

一种异质材料介电常数的非线性理论研究

武立华 王政平 张祥丽

(哈尔滨工程大学理学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要 研究了嵌入在非线性介质中的、由金属线和谐振环构成的具有二维周期性结构的异质材料的介电常数的非线性, 计算得到了该有效介电常数实部和虚部对外场变化的非线性响应。结果表明, 这种异质材料介电常数的实部对外磁场的响应具有回滞效应; 在一定条件下, 这种结构的属性可在右手材料、左手材料、电单负材料与磁单负材料之间转换, 且这种转换可用适当选择在某些特定频率范围内的外磁场强度的方式控制。这种现象可能被用于实现微波或光学开关器件。

关键词 非线性光学; 回滞效应; 有效介电常数; 异质材料

中图分类号 O437.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092904.1038

Theoretical Research on Epsilon's Nonlinearity of a Metamaterial's Permittivity

Wu Lihua Wang Zhengping Zhang Xiangli

(Science School, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract The epsilon's nonlinearity of permittivity and its effects upon the characteristics of a two-dimensional composite created by arrays of wires and split-ring resonators embedded into a nonlinear dielectric were reported. The dependences of the real part and imaginary part of the effective permittivity of the structure on the varying external magnetic field strength were calculated. It is demonstrated that the real part of the effective permittivity has hysteresis structures. This property of permittivity results in the switching of the composite among right-handed materials, left-handed materials, epsilon-negative materials, and mu-negative materials under different conditions, which can be controlled by a proper choice of the external magnetic-field strength (intensity of incident electromagnetic waves) in a certain frequency range. This phenomenon can be used to realize the micro-wave or optical switching devices.

Key words nonlinear optics; hysteresis effect; effective permittivity; metamaterial

1 引言

早在 20 世纪 40 年代, 就有人提出了负折射的概念^[1]。Veselago 报告了同时具有负介电常数和负磁导率的介质(称为双负材料, Double negative material; DNG)的电动力学性质, 指出这种介质具有奇异的物理特性如: 反多普勒效应、负折射、反切伦柯夫辐射等^[2]。因为在这种物质中, 波矢、电场强度与磁场强度三者之间遵循左手螺旋关系, 故亦称这种材料为左手材料(left-handed materials, LHM)。人们分别在理论^[3,4]和实验^[5]上证明了实

现 LHM 的可能性。尤其是用金属线(Wires)和裂环谐振器(split ring resonators, SRR)构成的周期性结构在微波波段可分别实现负介电常数和负磁导率, 且由因果关系知此材料的折射率为负值。目前, 国际上学者将由人工设计的、具有特异电磁性质的结构安排制备形成的材料统称为异质材料(metamaterial), 其中除了 LHM 外, 还包括那些仅有负的介电常数的材料(称为电单负材料, epsilon-negative, ENG)及仅有负的磁导率的材料(称为磁单负材料, mu-negative, MNG)。相应地将同时具

收稿日期: 2008-07-08; **收到修改稿日期**: 2008-08-22

作者简介: 武立华(1979—), 博士研究生, 讲师, 主要从事左手材料研究。E-mail: wulihua@hrbeu.edu.cn

导师简介: 王政平(1949—), 男, 教授, 博士研究生导师, 主要从事异质材料领域研究。

E-mail: zpwang@hrbeu.edu.cn

有正介电常数和正磁导率的介质称为双正材料 (Double positive materials, DPS) 或右手材料 (Right handed materials, RHM)。

大多数对异质材料的研究还主要集中在其线性特性方面,即认为材料的介电常数和磁导率与外加电场和磁场强度之间呈线性关系。近年来,人们也开展了对异质材料非线性光学特性的研究。2003年 Zharov 等人首次分析了由金属线和裂环谐振器构成的二维周期性结构的非线性特性^[6],给出了磁导率与外场强度的非线性关系。该研究结果激起了人们研究非线性异质材料的浓厚兴趣。随后研究者们对于异质材料在二次谐波产生^[7,8]、三波混频现象^[9]、四波混频现象^[10]、光孤子特性^[11]及等非线性光学分支领域中的特性分别开展了研究。关于异质材料非线性现象的应用如光学双稳态^[12,13]、超短脉冲的传输特性^[14]等的研究也有报道。

