

一维光晶格势中玻色凝聚气体干涉图样 演化特性研究

徐志君 李鹏华 何 芳

(浙江工业大学应用物理系, 浙江 杭州 310032)

摘要 陷俘在一维光晶格势中的玻色凝聚气体, 将形成许多小的子凝聚原子云。将这些子凝聚原子云视作相干的物质波波源, 求出其宏观波函数, 然后对物质波干涉图样的演化特性, 如粒子数密度、粒子流密度、干涉峰的运动速度以及宏观波函数的相位性质等进行研究, 并讨论了当相邻子凝聚原子云间存在相对相位差时, 对物质波干涉图样的影响。研究表明, 物质波干涉峰是一个以一定速度运动的波包, 其波长由德布如意关系式确定, 波包的相位特点类似于平面波。

关键词 量子光学; 波函数; 子凝聚原子云; 干涉

中图分类号 O431.2 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092902.0523

Research on Property of Interference Pattern for Bose-Condensed Gas in One-Dimensional Optical Lattice

Xu Zhijun Li Penghua He Fang

(Department of Applied Physics, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, Zhejiang 310032, China)

Abstract An array of condensations trapped in one-dimensional (1D) optical lattice is used as a source of coherent matter wave to investigate the coherence properties of the Bose-einstein condensates (BEC). The macrowave function for matter wave interference is given. Based on the wave function, the distribution of particle number density, particle current density, velocity of interference peak movement and phase of the macrowave function were studied. The evolution of the interference pattern under a variable relative phase difference between successive optical lattice sites is also discussed. The research shows that the peak of interference is a wave packet with a fixed velocity, the wavelength satisfies the relation of de Broglie, and the evolution of the wave packet phase can be approximated by the classical plane wave.

Key words quantum optics; wave function; subcondensates; interference

1 引 言

近年来,随着光晶格实验技术的出现^[1],与衍射光栅类似的物质波干涉实验和理论的研究已广泛开展起来^[2],并成为研究玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)这一物质新态宏观量子性质的一个重要而有效的工具。陷俘在轴对称弱谐振磁阱(axially symmetric weaker magnetic trap)中的玻色凝聚气体,叠加上光晶格势后,将形成许多小的子凝聚原子云,这些子凝聚原子云可看成相干的物质波波源。取消组合势后,各子凝聚原子云将膨胀、叠加而形成清晰的干涉图样,类似于光栅衍射。对这一相干物质波干涉图

样的形成已从理论上^[3~11]和实验上^[12~23]开展了深入的研究。本文基于文献[7,8]的物理模型,首先简单描述玻色凝聚气体的宏观波函数,并在相邻的子凝聚原子云间引入相对位相差,讨论相对位相差对动量分布和干涉图样的影响。而后进一步研究玻色凝聚气体干涉图样的粒子流密度分布、干涉图样的速度分布和波函数的相位随时间和空间的演化规律。

2 玻色凝聚气体干涉的理论分析

2.1 宏观波函数和粒子流密度

当系统温度下降到玻色-爱因斯坦凝聚临界温

收稿日期:2008-02-01; 收到修改稿日期:2008-09-16

基金项目:浙江省教育厅重点科研(20070296)资助项目

作者简介:徐志君(1963—),男,教授,硕士,主要从事原子光学方面的研究。E-mail: xzj@zjut.edu.cn

度 T_c 以下时, 陷停在组合势中的玻色凝聚气体的宏观波函数 $\Psi(\mathbf{r}, t)$ (或称之为序参量) 满足的平均场 G-P 方程为^[24]

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{1}{2} m (\omega_{\perp}^2 r_{\perp}^2 + \omega_x^2 x^2) + V_{\text{latt}} + U |\Psi|^2 \right] \Psi, \quad (1)$$

式中 ω_x 和 ω_{\perp} 分别表示轴向和径向磁阱谐振角频率, 实验上常选择 $\omega_{\perp} \gg \omega_x$, 即“雪茄型”磁阱 (cigar shaped trap)。 $U = 4\pi\hbar^2 a/m$ 为耦合常数, a 为原子的 s 波散射波长, m 为原子质量。 V_{latt} 为叠加在磁阱轴向的一维光晶格势, 由波矢为 $\mathbf{k}_L = 2\pi/\lambda$, 以夹角 θ 相交入射的两激光束叠加形成, 其表达式为^[22]

$$V_{\text{latt}} = V_0 \sin^2(\pi x/d), \quad (2)$$

式中 $d = \pi/[\mathbf{k}_L \sin(\theta/2)]$ 为光晶格势的空间周期, 可以通过调节两激光束间的夹角 θ 方便地改变光晶格势的空间周期结构。光晶格势的强度 V_0 由入射的激光束强度决定, 通常以原子反冲能 $E_r = \hbar^2 k_L^2/2m$ 为单位来表示, 即 $V_0 = sE_r$, s 为表征光晶格势深度的一个无量纲参数, 实验上也可方便地进行调节。

