

平面涡旋光干涉的分析

王 浩 杨德兴 甘雪涛 赵建林 任小元 姜宏振

(西北工业大学理学院光信息科学与技术研究所, 陕西省光信息技术重点实验室, 陕西 西安 710072)

摘要 光学涡旋具有独特的相位奇点和螺旋相位结构, 多个涡旋光场之间的干涉呈现出新颖的强度和相位分布特征。通过在平面波背景中嵌入涡旋相位产生平面涡旋光场, 采用数值模拟方法研究了多个平面涡旋光场之间的干涉, 并分析了两个平面涡旋光场的中心间距及拓扑荷值对涡旋产生和湮灭的影响。进一步数值研究了对称分布的多个点涡旋光之间的干涉, 结果表明通过改变涡旋光束数目或者拓扑荷值, 可获得不同分布的对称涡旋阵列光场。利用计算全息并通过空间光调制器, 实验上实现了具有不同拓扑荷值的多个对称点涡旋光场的干涉, 其干涉图样与模拟结果吻合。实验结果不仅证实了数值模拟结果, 也为实验研究复杂涡旋光场的干涉提供了一种有效方法。

关键词 物理光学; 光学涡旋; 涡旋光干涉; 平面涡旋光; 数值模拟; 计算全息

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092902.0517

Analysis of Interference of Planar Vortex Beams

Wang Hao Yang Dexing Gan Xuetao Zhao Jianlin Ren Xiaoyuan Jiang Hongzhen

(Shaanxi Key Laboratory of Optical Information Technology, Institute of Optical Information Science and Technology, School of Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

Abstract The interference of several optical vortices can generate intriguing intensity and phase distributions due to the particular helical phase structures and central singularities. The interference of optical planar vortex, which has a phase singularity and a dark hole nested in an infinite plane-wave background, is simulated. The influences of the distances between the singularities and the topological charges of two planar vortices on the annihilations and creations of vortices are analyzed, respectively. Further, the interference of the symmetric point vortices is investigated numerically. The results show that a rich variety of the symmetric vortex arrays can be obtained by changing the number of the vortices and/or the topological charges. The interference of the symmetric point vortices is demonstrated experimentally by utilizing computer-generated holography and spatial light modulator. The experimental results are in good agreement with those of numerical simulation. It not only confirms the numerical results, but also demonstrates a convenient way of generating interference of complex optical vortices.

Key words physical optics; optical vortex; interference of vortex beams; planar vortex beam; numerical simulation; computer-generated holography

1 引言

利用波动方程对波的传输行为进行描述时, 方程的解常常具有奇点, 表明波在这些地方发生了突变。当光波的相位存在无法定义的奇点且奇点处光强为零时, 光波相位围绕该奇点沿垂直于传播方向呈螺旋型分布, 将会形成光学涡旋。由于光学涡旋独特的相位和强度分布及新颖的拓扑特性使之可以

产生较大的轨道角动量。从而在光学操控^[1]、数据存储、光学开关等方面具有巨大的潜在应用价值, 因此光学涡旋在过去的十几年里成为一个活跃的研究领域。1974年 Nye 等^[2]发现了连续波自粗糙表面反射后会包含着相位奇点和断层等现象。在 20 世纪 90 年代, Swartzlander 等^[3]在理论和实验上对自散焦非线性介质中涡旋演化成孤子的现象进行

收稿日期: 2008-06-16; 收到修改稿日期: 2008-08-03

作者简介: 王 浩(1982—), 男, 硕士研究生, 主要从事光信息技术方面的研究。E-mail: wangh_212@yahoo.cn

导师简介: 杨德兴(1966—), 男, 副教授, 硕士生导师, 主要从事非线性光学、光电技术及应用方面的研究。

E-mail: dxyang@nwpu.edu.cn

了研究,凌振芳等^[4]研究了光生伏打-光折变介质中光学涡旋孤子产生的条件以及传输行为。随后 Gabriel 等^[5]研究了在非线性介质中涡旋振幅的变化对拓扑荷值的影响。由于涡旋的粒子特性,近年来人们在理论和实验上对涡旋的产生和湮灭以及在空间中的传输做了更深入的研究^[6~10]。近几年实验上产生光学涡旋的技术也逐渐成熟^[11, 12]。迄今对光学涡旋的研究主要集中于嵌于高斯型背景光场中的环形涡旋,而对其他形式的涡旋却很少涉及。