本文研究了嵌入在非线性电介质中的、由金属线和 SRR 构成的二维周期性结构异质材料介电常数的非线性特性,计算得到了该有效介电常数实部和虚部对外磁场变化的非线性响应。讨论了该异质材料对某一频率范围内的入射电磁波在 RHM、LHM、ENG 与 MNG 材料之间的跳变。这种现象可能被用于实现微波或光学开关器件。

2 模型及理论分析

图 1 为由金属线和 SRR 构成的二维周期性异质材料的结构示意图^[6]。在外磁场存在情况下,该异质材料的非线性本征频率 ω_{NOL} 为^[6]

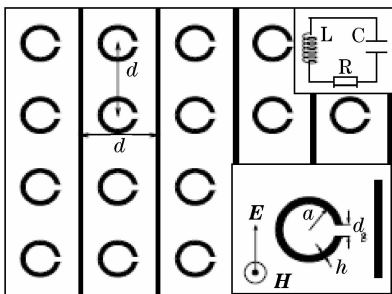


图 1 金属线与 SRR 阵列构成的异质材料的结构示意图。其中右上角插图 SRR 的等效 LC 振荡电路,右下角为周期性结构单元及理论推导时采用的几何参量

Fig. 1 Schematic of the metamaterial created by arrays of wires and SRRs. The right upper inset shows the SRRs equivalent oscillator while the right lower inset shows a unit cell of the periodic structure with the parameters used in the derivation

$$\omega_{\text{NOL}}(\mathbf{H}) = \left(\frac{c}{a}\right) \sqrt{\frac{d_g}{\pi h \epsilon_D (|\mathbf{E}_g(\mathbf{H})|^2)}}, \quad (1)$$

其中 \mathbf{E}_g 是填充于 SRR 间隙间非线性介质中的电场强度,其随外磁场作非线性变化。

该异质材料的非线性响应由两个因素决定:第一个是非线性电介质介电常数随外电场强度的变化 $\epsilon_D = \epsilon_D(|\mathbf{E}|^2)$;第二个是 SRR 的每个狭缝间电容随局域电场的变化导致的非线性本征频率的变化[如(1)式与(3)式]。其有效介电常数表达式^[6]为

$$\epsilon_{\text{eff}}(|\mathbf{E}|^2) = \epsilon_D(|\mathbf{E}|^2) - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\gamma_e)}, \quad (2)$$

式中 ω_p 是等离子频率, γ_e 为电损耗系数。由(2)式可知,通过变化外场可以改变该异质材料有效介电常数的符号。利用(1)式和(2)式可得到有效介电常数与非线性本征频率 ω_{NOL} 的关系为

$$\epsilon_{\text{eff}}(|\mathbf{E}|^2) = \left(\frac{c}{a}\right)^2 \frac{d_g}{\pi h \omega_{\text{NOL}}^2(\mathbf{H})} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\gamma_e)}. \quad (3)$$

当非线性电介质具有克尔非线性效应(如钛宝石)时,介质介电常数可表示为 $\epsilon_D(|\mathbf{E}|^2) = \epsilon_{D0} + \alpha |\mathbf{E}|^2/E_c^2$,其中 ϵ_{D0} 是线性介电常数, $\alpha = \pm 1$ 分别代表克尔聚焦或非聚焦情况, E_c 为非线性电介质的特征电场强度值^[15]。非线性本征频率随外磁场的变化关系为^[6]

$$|\mathbf{H}|^2 = \alpha A^2 E_c^2 \frac{(1 - X^2) \left[\left(X^2 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \gamma^2 \right]}{X^6}, \quad (4)$$

