

文章编号: 0253-2239(2009)04-0996-06

光注入半导体激光器分岔与周期研究

颜森林

(南京晓庄学院物理与工程学院, 江苏 南京 210017)

摘要 研究外部光注入半导体激光器的非线性物理特性,用小信号分析方法分析了激光器的动力学行为。分析了外部光注入对半导体激光器的激光非线性频率啁啾影响,给出了最大静态锁模公式,理论上指出,有外部光注入半导体激光器激光频率啁啾不再是传统意义上独立的半导体激光器线性啁啾,它和外部注入光以及激光器所处的物理状态有着非常强烈的非线性关系,并随着注入指数的增加而增强,同时,频差以及激光器光线宽增强因子也将起到一定的非线性影响作用。还给出了频差、最大锁模区域、激光分岔条件以及分岔的周期公式。详细地数值模拟了激光随外部光注入频差和注入参数变化所产生的由分岔进入混沌的动力学行为,并数值分析了周期、三周期、多周期、混沌、充分发展混沌过程以及它们的旋转涡旋吸引子、频率、频谱、波形变化,分别算出了最大李雅普诺夫(Lyapunov)指数、静态最大锁模区域和分岔周期,数值给出激光随频率差变化分岔图,逐步认清了该激光系统不稳定动力学行为以及频谱特点。

关键词 激光光学; 混沌; 分岔; 周期

中图分类号 TN911; O211.61; O415.5

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS20092904.0996

Studies on Bifurcation and Period in Semiconductor Laser Due to Optical Injection

Yan Senlin

(Department of Physical & Electronic Engineering, Nanjing Xiaozhuang University, Nanjing, Jiangsu 210017, China)

Abstract We study nonlinear physical characteristic of a semiconductor laser due to external optical injection. By small-signal analysis, we analyze dynamically behavior of the laser. Effect of the external light injection on nonlinear frequency chirping is analyzed and static maximal locking formula is given. We indicate theoretically that the frequency chirping of the optical injection laser is nonlinear related to the external injected light and the physical state of the laser while this nonlinear effect is promoted with adding the optical injection index. And the nonlinear frequency chirping can be nonlinearly affected by the frequency detuning and the linewidth broadening factor. Obviously, the nonlinear frequency chirping is physically different from the frequency chirping of the absolute laser. The frequency detuning, the maximal locking region, the bifurcation condition and bifurcation period formula are introduced. Dynamical behavior from bifurcation to chaos is numerically simulated with the external optical frequency detuning and the injection parameter, in detail. A single period, a tri-period, a multi-period, chaos, fully developed chaos and their rotating whirl attractors, frequencies, spectrums and waveforms are analyzed numerically, respectively. The maximum Lyapunov exponent, static maximal locking region and bifurcation period are calculated numerically, respectively. Bifurcation of the laser with the frequency detuning is numerically simulated. Unstable dynamical behavior and spectrum characteristic of the laser system is comprehended gradually.

Key words laser optics; chaos; bifurcation; period

1 引言

在光通信以及光器件应用中,光注入一直受到人们的重视。例如,由于光注入,副激光器激光被主激光器稳定地锁模到主激光频率上,可以稳定激光

器工作状态,减小噪声增加调制带宽,或进行波长转换等^[1,2]。然而,在全光通信中,由于很难完全隔离外部光进入激光器,很小量的外部注入光都能引起激光器工作不稳定。另外,随着激光注入强度增加,

收稿日期: 2008-05-12; 收到修改稿日期: 2008-10-09

作者简介: 颜森林(1962—),男,博士,教授,主要从事光通信、非线性光学、激光器与混沌等方面的研究。

E-mail: yansenlinbsh@sina.com

激光的动力学行为会变得非常复杂,会出现分岔、双周期和混沌等现象^[3~6]。又由于激光混沌在保密通信中具有潜在的应用价值^[7,8],所以进一步研究和分析外部光注入半导体激光器激光系统的动力学特性是非常必要的。