对于在超流条件下的玻色凝聚气体, 组合势中各子凝聚原子云具有相干性。此时, 组合势中玻色凝聚气体的初态波函数 $\Psi(x, t=0)$ 可表示为^[7]

$$\Psi(x, t=0) = A_n \sum_{k=-k_m}^{k_m} \left(1 - \frac{k^2}{k_m^2}\right) \times \exp(-ik\delta) \times \exp\left[-(x - kd)^2/2\sigma^2\right], \quad (3)$$

式中 k 表示沿 x 方向第 k 个光晶格子, 系统的光晶格子总数为 $2k_m + 1$ 。(3) 式中的因子 $(1 - k^2/k_m^2)$ 描述了由于磁阱的存在而使各子凝聚原子云中的凝聚原子数出现了不均匀的分布^[18], 而各子凝聚原子云沿

轴向的分布用高斯函数来近似, 其中高斯宽度 σ 是一个变分参数, 可将 (3) 式作为试探函数, 根据系统能量最小原理求得。如当 $s = 5$ 时, 通过数值计算得到子凝聚原子云的宽度为 $0.25d$ ^[18]。在 (3) 式中, 我们在相邻子凝聚原子云间引入初始相对位相差 δ 。如果 δ 是个随机量, 显然各子凝聚云无相位相干性。如果 δ 是一个确定值, 则相干性得到保证。实验上通过关闭磁阱而将光晶格势在重力场中保持一小段时间 t_{hold} 可以成功地调节 δ 值^[13,14], 即 $\delta = mgdt_{\text{hold}}/\hbar$ 。归一化常数 $A_n = \frac{\sqrt{N_0}}{\sqrt{(16k_m^4 - 1)/15k_m^3 \pi^{1/4} \sigma^{1/2}}}$, 其中 N_0 为 $k = 0$ 时中心光晶格势中的平均凝聚原子数。

取消组合势后, 各子凝聚原子云将膨胀、叠加, 其波函数随时间的演化可近似用非相互作用模型来研究^[7,8]。因此, 运用传播子方法可以解析地求得任意时刻 t 的波函数 $\Psi(x, t)$ 为

$$\Psi(x, t) = \frac{A_n}{\sqrt{1 + i\Theta}} \sum_{k=-k_m}^{k_m} \left(1 - \frac{k^2}{k_m^2}\right) \times \exp\left[-i\delta \times k - \frac{d^2(x - k)^2}{2\sigma^2(1 + i\Theta)}\right], \quad (4)$$

式中 $\Theta = \hbar t/(m\sigma^2)$ 为无量纲参数。

已知任意时刻物质波的波函数, 便可求得玻色凝聚气体的密度分布, 即 $n(x, t) = |\Psi(x, t)|^2$, 从而得到干涉图样; 同时, 也可以通过求解其相位 $\phi = \arctan\{\text{Im}[\Psi(x, t)]/\text{Re}[\Psi(x, t)]\}$ 来分析干涉条纹的相位及其在时空中的演化规律。另外, 为研究物质波干涉条纹的运动特性, 还可方便地求得粒子流密度随时间的演化规律。对于在自由空间的演化, 其粒子流密度分布为

$$J(x, t) = \frac{A_n^2 d}{2m \sqrt{(1 + \Theta^2)^3} \sigma^2} \sum_{j=-k_m}^{k_m} \left(1 - \frac{j^2}{k_m^2}\right) \sum_{k=-k_m}^{k_m} \left(1 - \frac{k^2}{k_m^2}\right) \times \exp[i(k - j)\delta] \times \exp\left\{-\frac{d^2}{2\sigma^2(1 + \Theta^2)} \left\{[(1 + i\Theta)(x - j)^2] + (1 - i\Theta)(x - k)^2\right\} [2x\Theta - (\Theta - i)j - (\Theta + i)k]\right\}, \quad (5)$$

已知波函数和粒子流密度, 干涉图样的速度分布便可由 $v(x, t) = J(x, t)/n(x, t)$ 求得。

2.2 物质波干涉在动量空间的分布

讨论凝聚原子云在动量空间的分布对研究干涉图样随时间的演化是很有帮助的。将波函数 $\Psi(x, t)$ 进行傅里叶变换, 可以得到波函数在动量空间的分布

$$\Psi(p, t) \approx \frac{A_n \sigma}{\sqrt{\hbar}} \exp\left[-\frac{p^2 \sigma^2 (1 + i\Theta)}{2\hbar^2}\right] \times \frac{\sin[(2k_m + 1)(pd/2\hbar - \delta/2)]}{\sin[pd/2\hbar - \delta/2]}, \quad (6)$$

