、19、37、61 时利用三种性能指标分别校正后远场的半峰全宽对比

Table 1 Comparisons of the FWHM (CCD pixel) of the far field image after correction when the driver number is 7, 19, 37, 61

	7-element	19-element	37-element	61-element
J_1	19	13	12	10
J_2	18	11	10	9
J_3	20	14	12	11

表 2 驱动单元数目为 7、19、37、61 时三种性能指标的收敛速度

Table 2 Rising time T_r (iteration number) of three performance index when the driver number is 7, 19, 37, 61

	7-element	19-element	37-element	61-element
J_1	30	54	105	145
J_2	6	15	20	25
J_3	33	57	79	123

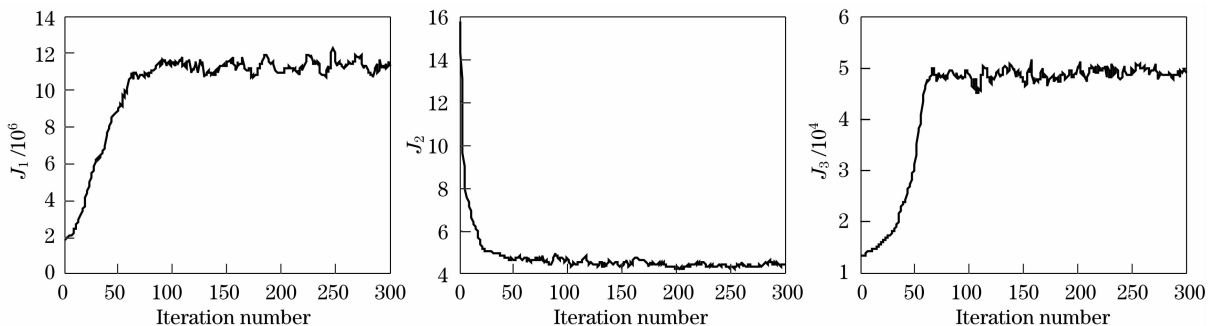


图 4 三种性能指标的收敛曲线

Fig. 4 Evolution curve of J_1, J_2 , and J_3 versus iteration number

从校正结果来看, J_2 作为性能指标进行校正的结果略好于其它两种。结合前面的理论分析,在校正后期像差变小, J_3 和 J_1 对像差的变化比较敏感,而(1)式中的 k 固定不变,导致步长偏大,所以 J_3 和 J_1 难以收敛到更好的值;而 J_2 作为性能指标随波前均方根值的变化近似为线性,固定 k 影响不大,所以可以平稳收敛于一个较好的值。此外,与其它两种指标相比,由于 J_3 只利用远场光强分布的局部信息,所以更容易陷入局部极值,

所以校正效果最差。

从收敛速度来看, J_2 作为性能指标进行优化时,上升时间显著少于其他两种性能指标。根据前面的理论分析可知,当(1)式中的 k 固定不变时,在校正初期像差较大, J_3 和 J_1 对像差的变化不敏感,所以变化较慢,在校正后期像差变小, J_3 和 J_1 对像差的变化比较敏感,收敛的速的加快; J_2 作为性能指标随波面均方根值的变化近似为线性,所以像差较大时,收敛速度较快。实验结果与理论分析基本

一致, J_2 作为性能指标要好于其他两种。同时, 对于实际的系统, 图像采集的时间占每次扰动时间的

80%以上^[10], 所以选取不同的性能指标对于每次迭代的时间几乎没有影响。

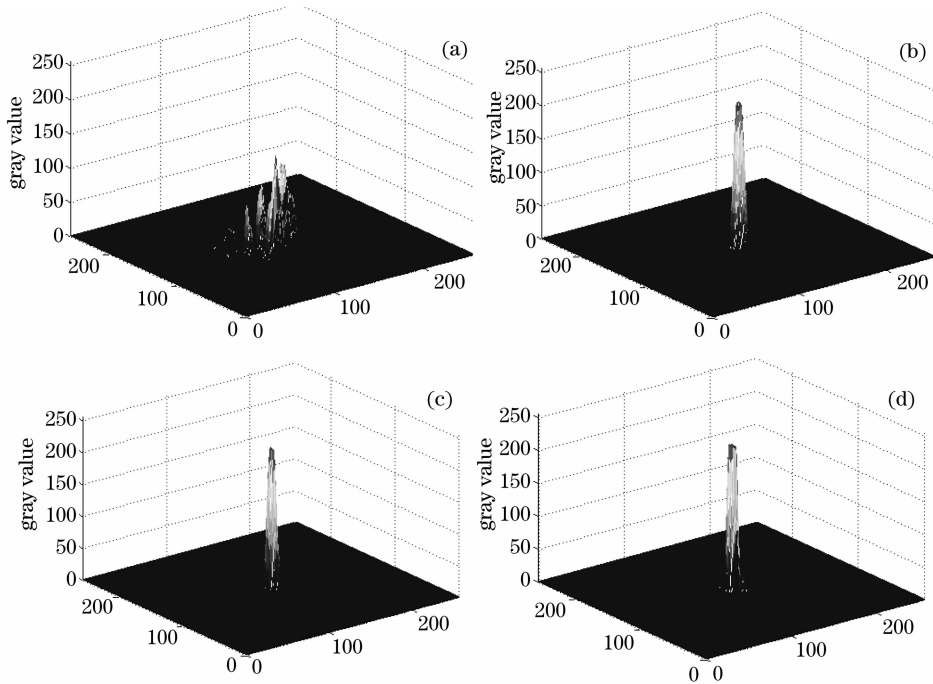


图 5 驱动器个数是 19 时的远场。(a)校正前的远场; (b) J_1 作为性能指标校正后的远场; (c) J_2 作为性能指标校正后的远场; (d) J_3 作为性能指标校正后的远场