本文研究了外部光注入半导体激光器激光非线性频率啁啾,给出了最大静态锁模公式、激光分岔条件和分岔的频率(周期)公式以及产生分岔的数值分析;详细地数值模拟了激光随外部光注入参数和注入频差变化所产生的由分岔进入混沌的动力学行为。

2 模 型

外部光注入半导体激光器激光系统由相同的主(M)、副(S)分布反馈半导体激光器(LD)^[1~5]所组成。M-LD激光 $E_m \exp[-j(\omega_0 t + \phi_m)]$ 注入驱动 S-LD可使激光 $E(t) \exp\{-j[\omega_0 t + \phi(t)]\}$ 呈现出许多复杂的动力学状态。S-LD 激光场的变化可描述为^[1~5]

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{1}{2}(G - \gamma_p)E + \frac{k}{\tau_L} E_m \cos(\phi_m - \phi), \\ \frac{d\phi}{dt} &= \frac{1}{2}\beta_c(G - \gamma_p) + \frac{k}{\tau_L} \frac{E_m}{E} \sin(\phi_m - \phi) - \Delta\omega_m, \\ \frac{dN}{dt} &= \frac{I}{q} - \gamma_e N - GV_p E^2, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 E 和 ϕ 分别为激光的振幅和相位; N 为载流子数; ω_0 为中心频率,模式增益 $G = (\Gamma v_g a/V)(N - N_{th}) / \sqrt{1 + E^2/E_s^2}$, v_g 为激光腔内光子的群速度, a 为增益常数, $\Gamma = V/V_p$ 为压缩和限制因子, V 为激光腔体积, V_p 为激光模式体积, E_s 为饱和光子场强; $N_{th} = n_{th}V$ 为激光透明时的载流子数, n_{th} 为它的密度值; $\gamma_p = v_g(\alpha_m + \alpha_{int})$ 为光子损耗速率, α_m 为腔光子损耗, α_{int} 为内部光子损耗; $\Delta\omega_m$ 为注入频差; $\tau_L = 2n_g L/c$ 为光在激光腔长 L 内来回一周的时间, c 为真空中的光速, $n_g = c/v_g$ 为群速折射率; I 为驱动电流, q 为单位电荷; β_c 为光线宽增强因子; $\gamma_e = A_{nr} + B(N/V) + C(N/V)^2$ 为载流子非线性损耗速率, A_{nr} 为非辐射复合速率, B 为辐射复合因子, C 为俄歇复合因子; k 为光注入指数。

为了进一步了解注入半导体激光器激光频率变化特点,定义有外部光注入半导体激光器时激光非线性频率啁啾为

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{2}\beta_c(G - \gamma_p) + \frac{k}{\tau_L} \frac{E_m}{E} \sin(\phi_m - \phi) - \Delta\omega_m \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

这种啁啾和激光器动力学状态以及外部注入光有关。如果副激光器是稳定态,频率啁啾将趋于零常数;如果副激光器是周期态,频率啁啾变化将具有周期特性;如果副激光器是混沌态,频率啁啾变化也将具有混沌特性。当然,在没有外部光注入条件下,(1)式仅是二维系统,其中频率变化方程和(1)式是不联立的。显然,有外部光注入半导体激光器时激光频率啁啾不再是传统意义上独立的半导体激光器线性啁啾,它和外部注入光以及激光器所处状态有着非常强烈的非线性关系,并随着注入指数的增加而增强,而频差以及激光器的光线宽增强因子也将起到一定的非线性影响作用。

3 稳定性分析

(1)式的稳定态 E_0, ϕ_0 和 N_0 由下列方程组给出:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(G_0 - \gamma_p)E_0 + \frac{k}{\tau_L} E_m \cos(\phi_m - \phi_0) &= 0, \\ \frac{1}{2}\beta_c(G_0 - \gamma_p) + \frac{k}{\tau_L} \frac{E_m}{E_0} \sin(\phi_m - \phi_0) - \Delta\omega_m &= 0, \\ \frac{I}{q} - \gamma_{e0} N_0 - G_0 V_p E_0^2 &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