其中 $A^2 = 16\epsilon_{D0}^3 \omega_0^2 h^2 / c^2$, $\omega_0 = (c/a) [d_g / (\pi h \epsilon_{D0})]^{1/2}$ 为该异质材料的线性本征频率; $X = \omega_{\text{NOL}} / \omega_0$; γ 为磁损耗系数。(3)式和(4)式表征了有效介电常数随外磁场的变化。

3 有效介电常数随外磁场变化的非线性关系

根据以上理论分析结果可以计算出该异质材料的有效介电常数对外磁场的响应。当 $a = 0.5 \text{ cm}$, $h = 0.05 \text{ cm}$, $d_g = 0.01 \text{ cm}$ 时,图 2 分别给出了有效介电常数实部在聚焦介质和散焦介质情况下的非线性特性。

图 2(a)给出了在聚焦($\alpha = 1$)且 $\omega_0 < \omega < \omega_p$ 情况下,有效介电常数实部随外磁场强度的变化情况。由该图可见,有效介电常数实部值随外磁场强度增加而变大;介质中存在的电损耗使得有效介电常数

实部值比无损情形下的对应值略大。同时考虑文献[6]中的图 2(a) 中显示的结果可知,当 $|\mathbf{H}|^2/E_c^2$ 的

值小于 0.004 时,该异质材料是 MNG 材料;当该比值大于 0.004 时,该异质材料是 RHM。

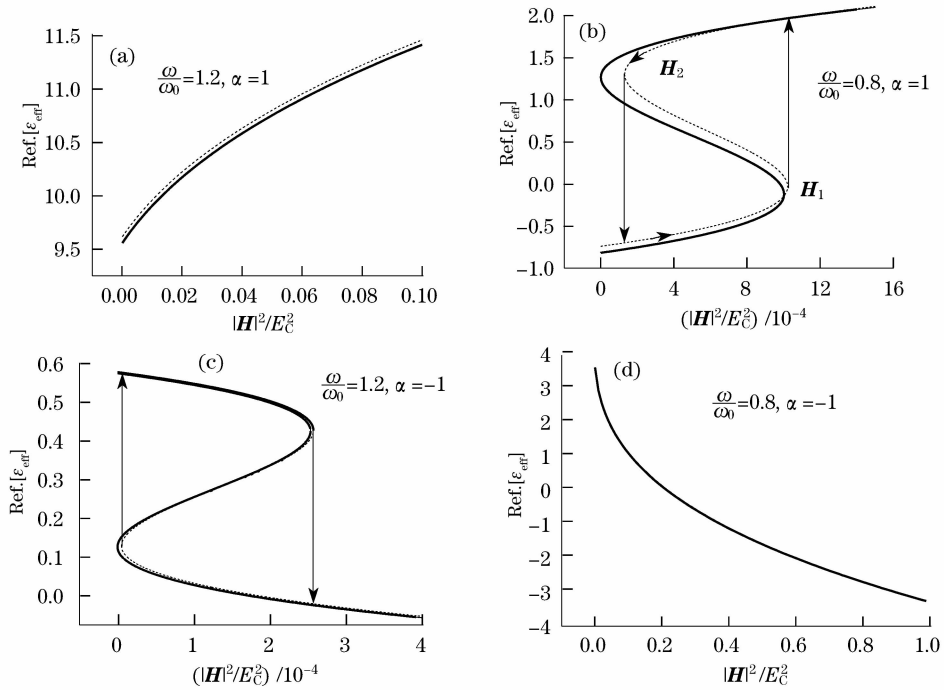


图 2 有效介电常数实部随外磁场强度的变化。实线: $\gamma_e=0$; 虚线: $\gamma_e=0.1\omega_p$

Fig. 2 The real part of the effective permittivity versus strength of external magnetic field. Solid: $\gamma_e=0$; dash: $\gamma_e=0.1\omega_p$