本文在环形涡旋干涉的研究基础上,采用数值模拟研究不同拓扑荷值的平面涡旋光之间的干涉,分析平面涡旋光中心奇点间距离和拓扑荷值对干涉的影响,进一步数值研究了多个点涡旋光的干涉,最后用计算全息的方法^[12]通过液晶空间光调制器^[13]在实验上研究多个点涡旋光的干涉,并与数值计算的结果进行了对比分析。

2 平面涡旋光干涉的数值模拟

在任意闭合区间内对一个二维连续函数的梯度作积分,积分的结果为零,可以根据这个结论来确定复合光场中光学涡旋的位置。涡旋奇点之外的光场相位函数是连续的,在闭合区间内对它的梯度积分为零,当闭合区间包括了涡旋奇点时,光场相位函数的梯度积分为

$$\oint_l \nabla \Psi(x, y) \cdot ds = 2m\pi \quad (1)$$

式中 $\Psi(x, y)$ 为光场复振幅的相位函数, l 为闭合回路的积分曲线, m 为闭合区间内涡旋的净拓扑荷值,通过(1)式就可以确定光学涡旋的位置和拓扑荷值^[14, 15]。利用涡旋光与平面波的干涉,可以观察涡旋的位置和拓扑荷值,有涡旋的地方干涉图样就会出现分叉,分叉的个数为涡旋的拓扑荷值^[2, 5],图 1(a~d)分别表示拓扑荷值为 1, 2, 3, 4 的涡旋光与平面光波的干涉条纹图样。本文对平面涡旋光干涉的分析都是在上述两种判断涡旋位置和拓扑荷值的方法上展开的。

平面涡旋光是将涡旋嵌入平面波中形成的一种涡旋光场,其光场复振幅为

$$E(r, \theta) = A \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\omega_0^2}\right) \right] \exp(jm\theta) \quad (2)$$

式中 A 为任意常数, $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$, ω_0 为高斯型光束的束腰半径。从(1)式可以得出平面涡旋光同其他类型的涡旋光一样,在 $r = 0$ 处光强值为零,因而相位因子 $\exp(jm\theta)$ 也是无法确定的(θ 为方位角)。图 2 给出了平面涡旋光的强度、相位分布以及与平面波的干涉图。

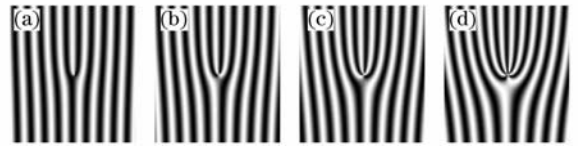


图 1 不同拓扑荷值涡旋光与平面波的干涉图

Fig. 1 Interferograms between a plane wave and vortex beams with different topological charges.

(a) $m = 1$; (b) $m = 2$; (c) $m = 3$; (d) $m = 8$

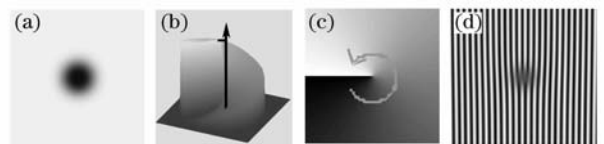


图 2 平面涡旋光束的强度和相位分布。

(a) 二维强度分布; (b) 三维相位分布; (c) 二维相位分布; (d) 与平面波的干涉图

Fig. 2 Intensity and phase structures of an optical planar vortex beam. (a) two-dimensional (2-D) display of the intensity profile; (b) three-dimensional (3-D) phase display; (c) two-dimensional displays of the phase profile; (d) interferogram with a plane wave