令归一化注入指数 $\rho = kE_m/\tau_L E_0$ 以及 $\phi_m - \phi_0 = \varphi_0$ 。由(1)式和(3)式可得频率差

$$\Delta\omega_m = \rho(\sin \varphi_0 - \beta_c \cos \varphi_0), \quad (4)$$

最大锁模区域

$$|\Delta\omega|_{\max} \leq \rho \sqrt{1 + \beta_c^2}. \quad (5)$$

可以看到注入指数决定了最大锁模区域,而且在这个区域随着注入指数的增加,系统会变得不稳定。在耗散系统中稳定解与无规运动的差别和奇异吸引子的特征是,奇异吸引子的产生必须是以系统发生失稳为前提,也就是说,耗散系统的非稳定性条件或者远离平衡条件才有可能产生奇异吸引子,或经过多次分岔进入混沌。为了在本激光系统中了解和认识这种不稳定而产生的分岔和混沌现象,现对(1)式进行稳定性动力学行为分析。令

$$E(t) = E_0 + \delta E(t),$$

$$\phi(t) = \phi_0 + \delta\phi(t), N(t) = N_0 + \delta N(t),$$

则有

$$G(N_0 + \delta N, E_0 + \delta E) \approx$$

$$G_0(N_0, E_0) + G_N \delta N + G_E \delta E,$$

$$\gamma_e(N_0 + \delta N) \approx \gamma_{e0}(N_0) + \gamma_{eN} \delta N,$$

这样,一次近似下的扰动方程为

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta E \\ \delta \phi \\ \delta N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta E \\ \delta \phi \\ \delta N \end{bmatrix}, \quad (6)$$

这里

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{1}{2}(G_0 - \gamma + E_0 G_E), \\ A_{12} &= \frac{k}{\tau_L} E_m \sin(\phi_m - \phi_0), \\ A_{13} &= \frac{1}{2} E_0 G_N, \\ A_{21} &= \frac{1}{2} \beta_c G_E - \frac{k}{\tau_L} \frac{E_m}{E_0^2} \sin(\phi_m - \phi_0), \\ A_{22} &= -\frac{k}{\tau_L} \frac{E_m}{E_0} \cos(\phi_m - \phi_0), \\ A_{23} &= \frac{1}{2} \beta_c G_N, \\ A_{31} &= -2G_0 E_0 V_p - E_0^2 V_p G_E, \\ A_{32} &= 0, \\ A_{33} &= -\gamma_{e0} - N_0 \gamma_{eN} - E_0^2 V_p G_N, \\ G_N &= \left. \frac{\partial G}{\partial N} \right|_{N=N_0, E=E_0}, \\ G_E &= \left. \frac{\partial G}{\partial E} \right|_{N=N_0, E=E_0}, \\ \gamma_{eN} &= \left. \frac{\partial \gamma_e}{\partial N} \right|_{N=N_0}. \end{aligned}$$

设(6)式的本征值为 λ , 其本征值方程为

$$\lambda^3 + \lambda^2 b_1 + \lambda b_2 + b_3 = 0, \quad (7)$$

这里

$$\begin{aligned} b_1 &= -(A_{11} + A_{22} + A_{33}), \\ b_2 &= -(A_{31} A_{13} - A_{11} A_{22} + A_{12} A_{21} - \\ &\quad A_{33} A_{11} - A_{33} A_{22}), \\ b_3 &= -(A_{31} A_{12} A_{23} - A_{31} A_{13} A_{22} + \\ &\quad A_{33} A_{11} A_{22} - A_{33} A_{12} A_{21}), \end{aligned}$$

