文章编号: 0253-2239(2009)03-0664-06

傅里叶变换轮廓术中基于经验模态 分解抑制零频的方法

李思坤 陈文静 苏显渝 向立群

(四川大学电子信息学院,四川,成都 610064)

摘要为了消除傅里叶变换轮廓术中零频成分的扩展对测量范围和精度的影响,将经验模态分解方法引入到傅里 叶变换轮廓术中,对变形条纹图进行经验模态分解,将条纹图分解为一系列的从高频到低频排列的固有模态函数, 达到将高频成分和低频成分相分离的目的,用以消除零频成分,提高测量范围。同采用相移消除零频成分的技术 相比,此方法只需要一帧条纹图,测量装置简单、实时性强、计算速度快。文中给出了理论分析和实验验证。

关键词 光学测量; 傅里叶变换轮廓术; 经验模态分解; 频谱混叠

中图分类号 O428.2 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092903.0664

Empirical Mode-Decomposition Method for Eliminating Extention of Zero Component in Fourier Transform Profilometry

Li Sikun Chen Wenjing Su Xianyu Xiang Liqun

(School of Electronic & Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

Abstract In order to avoid frequency aliasing caused by the expansion of zero component in Fourier transform profilometry, empirical mode decomposition is introduced here, by which only one frame deformed fringe pattern is needed. The deformed fringe pattern is discomposed into a series of intrinsic mode functions, which vary form high frequency to low frequency by using empirical mode decomposition. So the high-frequency components are separated from the low ones. The zero component could be eliminated, which leads to the measurement range of FTP to be extended to nearly three times like using the π phase-shifting method. Experiments verify that it is an efficient method to extend the measurement range and keep the measurement speed.

Key words optical measurement; Fourier transform profilometry; empirical mode decomposition; frequency aliasing

1 引

言

基于条纹投影的傅里叶变换轮廓术^[1]具有单帧 获取、快速处理、全场分析和高分辨率等优点,广泛 应用于机器视觉、自动加工、工业自动检测、产品质 量控制、实物仿型、生物医学等领域。随着计算机技 术、硬件和软件的发展,以及图像获取设备分辨率 的提高,傅里叶变换轮廓术倍受人们的关注,成为 三维传感中最重要和最活跃的研究领域之一。 傅里叶变换轮廓术通过傅里叶变换将时域条纹 信号变换到频域,当有用的基频成分同其他的频率 分量相互分离时,可以从频域中滤出包含物体高度 信息的基频成分,经傅里叶逆变换、相位展开得到 物体高度信息。因此,在实际测量中频谱混叠的影 响不可忽视。采用面积调制技术已经可以得到质量 很好的正弦条纹^[2],消除高次谐波分量对基频分量 的影响。为了进一步提高傅里叶变换轮廓术的测量

收稿日期: 2008-05-08; 收到修改稿日期: 2008-08-29

基金项目:国家自然科学基金(60677028)资助课题。

作者简介:李思坤(1982-),男,博士研究生,主要从事三维面形测量的研究。E-mail: lisk0409@126.com

导师简介:陈文静(1968-),女,教授,博士生导师,主要从事光信息处理,三维测量方面的研究。

范围、抑制零频的扩展,人们首先提出了 π 相移技 术^[3]。

π相移技术采用两幅具有π相位差的条纹图像 相减的方法,将频域中代表了条纹图中背景光的直 流成分成分消除掉,起到了很好的抑制零频扩展的 效果。但是由于需要两幅π相差的条纹图,测量中 需要一套高精度的相移装置,破坏了傅里叶变换轮 廓术的单帧获取、实时快速的优点。随后灰度图^[4] 也被用来抑制零频的扩展,但是由于测量过程中仍 然需要多拍摄一幅灰度图,无法满足实时快速的要 求。为了克服这些弱点,许多学者进行了进一步的 研究,短时傅里叶变换^[5]、小波变换^[6,7]和双色条 纹^[8]分别被应用到抑制零频的方法中,取得了很好 的效果。

经验模态分解(Empirical mode decomposition, EMD)方法^[9]是一种自适应的信号处理方法,被认 为是近年来对以傅里叶变换为基础的线性、稳态频 谱分析的一个重大突破。它既能对线性稳态信号进 行分析,又能对非线性非稳态信号进行分析。因 此,此方法已用于遥感、电机工程、生物医学等领域 的研究^[10~12],取得了较好的效果。