2.1 两个平面涡旋光干涉的数值模拟

当两个或多个涡旋光干涉时,由于涡旋相位所嵌入背景光场的差异,形成的复合光场会表现出不同的特征。对于多个平面涡旋光的干涉,光场复振幅为

$$E(r, \theta) = \sum_{i=1}^n A_i \left[1 - \exp\left(-\frac{r_i^2}{\omega_i^2}\right) \right] \exp(jm_i \theta_i) \quad (3)$$

式中 $r_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2$, (x_i, y_i) 为第 i 个涡旋中心的坐标, n 为涡旋的个数。本文只考虑 $\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_i \dots = \omega_n = \omega_0$ 为定值及 $m_1 = m_2 = \dots = m_i \dots = m_n = m$ 的情况。

首先考虑两个等强度平面涡旋光的干涉。如图 3 所示,两个涡旋光场中心的坐标分别为 $(-\Delta, 0)$ 和 $(\Delta, 0)$,它们叠加后的光场复振幅展开为

$$E(r, \theta) = 2A - A \left\{ \exp\left[-\frac{(x + \Delta)^2 + y^2}{\omega_0^2}\right] \exp(jm\theta_1) + \exp\left[-\frac{(x - \Delta)^2 + y^2}{\omega_0^2}\right] \exp(jm\theta_2) \right\} \quad (4)$$

图 4 上、下两行分别给出了 $m = 1$, $\delta = \Delta/\omega_0$ 取不同值时的两个涡旋光场叠加后的强度分布和叠加光场与平面波的干涉条纹图样。从图 4 可以看出当 δ 分别取 0, 0.3, 0.6 和 1 时, 两个平面涡旋光场干涉叠加后都融合成一个 $m = 1$, 中心位置位于坐标原点的平面涡旋光场, 即在 $\delta \leq 1$ 时, 整个叠加后的光场只有一个涡旋光场存在, 且该涡旋光场分布与 δ 无关。以上平面涡旋光干涉得到的结论与环形涡旋光场的干涉情况不同。环形涡旋光场在 δ 从 0 到 1 变化时, 涡旋的个数是发生变化的, 开始光场中只存在一个涡旋, 当 δ 增大到一定值时光场就会存在三个涡旋光, 且一个涡旋的拓扑荷值与其他两个涡旋的拓扑荷值的符号相反^[6]。

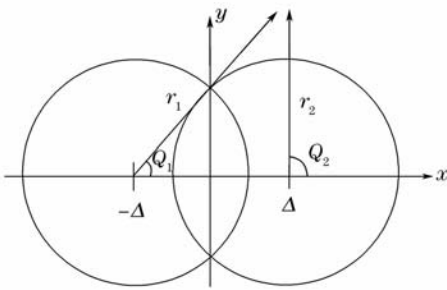


图 3 位于坐标平面的两个平面涡旋示意图
Fig. 3 Sketch map of two planar vortices in the coordinate plane

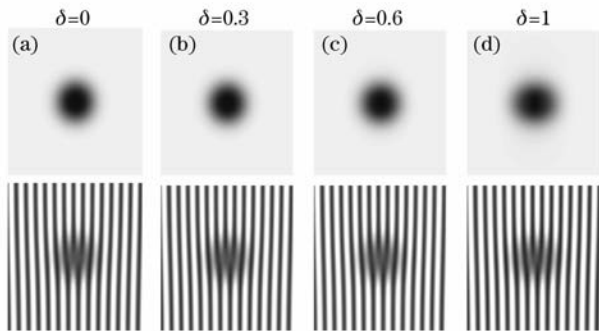


图 4 $m = 1$, 不同 δ 值的两个平面涡旋光场叠加干涉后的强度分布(上部)及叠加光场与平面波的干涉图(下部)
Fig. 4 Intensities (top) of the interference of two $m = 1$ planar vortex beams with different δ and their interferograms (bottom) with a plane wave