由霍尔维茨条件, 全部本征值具有负实部的充要条件是

$$b_1 > 0, b_3 > 0, b_1 \times b_2 - b_3 > 0, \quad (8)$$

则(6)式的零解是全局渐近稳定的, (1)式系统将渐进趋于平衡点上。如果

$$b_1 > 0, b_3 > 0, b_1 \times b_2 - b_3 = 0, \quad (9)$$

(6)式的本征值有一负的实根和一对零实部的共轭复根, 那么(1)式系统将开始分岔, 并将出现极限环, 其振荡周期为

$$T = 2\pi b_2^{-1/2}, \quad (10)$$

适当选取参数 $\Delta\omega_m, k$ 和 E_m 使其满足霍尔维茨条件(9)式, 即利用式 $b_1 \times b_2 = b_3$, 就可以确定分岔的条

件以及振荡的频率或周期。如果

$$b_1 < 0, \text{ 或 } b_3 < 0, \text{ 或 } b_1 \times b_2 - b_3 < 0, \quad (11)$$

(6)式的本征值将有正的实部根, (6)式的零解将是不稳定的, 那么(1)式系统将出现不稳定现象。

4 数值分析和模拟

数值分析时取文献[5]的数值, 并让 E 对 E_s, t 对 ns, N 对 N_{th} 归一化, 以下各图中所有单位均已按此归一化。首先研究(1)式系统随注入参数变化的动力学行为, 均取 $E_m = 0.1256E_s$ 和 $\Delta\omega_m = 2\pi \times 10^9 \text{ rad/s}$ 。

当 $k = 0.005$ 时, 三周期出现了, 意味着混沌将出现^[1~3], 如图 1 所示。其中图 1(a)是由 E 和 N 构成的相空间, 它显示出三周期轨道; 图 1(b)是由 E_x, E_y (E_x 和 E_y 分别是场 E 的实数部分和虚数部分)和 ϕ 构成的三维相空间, 可以看到 E_x 和 E_y 随 ϕ 发生周期性变化; 图 1(c)是相位 ϕ 随时间的变化, 随着时间增加, 相位 ϕ 值呈现不明显的周期性递减, 这完全是因为激光处在周期态所决定的; 图 1(d)是相位 ϕ 余弦随时间的周期变化, 它反应了场实部相位的变化; 图 1(e)是 E 随相位 ϕ 的周期变化, 它和图 1(b)是有所区别的, 是因为 $E = |E_x + jE_y|$, 随相位 ϕ 的变化, E 的大小也呈现周期性变化; 图 1(f)是由 E_x 和 E_y 构成的极限环相图; 图 1(g)是非线性频率啁啾(其中 n 是 2-30ns 平均取 2000 点), 由于激光器是周期态的, 所以非线性频率啁啾变化也具有周期特性; 图