图 2(b) 为聚焦 ($\alpha=1$) 且 $\omega < \omega_0 < \omega_p$ 的情况下,有效介电常数实部随外磁场强度的变化情况。由于非线性本征频率的平方是外磁场的三值函数,有效介电常数实部在磁场变化过程中有一回滞过程。即随着外磁场强度的不断变大,有效介电常数的实部在某一临界值处 (H_1) 由最初的负值跳到了正值。由该图还可知,在磁场强度由大变小的过程中,有效介电常数的实部在临界值 H_2 处由最初的正值跳到了负值。其跳变过程需的外磁场强度临界值在有电损耗情况下要比无损条件下略大。同时考虑文献[6]中的图 2(b)。其中显示,在外磁场增大的过程中,该异质材料的磁导率实部在临界值 H_{c1} 处由正值跳变到负值。这两图表明,在 $|\mathbf{H}|^2/E_c^2$ 的值介于 0.00025 ~ 0.0008 时,该异质材料可能是 DPS 或 DNG。但至少当 $|\mathbf{H}|^2/E_c^2$ 的值大于 0.001 时,该异质材料由 DNG 材料跳变成了 MNG 材料。当外磁场强度由大变小时,会发生相反的过程:在临界值 H_2 处有效介电常数实部从正值跳变为负值,同时有效磁导率实部在 H_{c2} 由负值跳变到正值。至少在这两个跳变过程完成后的外磁场强度范围内,该异质材料由 MNG 材料又跳变成 ENG。

图 2(c) 给出了在散焦 ($\alpha=-1$) 且 $\omega > \omega_0 > \omega_p$ 的情况下,有效介电常数实部随外磁场强度的变化

情况。在外磁场由小变大的过程中,非线性介电常数的实部在某一外磁场临界值处由较大的正值跳变到较小的值。在外磁场由大变小的过程中,非线性介电常数的实部在另一外磁场临界值处也发生数值跳变(由较小值跳变到较大值)。再同时考虑文献[6]中的图 2(c) 可知,当 $|\mathbf{H}|^2/E_c^2$ 的值小于 0.000025 或大于 0.00032 时,该异质材料是 DPS; 当 $|\mathbf{H}|^2/E_c^2$ 的值在从 0.000025 ~ 0.00032 的范围之内时,该异质材料是 MNG 材料或 RHM 材料,这取决于外磁场变化过程是增大的还是减小的。

图 2(d) 描述了散焦且 $\omega_p < \omega < \omega_0$ 的情形下,有效介电常数实部随外磁场强度的变化情况。随着外磁场增大,有效介电常数实部逐渐减小。又从参考文献[6]中图 2(d) 可知,在此条件下,该结构的磁导率的实部始终为正值。因此存在某一临界外磁场强度值 ($|\mathbf{H}|^2/E_c^2$ 约为 0.2 左右),当外磁场强度小于该值时,该结构是 RHM 材料;当外磁场强度大于该临界值时,该结构为 ENG 材料。