(6) 式的近似是由于在进行变换计算时忽略了不同光晶格子中平均凝聚原子数的差异, 即认为各

子凝聚原子云均含有 $\bar{N} = N/(2k_m + 1)$ 个原子。由于光晶格势存在空间周期性的结构, (6) 式表明玻

色凝聚气体的动量分布在 $p_l = (l + \delta/2\pi)2\pi\hbar/d$ (其中 l 为整数) 处出现干涉峰。为下文讨论方便, 令 $\delta = \gamma\pi$, 并引入干涉峰的有效级次参数 $l_{\text{eff}} = l + \gamma/2$ 和动量 $p_0 = \hbar/d$ (\hbar 为普朗克常数), 则有

$$p_{l_{\text{eff}}} = (l + \gamma/2)2\pi\hbar/d = l_{\text{eff}}p_0. \quad (7)$$

除 $l_{\text{eff}} = 0$ (仅当 $l = 0$ 和 $\gamma = 0$ 时) 的中央主峰动量为零外, $l_{\text{eff}} \neq 0$ 的其他干涉边峰将带有初动量而运动。当取消组合势后, 干涉边峰将在自由空间运动, 其运动方程可用经典近似方程

$$x = \frac{l_{\text{eff}}p_0}{m}t \quad (8)$$

很好地加以描述。可见, 相对相位差 δ 的引入, 改变了凝聚系统初动量的分布, 使干涉条纹出现有意思的变化(详见下文)。为更清晰地反映干涉条纹因相对相位差的不同而产生变化, 在图 1 中画出了动量

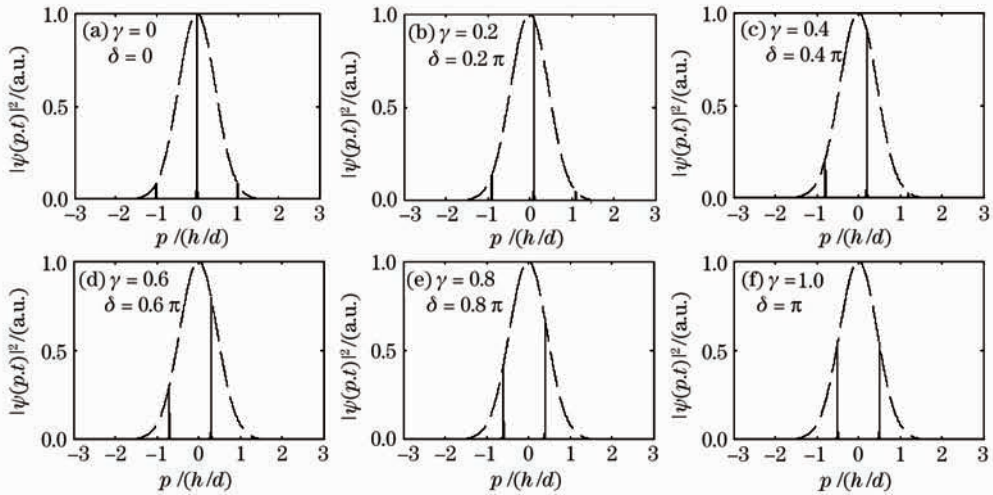


图 1 相邻子凝聚原子云间存在相对相位差时的动量密度分布

Fig. 1 Momentum density distribution with a relative phase difference between successive subcondensates trapped in optical lattice sites

显然, 当 σ/d 为定值时(一般由光晶格势强度因子 s 决定), 随着 l_{eff} 值的增大, 这一相对密度将会很快衰减为零。因此(9)式将决定实验上能观测到的干涉边峰级次。例如 $\delta = 0$ 时, 对给定的 σ 值($\sigma = 0.25d$, 如文献[18]中实验的条件)只能观测到两个对称的干涉边峰和一个中央主峰, 这已被实验所证实^[18]。当 $\delta = \pi$ 时, $l_{\text{eff}} = \pm 1/2, \pm 3/2, \dots$, 由图 1(f) 可知, 只能观测到 $l_{\text{eff}} = \pm 1/2$ 两个对称的干涉边峰, 而且两干涉峰中心之间距离为 $p_0 t/m = 2v_R t$ ($v_R = \hbar k_L/m$ 为光子的反冲速度), 与 Orzel 等^[14] 的实验结果完全一致。当 δ 从零增加到 π 时, 干涉边峰的分布将从关于原点对称到不对称, 再到对称, 干涉图样也由三个峰变为两个峰, 这一点也与 Adhikari^[10] 基于 G-P 方程的数值解结果相一致。当