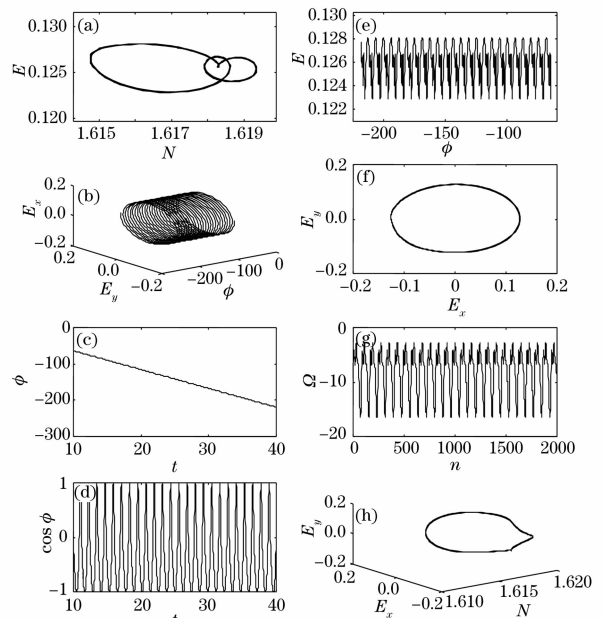


图 1 三周期
Fig. 1 Tri-period

1(h)是 E_x, E_y 和 N 构成三维相空间的周期轨道。

$k=0.008$ 时,图 2 是多周期的,其中图 2(a)显示出多周期轨道(准五周期轨道,还包含着许多精细结构);图 2(b)是 E_x 和 E_y 随 ϕ 发生周期性变化图;图 2(c)是相位 ϕ 随时间的周期性递减变化;图 2(d)是相位的 ϕ 余弦随时间的周期变化;图 2(e)是 E 随相位 ϕ 的周期变化;图 2(f)表明 E_x 和 E_y 是周期性变化的,但这种变化已呈现出旋转特性;图 2(g)是非线性频率啁啾,它的变化已比较复杂且具有五周期特点;图 2(h)是 E_x, E_y 和 N 构成三维相空间的多周期轨道(五周期),显然多周期轨道更为复杂。

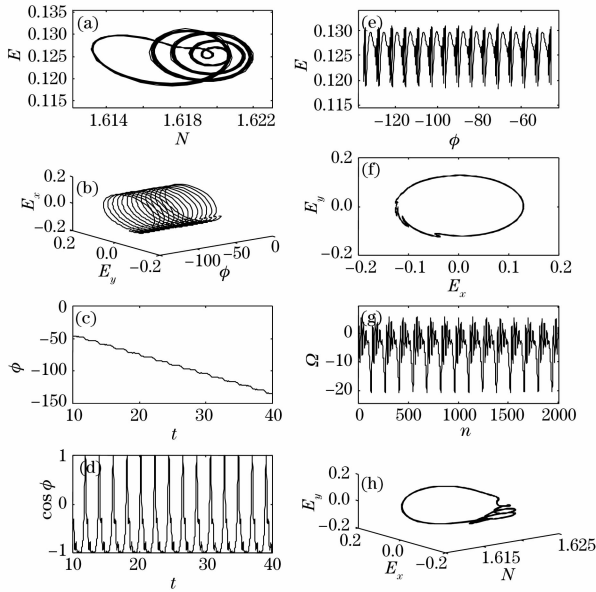


图 2 多周期
Fig. 2 Multi-period

当 $k=0.02$ 时,混沌出现了。图 3(a)显示典型的激光吸引子轨道;图 3(b)是 E_x 和 E_y 随 ϕ 发生变化,具有四个半涡旋吸引子;图 3(c)是相位 ϕ 随时间的变化,在大约 14~38 ns,相位 ϕ 大约在 -40 上做随机振荡,大约 38 ns 后相位 ϕ 又递减振荡变化;图 3(d)是相位的 ϕ 余弦随时间的非周期变化,尽管相位 ϕ 是周期余弦函数,但它的值并非呈现周期性,具有随机特点;图 3(e)是 E 随相位 ϕ 的变化,有四个涡旋吸引子;图 3(f)呈现出 E_x 和 E_y 相轨道具有旋转特性特点;图 3(g)是非线性频率啁啾,它的变化非常复杂且幅值非常大。目前许多激光混沌通信系统还没有考虑非线性频率啁啾对混沌编码解码的影响^[6~8],所以在混沌通信中必须特别重视这种非线性频率啁啾的研究,而混沌信号在传输过程中非线性频率啁啾影响也是不可忽略的;图 3(h)是 E_x, E_y 和 N 构成的三维相空间的混沌轨道,它具有双