本文把经验模态分解应用到傅里叶变换轮廓术 中,通过对空间载频条纹进行经验模态分解将代表 零频分量的背景成分和包含物体高度信息的载频条 纹分离,消除了零频分量的影响。文中给出了理论 分析和实验验证。

2 傅里叶变换轮廓术

傅里叶变换轮廓术的测量装置^[1,13]如图 1 所示。 P_1 和 P_2 分别为投影装置的入瞳和出瞳, I_2 和 I_1 分别为摄像装置的入瞳和出瞳,d为 P_2 与 I_2 间的距离, L_0 为 I_2 到参考平面R间的距离,A和C为参考平面R上的两点,D为物面上的点,光栅垂直于图平面。

基于正弦光栅投影的变形结构光场表示为:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y)$$

$$\cos[2\pi f_0 x + \varphi(x, y)], \qquad (1)$$

其中a(x,y)为背景光场,b(x,y)为物面非均匀反 射率, $\varphi(x,y)$ 为由物体高度分布h(x,y)引起的位 相调制, f_0 为投影光栅的基频。在实际测量中a(x, y)和b(x,y)通常是缓慢变化的,则变形条纹的傅 里叶频谱分布为:

$$G(f,y) = Q_0(f,y) + Q(f - f_0, y) + Q^*(f + f_0, y),$$
(2)



图 1 测量系统原理图

Fig.1 Experimental geometry of the measurement system 其中 $Q_0(f,y)$ 表示背景光场傅里叶频谱,即零频; $Q(f - f_0, y)$ 表示 $(1/2)b(x,y)\exp[i\varphi(x,y)]$ 的傅 里叶频谱, $Q^*(f + f_0, y)$ 表示 $Q(f + f_0, y)$ 的共 轭。用适当的滤波器滤出±1级基频之一,做逆傅 里叶变换得到复信号:

$$\hat{g}(x,y) = \frac{1}{2}b(x,y)\exp\{\left[i(2\pi f_0 x + \varphi(x,y))\right]\}$$
(3)

它的相位分布可以表示为 $2\pi f_0 x + \varphi(x, y)$ 。

移走被测物体,投影光栅到参考平面上。作相同的处理,它的相位分布可以表示为 $2\pi f_0 x + q_0(x,y)$,其中 $q_0(x,y)$ 表示参考平面的原始相位。则由物体高度引起的相位变化为:

 $\Delta \varphi = \varphi(x,y) - \varphi_0(x,y), \quad (4)$ 用一定的方法进行相位展开后可以得到连续调制相位 $\varphi(x,y)_0$ 当 $L_0 \gg h$ 时,物体高度分布和调制相位 $\varphi(x,y)$ 的关系为

$$h(x,y) = -\frac{L_0}{2\pi f_0 d}\varphi(x,y) \tag{5}$$

 L_0 和 *d* 是系统的结构参数。因为涉及到滤波操作, 必须避免携带有物体高度信息的基频分量同其他频 谱分量的混叠,所以传统的傅里叶变换轮廓术的测 量范围被限制为: $\left|\frac{\partial h(x,y)}{\partial x}\right| < L_0/(3d)$ 。消除零频 分量 的影响后测量范围可扩大到 $\left|\frac{\partial h(x,y)}{\partial x}\right| < L_0/d$ 。

3 经验模态分解在傅里叶变换轮廓术 中抑制零频的应用

时间信号经过 EMD 自适应的分解成一组固有 模态函数(intrinsic mode function, IMF)。这种分 解是基于信号局部特征的和自适应的,适用于分析

报

非线性、非平稳信号。EMD的本质是对信号进行平 稳化的过程,利用特征时间尺度获得固有震荡模 式,然后由固有震荡模式来分解时间信号。通过对 非线性、非平稳信号的分解获得一系列表征信号特 征时间尺度的窄带信号 IMF。

固有模态函数必须满足以下两个条件:

1) 在整个信号长度上极值点数目和过零点数
 目相等或最多相差1个;

 2)在任意点由局部极大值点和局部极小值点 构成的两条包络线平均值为零;