密度 $n(p, t) = |\phi(p, t)|^2$ 在动量空间的分布。图中横坐标以 p_0 为单位, 而纵轴动量密度 $|\phi(p, t)|^2$ 给出一个相对值, 高斯宽度 $\sigma = 0.25d$, $k_m = 100$ 。在动量空间, 由于每个干涉峰的宽度 $\Delta p \sim 2\pi\hbar/(2k_m + 1)d$, 所以图中的干涉峰很狭窄。根据测不准原理, 在坐标空间, 干涉峰的宽度 $\Delta x \sim (2k_m + 1)d$ 与系统的总光晶格势尺度相当。子凝聚原子云在自由空间的动量守恒, 所以动量密度分布不随时间变化, 这也可以从(6)式中看出(与时间有关的因子出现在指数的虚部)。图中虚线为(6)式中指数部分模的平方, 即 $\exp(-p^2\sigma^2/\hbar^2)$ 在动量空间的分布, 这实际上就是相对动量密度分布的一个包络迹。如果将(7)式代入, 便可以得到边峰对中心峰的相对密度

$$P = \exp(-4\pi^2 l_{\text{eff}}^2 \sigma^2 / d^2). \quad (9)$$

然, 如果减少 σ 值, 相对动量密度分布的包络迹将扩展, 以致能观测到更多的干涉边峰。但减少 σ 值, 就意味着增加光晶格势的强度(即 s 值), 文献[20, 21] 实验表明, 当 $s > 14$ 时, 系统将由超流态向 Mott 绝缘态转变, 干涉图样消失。在此条件下, 高斯宽度 $\sigma \approx 0.2d$, 由(9)式计算表明 $l_{\text{eff}} = \pm 2$ 的干涉边峰仍然不在相对动量密度分布的包络迹内。因此, 在超流条件下, 实验上一般只能观测 $l_{\text{eff}} = \pm 1$ ($\delta = 0$) 或者 $l_{\text{eff}} = \pm 1/2$ ($\delta = \pi$) 的干涉边峰。

3 物质波干涉图样在自由空间的演化特性

从(4)和(5)式中较难直接看出干涉条纹在坐标

空间的分布特点,采用文献[18]的实验参数,即 $\lambda = 795 \text{ nm}$, $\omega_x = 2\pi \times 9 \text{ Hz}$, $\omega_{\perp} = 2\pi \times 92 \text{ Hz}$, $\sigma = 0.25d$ 和 ^{87}Rb 凝聚原子,通过图示来分析干涉条纹的演化特性。为方便讨论,引入时间参量 $\tau_0 = md^2/2\pi\hbar$, 即 $l_{\text{eff}} = 1$ 的干涉峰运动一个光晶格势的空间距离 d 所用的时间。当各子凝聚原子云间有相同的初相位时(即 $\delta = 0$),图 2 展示了不同时刻:(a) $t = 0$, (b) $t = 50\tau_0$, (c) $t = 100\tau_0$ 和 (d) $t = 150\tau_0$ 时玻色凝聚气体密度分布、粒子流密度分布、速度分布和相位分布的情况。在图 2 中密度 $n(x, t)$ 以 A_n^2 为单位,粒子流密度 $J(x, t)$ 以 $A_n^2\hbar/(md)$ 为单位,速度 v 以 $v_0 = 2\pi\hbar/(md)$ 为单位,而相位 ϕ 的取值范围为: $-\pi \leq \phi \leq \pi$ 。当 $t = 0$ 时[图 2(a)], $n(x, t = 0)$ 为光晶格势中玻色凝聚气体的初始分布,而其他物理量分布均为零。随着演化时间的增加,从图 2 中可以清楚地看到干涉边峰的形成和凝聚原子云干涉图样的运动特征。中心峰 ($l_{\text{eff}} = 0$) 静止不动,粒子流密度为零,速度和相位也为零。但对 $l_{\text{eff}} = \pm 1$ 的边峰,其整体运动速度为 $v = 2\pi l_{\text{eff}}\hbar/(md) = l_{\text{eff}}v_0 = \pm v_0$, 特别是