涡旋吸引子特点。

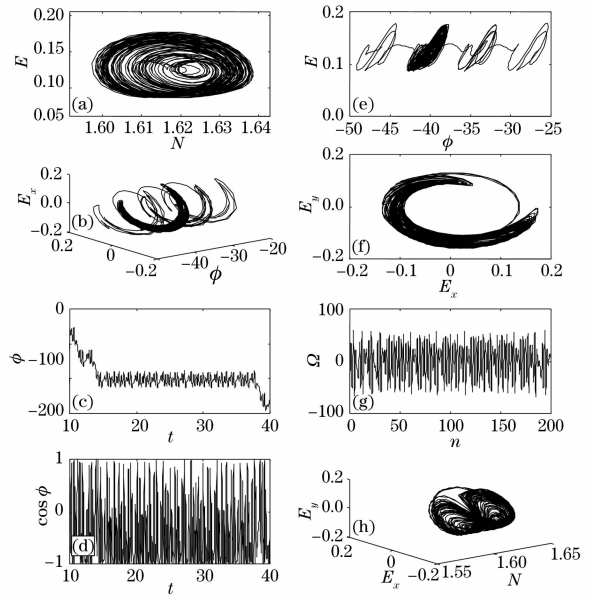


图 3 混沌
Fig. 3 Chaos

当 $k=0.03$ 时,图 4(a)是充分发展混沌激光吸引子轨道,图 4(b)是 E_x 和 E_y 随 ϕ 的变化,形成了多个涡旋吸引子;图 4(c)是相位 ϕ 随时间的递减振荡变化;图 4(d)是相位的 ϕ 余弦随时间的非周期变化;图 4(e)是 E 随相位 ϕ 的变化,呈现多个涡旋吸引子;图 4(f)是 E_x 和 E_y 呈现旋转特性的相轨道(即旋转涡旋吸引子);图 4(g)是非常复杂的非线性频率啁啾;图 4(h)是 E_x, E_y 和 N 构成三维相空间的混沌轨道,也具有双涡旋吸引子特点。

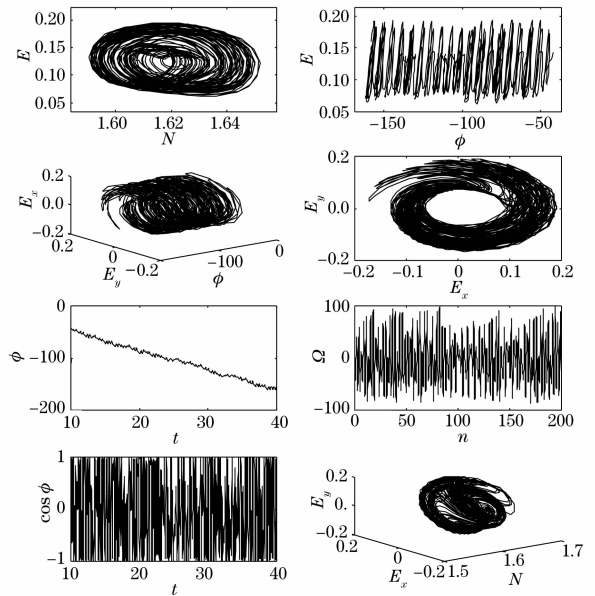


图 4 充分混沌
Fig. 4 Full chaos

系统的动力学行为可以用最大李雅普诺夫指数诊断,当最大李雅普诺夫指数大于零,系统动力学行为特征就是混沌态,数值计算出图 4(a)最大李雅普诺夫指数是 $0.12 > 0$ [20~1000 ns 内数值计算(1)式],说明系统正处在混沌充分发展阶段。

频谱分析混沌特性也是一种常用的方法,频谱图 5(a)~图 5(d)分别对应 $k=0.005, 0.008, 0.02$ 和 0.03 ,图 5(a)是三周期,图 5(b)是多周期,图 5(c)和图 5(d)是混沌,混沌频谱明显变宽了。