图 2(b) 与 (c) 显示的回滞特性有可能在光学双稳态器件中得到应用。

图 3 给出了该异质材料的有效介电常数虚部对外磁场的非线性响应曲线。其中 $\gamma_e=0.1\omega_p$ 。

由图 3(a) 与 (d) 可知,无论对聚焦还是散焦情

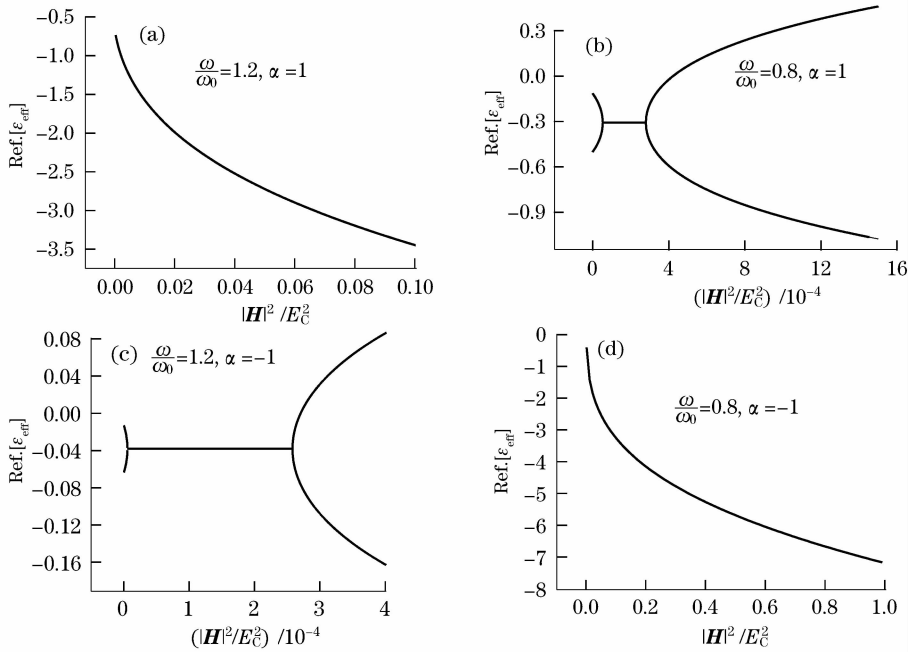


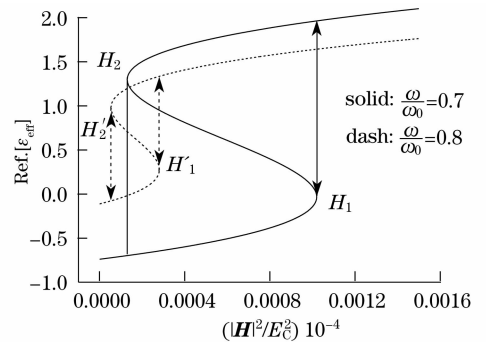
图 3 有效介电常数虚部随外场强度的变化

Fig. 3 The imaginary part of the effective permittivity versus strength of magnetic field

形,随着外磁场强度的增加,该异质材料的损耗都将减小。由图 3(b)与(c)可见,该异质材料的有效介电常数的虚部在一定磁场强度区间内为一常量,在该区间两侧则呈现分支结构。同时参看图 2(b)与参考文献[6]中图 2(b),在横坐标值在 0.0004~0.0008 区间,该材料既有可能是 DPS 材料,也有可能是 DNG 材料,还有可能是单负材料。此情形下,图 3(b)中负的部分可能对应于 DPS 材料的情形,表现为对行波的损耗;正的部分则对应于 DNG 材料的情形,表现为对倏逝波的指数放大。其余部分对应于单负材料的情形。单负材料对于其中的倏逝波是否指数放大还有待于作为独立课题单独进行深入研究与探讨。

外场角频率对于导致该材料特性跳变的磁场强度临界值有明显的影 响。当外场角频率和该异质材料的线性本征频率较接近时,即使非线性本征频率与外场频率差别较大,也可以降低该材料特性跳变点的外磁场强度临界值,如图 4 所示。

图 4 中分别给出了 $\omega/\omega_0=0.7$ 及 $\omega/\omega_0=0.8$ 两种情况下有效介电常数实部随外磁场变化的情况。当 $\omega/\omega_0=0.7$ 时,该异质材料有效介电常数实部由较高数值跳变到较低数值的外场临界值约为 $H_2=0.011E_C$; 当 $\omega/\omega_0=0.8$ 时,其相应的外场临界值约为 $H'_2=0.007E_C$ 。