对于高斯宽度 σ 取一定值时(如本文计算时用 $\sigma = 0.25d$),从密度分布图中是观测不到 $l_{\text{eff}} = \pm 2$ 级的干涉边峰的,但从速度分布图上,仍可以清晰地得到满足这一经典规律的速度分布。而相位分布则是一个振荡函数,除中央静止峰相位为零外,在其他位置,其相位是一个快速振荡的函数。为探讨相位振荡规律,我们在不同的坐标空间区间,将波函数的相位分布放大,如图 3 所示。由图可知,在干涉边峰所在区域[宽度 $\sim (2k_m + 1)d$]内,如在 $l_{\text{eff}} = 1$ (图 3(b)) 和 $l_{\text{eff}} = 2$ (图 3(d)) 的干涉峰区域内,相位 ϕ 在 $-\pi$ 和 π 之间作频率稳定的振荡,并且在一个振荡周期内,相位随 x 作线性变化,在干涉峰的运动方向上,相位变化满足

$$\Delta\phi = 2\pi\Delta x/\lambda_{\text{db}}, \quad (10)$$

这一经典规律,这里的 $\lambda_{\text{db}} = \hbar/p_{l_{\text{eff}}} = d/l_{\text{eff}}$ 为干涉边峰运动的德布如意波波长。从时间角度考虑,相位振荡的频率为

$$\Omega_{l_{\text{eff}}} = l_{\text{eff}}^2 \frac{2\pi\hbar}{md^2}. \quad (11)$$

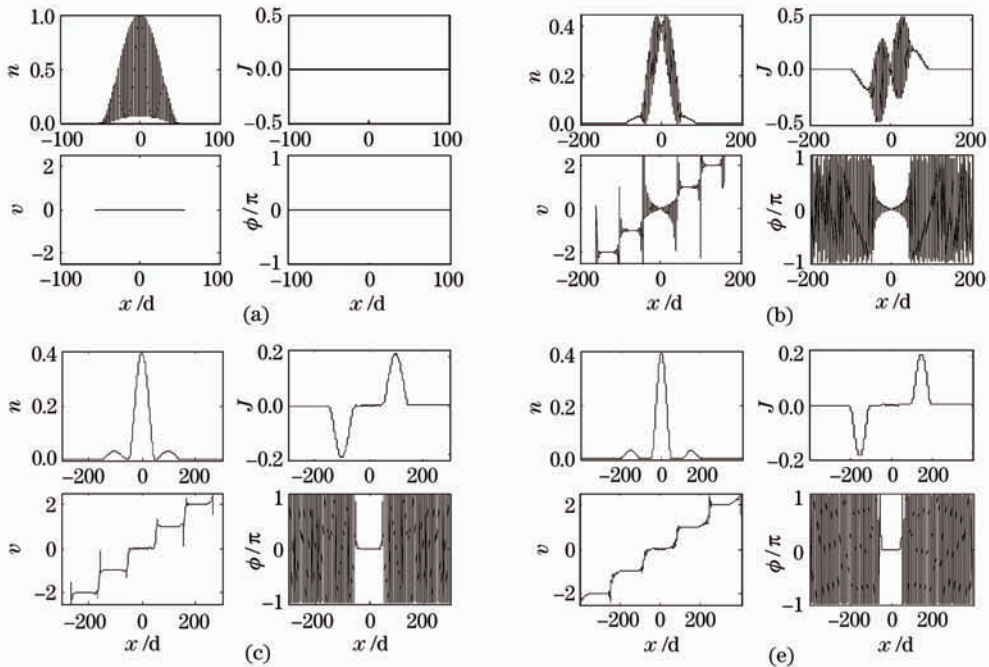


图 2 干涉图样随时间的演化特性

Fig. 2 Evolution of interference pattern with time t . (a) $t = 0$; (b) $t = 50\tau_0$; (c) $t = 100\tau_0$; (d) $t = 150\tau_0$

例如对 $l_{\text{eff}} = 1$ 边峰(图 3(b)), x 增加 d , 则相位变 2π , 相位振荡的频率为 $\Omega_{\pm 1} = 2\pi\hbar/(md^2)$, 对 $l_{\text{eff}} = 2$ 边峰, 相位的振荡频率是 $l_{\text{eff}} = 1$ 的 4 倍。图 3(b) 和 (d) 中的内插图是在 $5d$ 区间的放大表示。对中心干涉峰, 由于 $p_{l_{\text{eff}}} = 0$, $\lambda_{\text{db}} \rightarrow \infty$, 所以中心峰的相位变化始终为零。但是在非干涉边峰区域, 如位于

$l_{\text{eff}} = 0$ 到 $l_{\text{eff}} = 1$ 干涉峰之间的区域(图 3(a)) 和位于 $l_{\text{eff}} = 1$ 到 $l_{\text{eff}} = 2$ 干涉峰之间的区域(图 3(c)), 相位在 $-\pi$ 到 $+\pi$ 之间是随 x 远离原点而振荡越来越快的函数, 其振荡频率加快了 4 倍。这样, 对于 $l_{\text{eff}} = \pm 2$ 的边峰, 相位随空间和时间的变化恰好满足 (10) 和 (11) 式, 如图 3(d) 所示。