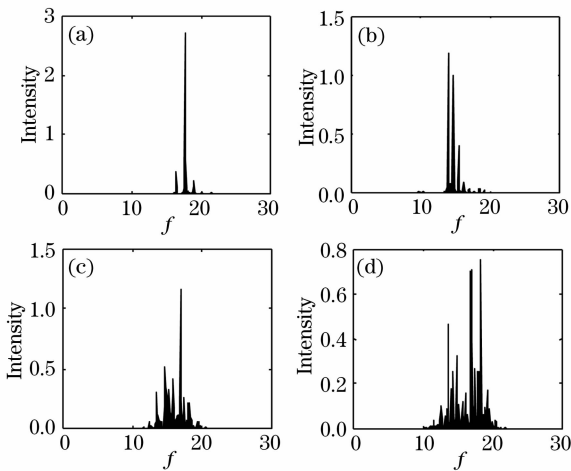


图 5 频谱

Fig. 5 Spectrum

图 6($k=0.033$)分别是(t, E)图, (N, E)图和频谱图。由于注入参数的进一步增加,混沌频谱变得更宽了。

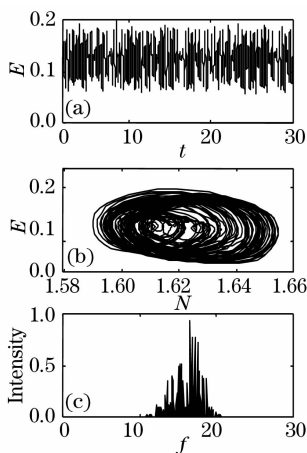


图 6 混沌轨道和频谱

Fig. 6 Orbit and spectrum of chaos

图 7 是极坐标系中的混沌旋转涡旋吸引子,图 7(a) ($k=0.031$),图 7(b) ($k=0.032$),图 7(c) [$k=0.032$,初值和图 7(b)不一样]和图 7(d) ($k=0.082$)都是随相位变化的涡旋吸引子,它们都具有旋转特性,随着 k 值的增加,旋转涡旋吸引子已向全

空间发展,而图 7(b)和图 7(c)由于初值不同,其混沌旋转涡旋吸引子的轨道也有所不同。

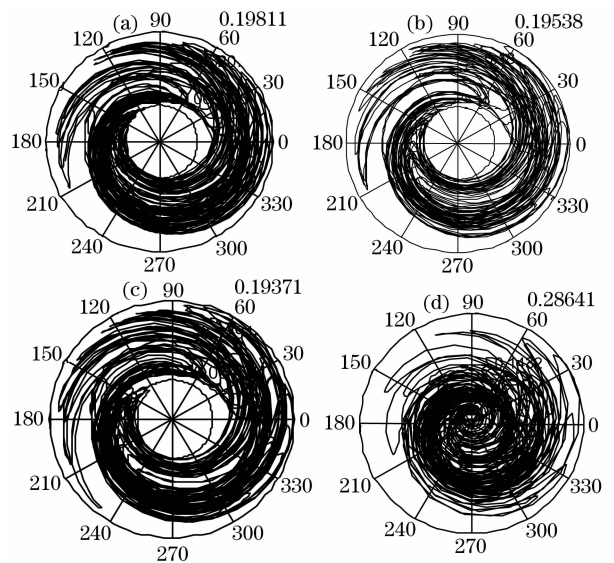


图 7 旋转吸引子

Fig. 7 Whirling attractors

图 8($k=0.0333$ 和 $E_m=0.1256E_s$)是(1)式系统随频率差变化($-5\sim 5$ GHz 平均分为 100 等份)的分岔图。图 8 中 0~15 有几个多周期,而在 16,激光突然进入稳态,这种态的突变还要作进一步研究。在 22 以后,系统开始分岔,出现双周期,在 35,出现三周期,37~60 可以认为是混沌充分发展时期,61~70 可以认为是多周期,71~73 是在狭窄区间上的混沌态,74~77 是双周期,而 78~80 是三周期,然后是多周期态。

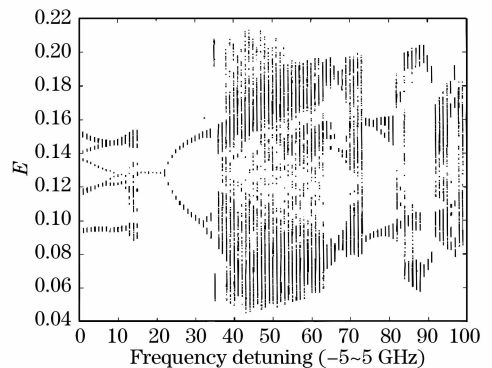


图 8 分岔图

Fig. 8 Bifurcation

最后分析静态最大锁模区域和分岔周期。当 $k=0.0333$ 和 $E_m=0.1256E_s$ 时,静态最大锁模区域大约是 36 GHz,由图 8 知在这个频率区间内会呈现出许多动力学不稳定性。由图 8(取 $\Delta\omega_m = -4.4\pi \times 10^9$ rad/s)和(7)式,(9)式和(10)式得到分岔周期 $T \approx 0.32$ ns。