EMD 方法被称为"筛选"过程^[9],利用时间序 列上下包络的平均值确定瞬时平衡位置,进而提取 IMF,其主要实现步骤有 3 个:

 i)寻找信号 x(t)的所有极大值和极小值点, 对他们分别采用三次样条插值得到极大值包络 x_{max}(t)和极小值包络 x_{min}(t)。

ii) 用原始信号 x(t) 减去上下包络的平均值,得到 一个去掉低频的新信号 h(t):

$$h(t) = x(t) - \frac{x_{\max}(t) + x_{\min}(t)}{2}, \qquad (7)$$

检查 h(t) 是否满足 IMF 的两个条件,若满足,则将 h(t) 作为一个 IMF;若不满足,将 h(t) 作为新信号 重复上述两个步骤,直到满足 1)、2)两个条件为止; 这样,我们得到第一个 IMF,记为 $c_1(t)$,它代表了 原始数列中的最高频成分。

iii 将 $c_1(t)$ 从原始数列中分离出来:

$$x(t) - c_1(t) = r_1(t)$$
(8)

因为残余项 r₁(t) 中仍然包含较长周期成分,所以将 r₁(t) 作为新信号重复上述步骤处理:

> $r_1(t) - c_2(t) = r_2(t),$ $r_2(t) - c_3(t) = r_3(t),$

$$r_{n-1}(t) - c_n(t) = r_n(t).$$

直到残余项 r_n(t) 变成单调函数或常数,再也没有 IMF 解析出时算法终止,如图 2 所示。

这样,原信号经过 EMD 后就可以表示为 n 个 从高频到低频排列的固有模态函数分量, $[c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)]$ 和一个最低频趋势项或代表均值的 常数项 $r_n(t)$ 之和:

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i(t) + r_n(t)$$
(9)

由于在"筛选"的过程中采用三次样条插值得到 信号上下包络的瞬时平均值,插值的边缘效应引起 的误差会随着"筛选"的过程向内传播污染整个数



图 2 经验模态分解流程图 Fig. 2 Flow chart of EMD

据,尤其对分解出来的低频成分影响更大,导致分 解结果存在较大误差,严重时甚至导致分解失败。 为了解决这个问题,神经网络延拓法^[14]、镜像闭合 延拓法^[15]、基于波形匹配的自适应端点延拓法^[16]、 自回归模型延拓法^[17]等被应用到改进的分解算法 中,取得了很好的效果。

在傅里叶变换轮廓术中,背景光场相对于载频 条纹通常是缓慢变化的。对变形条纹图逐行进行经 验模态分解,把条纹图分解为从高频到低频排列的 一组固有模态成分,从而达到了将高频成分和低频 成分分离的目的。提取出高频成分,或者将原条纹 图和低频成分相减即可起到消除零频成分的作用。 图 3 所示为对实验条纹图的其中一行进行分解并最 终消去零频成分的过程。图 3(a)表示条纹图第一 次分解,其中实线代表条纹,点画线表示三次样条 插值得到的极大值包络,虚线表示极小值包络线。 第一次分解得到的去掉低频的新信号 h(t), 如图 3 (b)所示,因为它不满足固有函数的两个条件,所 以将它作为新信号继续分解。分解最终结果如图 3 (c)所示,条纹被分解为6个从高频到低频排列的 IMF (c_1, c_2, \ldots, c_6) 和一个残余项 R_7 。提取出高频成 $fg(x) = \sum c_n(x),$ 得到的消去零频分量的条纹 如图 3(d) 所示。





Fig. 3 (a) the fringe pattern and its top and bottom envelopment after the first step, (b) the signal resulting from subtracting the frequency component obtained by the first step from the fringe pattern, (c) the final result, (d) the fringe eliminated zero component

4 实验验证

为了验证上述方法抑制零频分量的效果,我们 进行了实验验证。首先对我们制做的一个已知斜率 分布的三角形物体进行了测量。被测三角形物体的 横截面示意图如图 4 所示。



图 4 被测物体横截面 Fig. 4 The cross section of the object

投影正弦条纹图在被测物体表面上,在同投影 光轴成一定夹角的方向上用 CCD 采集一帧变形条 纹图,如图 5(a)所示,图像大小为 512 pixel× 512 pixel。系统参数: $L_0/d = 2.7$ 。零频分量存在

时, 傅里叶变换轮廓术的测量范围为: $\left|\frac{\partial h(x,y)}{\partial x}\right| < L_0/3d$,此时只能测量高度变化率不 超过 0.9 的物体。无零频分量存在时,傅里叶变换轮 廓术的测量范围突破此限制,最大可达到: L_0/d 。