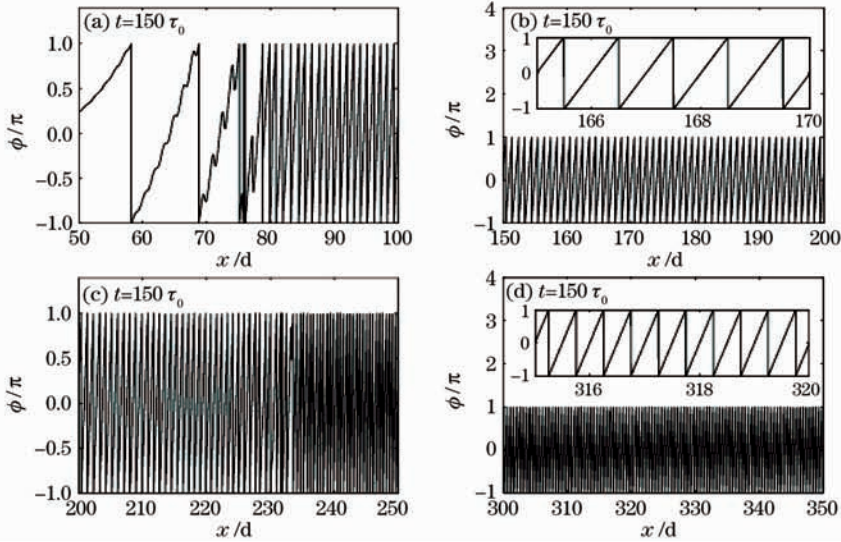


图 3 当膨胀演化时间 $t = 150\tau_0$ 时, 相位 ϕ ($-\pi \leq \phi \leq \pi$) 随空间变量 x 的振荡

Fig. 3 Oscillation for phase ϕ ($-\pi \leq \phi \leq \pi$) with x at $t = 150\tau_0$

下面讨论子凝聚原子云间存在相对相位差时干涉条纹的特点。图 4 为膨胀演化时间 $t = 150\tau_0$, δ 取不同值时的密度分布、粒子流密度分布、干涉边峰的速度分布和相位分布情况。图 4(a) 表示 $\delta = 0.2\pi$, 能观察到 $l_{\text{eff}} = -9/10, 1/10$ 和 $11/10$ 的三个不对称的峰, 相位图对应于 $l_{\text{eff}} = 1/10$ 峰的部分区域。图 4(b) $\delta = 0.5\pi$, 能观察到 $l_{\text{eff}} = -3/4, 1/4$ 和 $5/4$ 的三个不对称的峰, 相位图对应于 $l_{\text{eff}} = 5/4$ 峰的部分区域。图 4(c) $\delta = 0.75\pi$, 能观察到 $l_{\text{eff}} = -5/8, 3/8$ 的二个不对称的峰, 而 $l_{\text{eff}} = 11/8$ 干涉图

样的密度分布值已很小, 不易观测到。相位图对应于 $l_{\text{eff}} = -5/8$ 峰的部分区域。图 4(d) $\delta = \pi$, 只能观察到 $l_{\text{eff}} = -1/2$ 和 $1/2$ 二个对称峰。相位图对应于 $l_{\text{eff}} = 3/2$ 峰的部分区域。

显然, 相位随空间和时间变化规律仍然满足 (10) 和 (11) 式, 而速度分布同样满足 $v = l_{\text{eff}}v_0$ 这一规律。当 $\delta \neq 0$ 时, 相当于给玻色凝聚系统一个初动量 $\gamma p_0/2$, 因此, 干涉系统不存在静止的干涉峰(从粒子流密度分布图中可以清楚在看到这一点), 图 4 所示的所有干涉峰都将随时间运动, 只是运动速度