图 4 不同 ω/ω_0 值条件下有效介电常数实部随外磁场强度的变化Fig. 4 The real part of the effective permittivity versus strength of the magnetic field for different ω/ω_0

4 结 论

本文研究了一种具有周期性微结构的异质材料的介电常数的非线性及其对该异质材料属性的影响,计算得到了其有效介电常数实部和虚部随外磁场强度的变化关系。研究结果表明,这种异质材料介电常数实部对外磁场的非线性响应具有回滞特性。共同考虑该介电常数的回滞特性与文献[6]报道的、该异质材料磁导率具有的回滞特性结果,表明在一定的、不同的条件下,这种异质材料的性质可在 DPS、DNG、ENG 及 MNG 之间转换。利用此结果可以实现对异质材料属性的调控。该研究结果对于微波/光开关等器件研究有一定的参考意义。

参 考 文 献

- 1 Mandel'shtam L I. Group velocity in a crystal lattice[M]. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 1945, **15**: 475~478
- 2 Veselago V G. The electrodynamics substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. *Sov Phys Usp.*, 1968, **10**(14):509~514
- 3 Pendry J B, Holden A J, Stewart W J *et al.*. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **76**(25): 4773~4776
- 4 Liu Yahong, Song Juan, Luo Chunrong *et al.*. The thick ring resonators to its left-handed behavior achieve negative permeability and in perpendicular propagation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**(2): 934~939
刘亚红,宋娟,罗春荣等.垂直入射条件下厚金属环结构的负磁导率与 LHMs 行为[J]. *物理学报*, 2008, **57**(2): 934~939
- 5 Smith D R, Padilla W, Vier D C *et al.*. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(18): 4184~4187
- 6 Zharov A A, Shadrivov I V, Kivshar Y S. Nonlinear properties of left-handed metamaterials[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(3): 037401-1~4
- 7 Mattiucci N, Aguanno G D, Bloemer M J *et al.*. Second-harmonic generation from a positive-negative index material heterostructure[J]. *Phys. Rev. E.*, 2005, **72**(6): 066612-1~8
- 8 Chen Liang, Liang Changhong, Dang Xiaojie. Second-harmonic generation in nonlinear left-handed metamaterials [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(11): 6398~6402(in Chinese)
陈亮,梁昌洪,党晓杰.非线性 LHMs 中的二次谐波[J]. *物理学报*, 2007, **56**(11): 6398~6402
- 9 Lapine M, Gorkunov M. Three-wave coupling of microwaves in metamaterial with nonlinear resonant conductive elements[J]. *Phys. Rev. E.*, 2004, **70**(6): 066601-1~7
- 10 Popov A K, Myslivets S A, George T F, *et al.*. Four-wave mixing, quantum control, and compensating losses in doped negative-index photonic metamaterials[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(20): 3044~3046
- 11 Marklund M, Shukla P K, and Stenflo L. Ultrashort solitons and kinetic effects in nonlinear metamaterials[J]. *Phys. Rev. E.*, 2006, **73**(3):037601-1~4
- 12 Litchinitser N M, Gabitov I R, Mainmistrov A I. Optical bistability in a nonlinear optical coupler with a negative index channel[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **99**(11): 113902-1~4
- 13 Shi Hongyan, Jiang Yongyuan, Sun Xiudong *et al.*. Intrinsic optical bistability between left-handed material and nonlinear optical materials[J]. *Chin. Phys. Soc.*, 2005, **14**(8): 1571~1577
- 14 Zhuo Hui, Wen Shuangchun. Property of ultrashort electromagnetic pulse propagation in metamaterial [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1475~1480(in Chinese)
卓辉,文双春.超常介质中超短电磁脉冲的传播特性研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(8): 1475~1480
- 15 Belyantsev A M, Kozlov V A and Piskaryov V I. Submillimetre wave harmonic generation in magnetized plasma in n-InSb[C]. *Infrared Physics*, 1981, **21**: 79~84