5 结 论

本文提出外部光注入半导体激光器激光非线性频率啁啾,给出了静态最大锁模公式、激光分岔条件和周期公式;给出了激光随外部光注入参数和注入频差变化所产生的由分岔进入混沌的动力学过程,算出了最大李雅普诺夫指数,特别分析了啁啾以及柱坐标系中的混沌旋转吸引子。

参 考 文 献

1 V. A. Lodi, A. Scire, M. Sorel *et al.*. Dynamic behavior and locking of a semiconductor laser subjected to eternal injection[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1998, **34**(12): 2350~2357

2 Y. Mastsui, S. Kutsuzawa. Bifurcation in 20-GHz gain - switched 1.55- μm MQW laser and its control by CW injection seeding[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1998, **34**(7): 1213~

1223

3 M. Atsushi. Phase locking and chaos synchronization in injection-locked semiconductor lasers [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 2003, **39**(3): 438~447

4 Y. Hong, K. A. Shore. Locking characteristic of a side-mode injected semiconductor laser [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1999, **35**(11): 32~38

5 J. Troger, P. A. Nicati. Novel measurement scheme for injection locking experiments [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1999, **35**(1): 1713~1717

6 L. Yun, D. Perter, T. Yoshiro *et al.*. Injection locking and synchronization of periodic and chaotic signal in semiconductor lasers [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 2003, **39**(2): 269~278

7 R. V. Ramos, R. F. Souza. Using chaotic dynamics in quantum cryptographic systems: chaotic cryptography and repeaters [J]. *J. Opt. Cummun.*, 2001, **22**(3): 90~94

8 Xiaofeng L, Wei P, Bin L *et al.*. Chaos synchronization and communication of cascade-coupled semiconductor lasers [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 2007, **43**(12): 4936~4945

ϕ 140 mm 提拉法 Nd:GGG 晶体研制成功

中国科学院安徽光机所晶体材料研究室殷绍唐研究组经过数年的努力,解决了大口径 Nd:GGG 晶体生长中的诸多难题,在 2008 年底取得了重要进展,用提拉法生长出质量优良、无开裂的 ϕ 141 mm Nd:GGG 晶体。

提拉法 Nd:GGG 是高功率大能量固体激光的

工作物质,它具有与 Nd:YAG 相近的激光性能,但其相对容易实现平界面生长,可克服晶体生长中的核心;同时 Nd:GGG 的熔点比 Nd:YAG 低了近 200 $^{\circ}\text{C}$,更有利于生长大口径晶体毛坯;Nd³⁺ 在 GGG 中的分凝系数是其在 YAG 中的 3~5 倍,更有利于生长光学质量均匀的晶体;它也具有优良的热学和机械性能。因此,提拉法 Nd:GGG 是获得高功率大能量中所需大口径激光工作物质的重要材料。解决大口径 Nd:GGG 晶体的提拉法生长技术是当前晶体生长的重要课题。

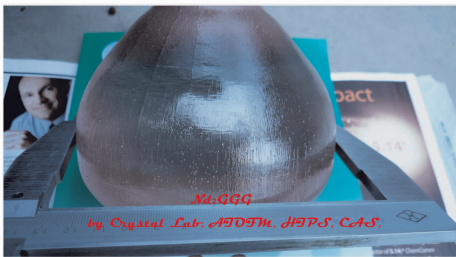


图1 ϕ 141 mm 提拉法 Nd:GGG 晶体

Fig. 1 Nd:GGG crystal of ϕ 141 mm grown by Czochralski method

中国科学院安徽光学精密机械研究所,
安徽合肥 230031
张庆礼
收稿日期:2009-02-08