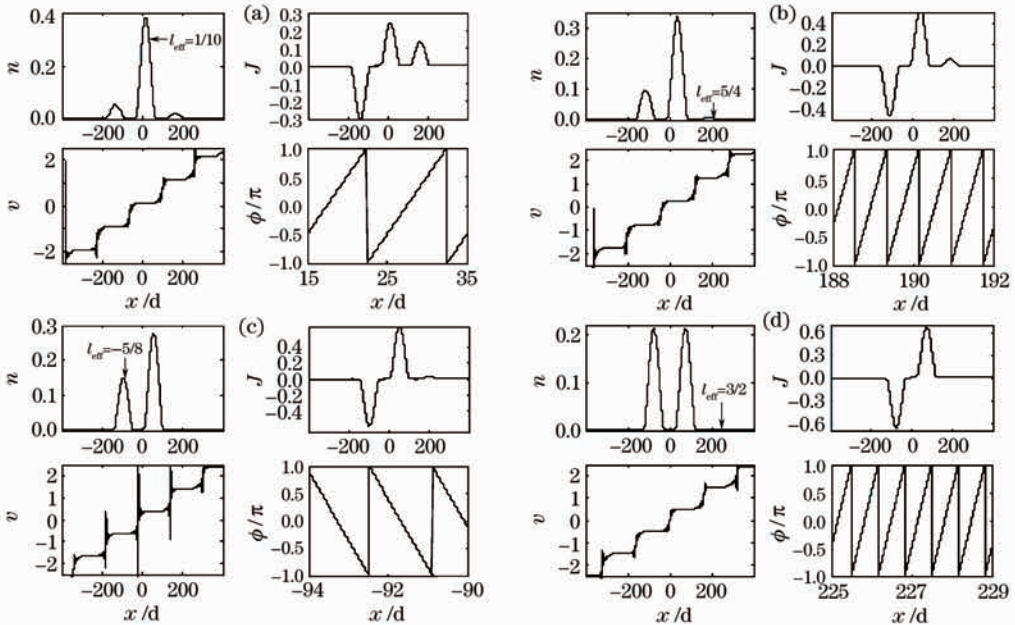


图 4 演化时间 $t = 150\tau_0$, 相邻子凝聚原子云间存在不同相对相位差时的干涉图样

Fig. 4 Interference pattern at $t = 150\tau_0$ with a relative phase difference δ . (a) $\delta = 0.2\pi$; (b) $\delta = 0.5\pi$; (c) $\delta = 0.75\pi$; (d) $\delta = \pi$

不同而已。例如,对 $l_{\text{eff}} = 1/10$ 的干涉峰 [$\delta = 0, 2\pi$, 如图 4(a)], 其对应德布如意波的波长 $\lambda_{\text{db}} = 10d$, 则 x 需增加 $10d$, 相位才变化 2π , 而相位随时间振荡的频率则为 $\Omega_{\pm 1}/100$ 。对 $l_{\text{eff}} = 3/2$ 的干涉峰 [$\delta = \pi$, 如图 4(d)], 其对应德布如意波的波长 $\lambda_{\text{db}} = 2d/3$, 因此, 当 x 增加 $2d/3$, 相位变化 2π , 而相位随时间振荡的频率则为 $9\Omega_{\pm 1}/4$ 。

物质波干涉峰的这一速度分布和相位分布规律, 等效于把各子凝聚原子云视为经典的相干点波源, 并以一定的初动量 $\gamma p_0/2$ 沿轴向运动。由波的干涉原理, 各子波波源相干加强(即得到干涉边峰)的条件是 $\Delta\phi = 2\pi d/\lambda_{\text{db}} - \delta = 2\pi l$ (l 为整数), 由此, 也可得到德布如意关系式 $\lambda_{\text{db}} = d/l_{\text{eff}}$, 与本文的结果相一致。通过上述分析, 得到的物质波干涉峰是一个以速度 $v = 2\pi l_{\text{eff}} \hbar/md$ 运动的波包, 其波长由德布如意关系式 $\lambda_{\text{db}} = h/p_{l_{\text{eff}}}$ 确定。由于波包运动不受外力作用, 所以, 波包的相位演化类似于经典的平面波, 即满足(10)和(11)式。

4 结 论

在坐标空间和动量空间研究了一维光晶格势中玻色凝聚气体干涉图样及其随时间演化的规律。玻色凝聚气体在动量空间的密度分布表明许多子凝聚原子云的相干叠加会产生随时间运动的干涉边峰, 而干涉边峰对中心峰的相对密度决定了能观测到的干涉边峰的级次。如果初始时刻在两相邻的子凝聚原子云间存在相对相位差, 那么, 玻色凝聚气体存在一个初动量, 其干涉图样将由 $\delta=0$ 时关于坐标原点的对称分布演变为不对称分布, 直到 $\delta=\pi$ 时干涉图样只有两个关于原点对称的峰。在坐标空间, 研究了物质波干涉图样的密度分布、粒子流密度分布、速度分布和波函数的相位分布特点。从中得到物质波干涉峰是一个以速度 $v = 2\pi l_{\text{eff}} \hbar/md$ 运动的波包, 其波长由德布如意关系 $\lambda_{\text{db}} = h/p_{l_{\text{eff}}}$ 确定。由于波包运动不受外力作用, 所以, 波包的相位演化规律可用经典的平面波来近似。物质波干涉峰运动的这一特性, 可以作为进行研究干涉边峰碰撞和叠加的有效工具。

参 考 文 献

- 1 M. G. Prentiss. Bound by light [J]. *Science*, 1993, **260**(5111): 1078~1080
- 2 K. Bongs, K. Sengstock. Physics with coherent matter waves [J]. *Rep. on Prog. in Phys.*, 2004, **67**(6):907~963
- 3 W. M. Liu, W. B. Fan, W. M. Zheng *et al.*. Quantum tunneling of Bose-Einstein condensates in optical lattices under gravity [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(17):170408~170411
- 4 Xu Zhijun, Li Penghua. Second interference and amplification

effect of a Bose-condensed gas [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(10):5607~5612