三角形被测物体的最大斜率为 1.8,所以采用 传统的傅里叶变换轮廓术方法不能得到好的测量效 果。图 5(b)为变形条纹灰度图第 256 行处的一维 条纹图。由于被测的三角形较陡峭,零频有较大的 扩展,该行局部放大的傅里叶谱如图 5(c) 所示,零 频和基频间存在较严重的频谱混叠。采用传统的傅 里叶变换轮廓术处理方法,不能得到正确的恢复结 果,如图 5(e) 所示。对其进行经验模态分解,条纹 图被分解为从高频到低频排列的一组固有模态函 数,由于背景光场相对于变形条纹图通常为低频成 分,所以直接提取分解后的高频成分,或者将原条 纹图和分解后的低频成分相减,即可消除零频成分 的影响。图 5(d)所示为第 256 行去掉零频后的频 谱图,可见零频分量被较好地抑制。图 5(e)和图 5(f)分别为有零频成分存在和去掉零频成分后两种 情况下采用相同的滤波窗口滤出基频分量进行逆傅

里叶变换并进行相位展开后得到的相位分布图。由 图 5(e)可见,由于基频和零频的混叠,恢复相位产 生了明显的形变。采用本文提出的方法后,由于零 频成分得到较好的抑制,可以得到正确的相位信 息,如图 5(f)所示。对比图 5(e)和图 5(f)可见,采 用本文提出的方法可以较好的抑制零频成分,有效 的扩大了傅里叶变换轮廓术的测量范围。



图 5 (a) CCD 拍摄的变形条纹图,(b) 第 256 行条纹灰度分布图,(c) 第 256 行变形条纹图的傅里叶频谱图,(d) 消去零 频后的第 256 行变形条纹图的傅里叶频谱图,(e) 有零频存在时傅里叶变换轮廓术恢复的第 256 行的相位图,(f) 消去零 频后傅里叶变换轮廓术恢复的第 256 行的相位图

Fig. 5 (a) Deformed fringe pattern, (b) Intensity distribution of the 256th row, (c) Frequency distribution of that row,(d) Spectrum treated by EMD method, (e) retrieved phase when zero component exists, (f) retrieved phase after

zero component is eliminated

为了进一步说明文中提出的方法,我们对一个 "猫脸模型"进行了测量。CCD 拍摄的变形条纹图 如图 6(a)所示。对变形光栅图逐行进行处理。

图 6(b)为用经验模态分解方法消去零频后的变形 条纹的放大的傅里叶频谱图,可见零频成分被大大 的抑制了。恢复的猫脸模型如图 6(c)所示。



图 6 (a) CCD 拍摄的变形条纹图,(b) 消去零频成分的变形条纹图的傅里叶频谱图,(c) 恢复的物体相位图 Fig. 6 (a) Deformed fringe pattern captured by CCD,(b) Spectrum of the fringe pattern after zero component is eliminated,(c) Phase restored

5 结 论

傅里叶变换轮廓术中,当背景对应的零频分量

的扩展引起零频和基频之间频谱混叠时,将导致严 重的测量误差。为了消除零频扩展的影响,本文将 经验模态分解方法引入到傅里叶变换轮廓术中,对 变形条纹图进行经验模态分解,将条纹图分解为一 系列的从高频到低频排列的固有模态函数,达到将 高频成分和低频成分相分离的目的,用以消除零频 分量,提高测量范围。同采用 π 相移方法和利用被 测量物体的灰度图来消除零频分量的的方法相比, 该方法仅需要对 CCD 获取的一帧变形条纹进行处 理,就可以达到基本消除零频的效果,测量装置简 单,随着计算机处理速度的提高,使傅里叶变换轮廓 术发挥其快速测量的优势。

参考文献

- M. Takeda, K. Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement 3-D object shapes[J]. *Appl. Opt.*, 1983, 22(24): 3977~3982
- 2 Tao Xian, Xianyu Su. Area modulation grating for sinusoidal structure illumination on phase-measuring profilometry [J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(8): 1201~1206
- 3 Jian Li, Xian-Yu Su, Lu-Yong Guo. Improved Fourier transform profilometry for the automatic measurment of three-dimensional object shapes[J]. Opt. Eng., 1990, 29(12): 1439~1444
- 4 Chen Wenjing, Su Xianyu, Su Likun *et al.*. Improvement of measuring accuracy of Fourier transform profilometry with gray image[J]. *Opto-Electronic Eng.*, 2000, **27**(3): 55~59 陈文静,苏显渝,苏礼坤等.利用灰度图提高 Fourier 变换轮廓 术的测量精度[J]. 光电工程, 2000, **27**(3): 55~59
- 5 Chen Wenjing, Su Xianyu, Cao Yiping *et al.*. New method to eliminate extension of zero component in FTP[J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(6): 740~744