Fig. 5 Far field when the driver number is 19. (a) the far field image before correction; (b) the far field image after correction when J_1 is used; (c) the far field image after correction when J_2 is used; (d) the far field image after correction when J_3 is used

4.2 收敛速度与控制通道数目的关系

图 6 为三种性能指标的上升时间与变形镜 (DM)驱动器个数(控制通道个数)之间的关系。从表 3 和图 6 可以看出, (1) 不论取哪一种性能指标, 随着驱动器单元数目的增加, 闭环校正上升时间增加; (2) J_2 作为性能指标闭环校正的上升时间最短, 随着驱动器个数的增加涨幅最小。根据参考文献[2]和[3], SPGD 算法的收敛速度和控制通道数目 N 的平方根约为正比关系。根据表 3, 在最小二

乘意义下利用一阶多项式拟合可知, 当 J_1 作为性能指标时上升时间 $T_r \approx 19.0 \sqrt{N}$; 当 J_2 作为性能指标时上升时间 $T_r \approx 3.33 \sqrt{N}$; 当 J_3 作为性能指标时上升时间 $T_r \approx 15.1 \sqrt{N}$ 。图 6 是根据以上的拟合结果所做的三种性能指标的上升时间与变形镜驱动器个数(控制通道个数)之间的关系曲线, 可以进一步看出, 随着驱动器个数的增加 J_2 作为性能指标时上升时间涨幅最小。

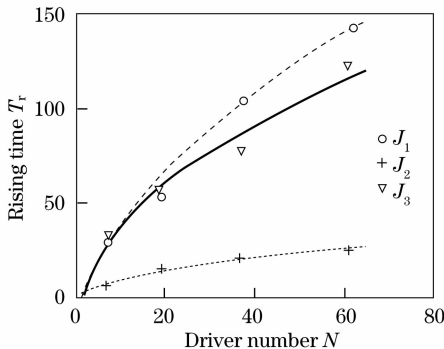


图 6 驱动单元数目与性能指标上升时间的关系
Fig. 6 Relation between the rising time and the number of the DM driver

5 结 论

本文针对点源成像自适应光学, 分析了 SPGD 算法的性能指标和收敛速度的关系。通过数值仿真分析了三种常用的性能指标的特点, 然后建立了一套实验系统, 进行了相应的实验研究。理论分析和实验结果均表明, SPGD 算法可以有效的校正静态相差, 取平均半径即 J_2 作为系统性能指标进行优化时, 收敛速度最快, 而且校正过程较为平稳。在闭环校正过程中应当根据性能指标随像差大小的变化趋势, 实时调整参数 k , 这样才能使 SPGD 算法在动态校正中有较好的效果, 所以还需要分析如何实时调

整 k 。同时,随着自适应光学技术的发展,变形镜驱动器个数会大幅度增加,这样算法的收敛速度会显著降低,所以还需要进一步研究如何提高收敛速度,例如利用泽尼克模式法^[2]等。

参 考 文 献

- 1 M. A. Vorontsov, G. W. Carhart. Adaptive phase-distortion correction based on parallel gradient descent optimization[J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(12): 907~909
- 2 G. W. Carhart, J. C. Ricklin, V. P. Sivokon *et al.*. Parallel perturbation gradient descent algorithm for adaptive wavefront correction[C]. *Proc. SPIE*, 1997, **3126**: 221~227
- 3 M. A. Vorontsov, G. W. Carhart. Adaptive optics based on analog parallel stochastic optimization: analysis and experimental demonstration[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, **17**(8): 1440~1453
- 4 Piotr Piatrou, Michael Roggemann. Beaconless stochastic parallel gradient descent laser beam control: numerical experiments[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(27): 6831~6842
- 5 Yang Huizhen, Li Xinyang, Jiang Wenhan. Simulation and analysis of stochastic parallel gradient descent control algorithm for adaptive optics[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1355~1360
杨慧珍,李新阳,姜文汉. 自适应光学系统随机并行梯度下降控制算法仿真与分析[J]. *光学学报*, 2007, **27**(8):1355~1360
- 6 Yang Huizhen, Li Xinyang, Jiang Wenhan. Comparison of several stochastic parallel optimization control algorithm for adaptive optics [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2008, **20**(1):11~16
杨慧珍,李新阳,姜文汉. 自适应光学系统几种随机并行优化控制算法比较[J]. *强激光与粒子束*, 2008, **20**(1):11~16
- 7 Huizhen Yang, Xinyang Li, Wenhan Jiang. High resolution imaging of phase-distorted extended object using SPGD algorithm and deformable mirror[C]. *SPIE*, 2007, **6834**(11): 1~9
- 8 Yang Huizhen, Cai Dongmei, Chen Bo *et al.*. Analysis of adaptive optics techniques without a wave-front sensor and its application in atmospheric laser communications[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(5):680~684
杨慧珍,蔡冬梅,陈波等. 无波前传感自适应光学技术及其在大气光通信中应用分析[J]. *中国激光*, 2008, **35**(5):680~684
- 9 Yang Huizhen, Chen Bo, Li Xinyang *et al.*. Experimental demonstration of stochastic parallel gradient descent control algorithm for adaptive optics[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2):205~210
杨慧珍,陈波,李新阳等. 自适应光学系统随机并行梯度下降控制算法实验研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(2):205~210
- 10 Zhou Renzhong, Yan Jixiang, Zhao Dazun. *Adaptive Optics* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1996
周仁忠,阎吉祥,赵达尊. 自适应光学[M]. 北京:国防工业出版社,1996
- 11 N. Roddier. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials[J]. *Opt. Eng.*, 1990, **29**: 1174~1180