徐志君, 李鹏华. 玻色凝聚原子云的二次干涉及其放大效应[J]. *物理学报*, 2007, **56**(10):5607~5612

- 5 Jiurong Han, Haichao Zhang, Yuzhu Wang. Energy spectrum of fermionized bosonic atoms in optical lattices [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2005, **3**(11):621~624
- 6 Hong Tao, Huo Yunseng, Wang Yuzhu. Nonlinear phenomena of one dimensional axial interference of Bose-Einstein condensates [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(3):315~318
- 7 洪涛, 霍芸生, 王育竹. 玻色爱因斯坦凝聚体一维轴向干涉中的非线性现象[J]. *光学学报*, 2000, **20**(3):315~318
- 8 H. W. Xiong, S. J. Liu, G. X. Huang. Evolution of a coherent array of Bose-Einstein condensates in a magnetic trap [J]. *Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2002, **35**(23):4863~4873
- 9 S. J. Liu, H. W. Xiong, Z. J. Xu *et al.*. Interference patterns of Bose-condensed gases in a two-dimensional optical lattice [J]. *Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, 2003, **36**(10):2083~2092
- 10 Xu Zhijun, Wang Dongmei, Li Zhen. Interference of Bose-condensed gas in a 1D optical lattice [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(6):3076~3082
- 11 徐志君, 王冬梅, 李珍. 一维光晶格中玻色凝聚气体的干涉[J]. *物理学报*, 2007, **56**(6):3076~3082
- 12 S. K. Adhikari. Matter-wave interference, Josephson oscillation and its disruption in a Bose-Einstein condensate on an optical lattice [J]. *Nucl. Phys. A*, 2004, **737**:289~293
- 13 Xu Zhijun, Zhang Dongmei. Evolution of matter wave interference of Bose-condensed gas in a 1D optical lattice [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2007, **24**(9):2493~2496
- 14 Lu Junfa, Ji Xianming, Zhou Qi *et al.*. A novel controllable four-well optical trap for cold atoms or molecules and its two-dimensional optical lattices [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2):211~218
- 15 陆俊发, 纪宪明, 周琦等. 一种新颖的实现冷原子或冷分子囚禁的可控制光学四阱及其二维光学晶格[J]. *光学学报*, 2008, **28**(2):211~218
- 16 B. P. Anderson, M. A. Kasevich. Macroscopic quantum interference from atomic tunnel arrays [J]. *Science*, 1998, **282**(5394):1686~1689
- 17 C. Orzel, A. K. Tuchman, M. L. Fenselau *et al.*. Squeezed states in a Bose-Einstein condensate [J]. *Science*, 2001, **291**(5512):2386~2389
- 18 E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma *et al.*. Well-collimated quasi-continuous atom laser [J]. *Science*, 1999, **283**(5408):1706~1709
- 19 I. Bloch, T. W. Hänsch, T. Esslinger. Atom laser with a cw output coupler [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**(15):3008~3011
- 20 F. S. Cataliotti, S. Burger, C. Fort *et al.*. Josephson junction arrays with Bose-Einstein condensates [J]. *Science*, 2001, **293**(5531):843~846
- 21 P. Pedri, L. Pittaevskii, S. Stringari. Expansion of a coherent array of Bose-Einstein condensates [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(22):220401~220404
- 22 D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac *et al.*. Cold Bosonic atoms in optical lattices [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **81**(15):3108~3111
- 23 M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger *et al.*. Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms [J]. *Nature*, 2002, **415**(3):39~44
- 24 M. Greiner, O. Mandel, T. W. Hänsch *et al.*. Collapse and revival of the matter wave field of a Bose-Einstein condensate [J]. *Nature*, 2002, **419**(5):51~54
- 25 S. Peil, J. V. Porto, Tolra B. Laburthe *et al.*. Patterned loading of a Bose-Einstein condensate into an optical lattice [J]. *Phys. Rev. A*, 2003, **67**(5):051603~051606
- 26 Lu Junfa, Lu Heqin, Zhou Qi *et al.*. A novel controllable six-well optical trap for cold atoms or molecules and optical lattice [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(9):1816~1823
- 27 陆俊发, 陆荷琴, 周琦等. 一种新颖的实现冷原子囚禁的可控制光学六阱及其光学晶格[J]. *光学学报*, 2008, **28**(9):1816~1823
- 28 E. P. Gross. Hydrodynamics of a superfluid condensate [J]. *J. Math. Phys.*, 1963, **4**(1):195~207