陈文静,苏显渝,曹益平等.傅里叶变换轮廓术中抑制零频的新 方法[J].中国激光,2004,**31**(6):740~744

- 6 Xu Qinghong, Zhong Yuexian, You Zhifu. Sduty on phase demodulation technique based on wavelet transform [J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(12): 1617~1622 许庆红,钟约先,由志福. 基于小波变换的解相技术研究[J]. 光 学学报, 2000, 20(12): 1617~1622
- 7 Munther A. Gdeisat, David R. Burton, Michael J. Lalor. Eliminating the zero spectrum in Fourier transform profilometry using a two-dimensional continuous wavelet transform[J]. Opt. Commun., 2006, 266: 482~489
- 8 Chen Wenjing, Su Xianyu, Cao Yiping *et al.*. Improved FTP based on Bi-color fringe projection[J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(10): 1153~1157

陈文静,苏显渝,曹益平等.基于双色条纹投影的快速傅里叶变换轮廓术[J].光学学报,2003,23(10):1153~1157

- 9 Norden E. Huang, Zheng Shen, Steven R. Long *et al.*. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. *Pro. R. Soc. Lond. A*, 1998, **454**: 903~995
- 10 Wang Jian, Zhang Jixian, Liu Zhengjun et al.. High resolution image merging based on EMD[J]. J. Remote Sensing, 2007, 11(1): 55~61

王 坚,张继贤,刘正军等.基于经验模态分解的高分辨率影像融合[J]. 遥感学报,2007,11(1):55~61

- 11 Yang Shixi, Hu Jinsong, Wu Zhaotong *et al.*. The comparison of vibration signals' time-frequency analysis between emd-based HT and wtmethod in rotatong machinery[J]. *Proc. CSEE*, 2003, 23(6): 102~107
 杨世锡,胡劲松,吴昭同等. 旋转机械振动信号基于 EMD 的希 尔伯特变换和小波变换时频分析比较[J]. 中国电机工程学报,
- 2003, **23**(6): 102~107 12 Li Yongqin, Deng Qinkai. Empirical mode decomposition based spectral analysis of heart rate variability [J]. *Chin. J. Biomedical Eng.*, 2005, **24**(3): 319~323 李永勤,邓亲恺. 基于经验模态分解的心率变异性谱分析研究 [J]. 中国生物医学工程学报, 2005, **24**(3): 319~323
- 13 Li Sikun, Chen Wenjing, Su Xianyu. Phase unwrapping guided by amplitude of wavelet ridge coefficients in wavelet transform profilometry[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(4): 715~721 李思坤,陈文静,苏显渝. 小波变换轮廓术中用小波脊系数幅值 引导相位展开的研究[J]. 光学学报, 2008, 28(4): 715~721
- 14 Deng Y J, Wang W, Qing C Ch et al.. Dealing with the end problem in the EMD method and Hilbert transform[J]. Chinese Seience Bulletin, 2001, 46(3): 251~257
 邓拥军,王 伟,钱成春等. EMD 方法及 Hilbert 变换中边界问 题的处理[J]. 科学通报, 2001, 46(3): 251~257
- 15 Huang Daji, Zhao Jinping, Su Jilan. Pactical implementation of the hilbert-huang transform algorithm [J]. Acta Oceanologica Sinica, 2003, 25(1): 1~11 黄大吉,赵进平,苏纪兰. 希尔伯特-黄变换的端点延拓[J]. 海 洋学报, 2003, 25(1): 1~11
- 16 Shao Chenxi, Wang Jian, Fan Jinfeng et al.. A self-adaptive method dealing with the end issue of EMD[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(10): 1944~1948
 邵晨曦,王 剑,范金峰等. 一种自适应的 EMD 端点延拓方法 [J]. 电子学报, 2007, 35(10): 1944~1948
- 17 Qin Peng, Cai Ping. Extracting dynamic balancing signal based on improved empirical mode decomposition [J]. Chin. J. Scienti fic Instrument, 2007, 28(1): 103~107 秦 鹏, 蔡 萍.改进经验模态分解在动平衡信号提取中的应用 [J]. 仪器仪表学报, 2007, 28(1): 103~107