图 5 给出了 $m = 2$ 的两个等强度平面涡旋光干涉后强度和相位分布。从图 5(c1)可以看出在 $\delta = 0$ 时, 叠加后涡旋光场由两个涡旋融合成一个 $m = 2$ 的涡旋光场, 且涡旋的中心位于坐标原点。当 $0 < \delta \leq 1$ 时, 叠加后光场所含有的涡旋个数会发生变化, 光场中涡旋个数由一个 $m = 2$ 且中心位于坐标原点的涡旋变成两个 $m = 1$ 中心在 y 轴上的涡

旋。图 5(c4)中箭头所指两点为两个 $m = 1$ 涡旋中心的位置, 且这两点成轴对称分布。从图 5(b2)~(b4)可以看出, 随着 δ 的增大, 两个 $m = 1$ 的涡旋之间的距离逐渐增大。

图 6 表示了 $m = 3$ 的两个等强度平面涡旋光干涉的结果。同样在 $\delta = 0$ 处会融合成一个 $m = 3$ 的平面涡旋光, 当 $0 < \delta \leq 1$ 时, 叠加后光场中涡旋个数由一个 $m = 3$ 且中心位于坐标原点的涡旋变成三个 $m = 1$ 的涡旋, 其中一个涡旋中心位于坐标原点, 其余两个涡旋中心对称分布于 y 轴上, 图 6(b4)箭头所指的三个点为涡旋的位置。从图 6(b2)~(b4)中可以看出, 在 δ 逐渐增大时, 涡旋之间的距离也随着增大。

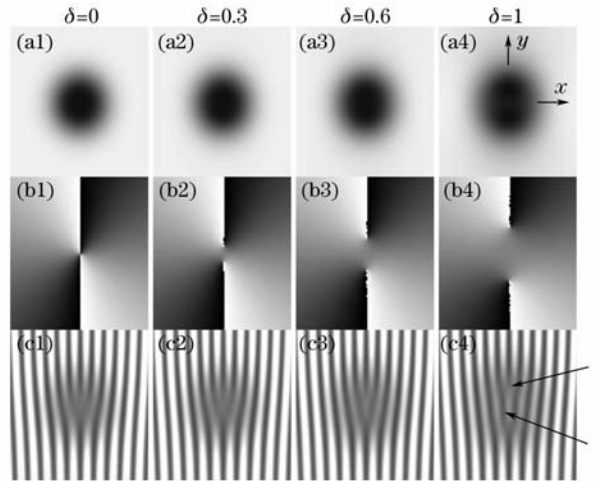


图 5 $m = 2$, 不同 δ 值的两个平面涡旋光场叠加干涉后强度分布(上部)、相位分布(中部)及叠加光场与平面波的干涉图(下部)
Fig. 5 Intensities (top), phases (middle), and interferograms with a plane wave (bottom) of the interference of two $m = 2$ planar vortex beams with different δ

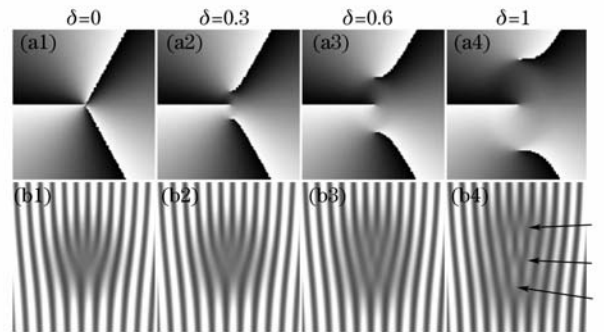


图 6 $m = 3$, 不同 δ 值的两个平面涡旋光场叠加干涉后相位分布(上部)及叠加光场与平面波的干涉图(下部)
Fig. 6 Phases (top) and interferograms with a plane wave (bottom) of the interference of two $m = 3$ planar vortex beams with different δ

涡旋光束具有螺旋相位结构,且当改变其拓扑荷值 m 时围绕中心奇点相位变化不同。因此改变 δ 实际上就是改变参与叠加涡旋光场的中心奇点间距离,这必然导致叠加后光场相位出现新的分布特征。同理 m 的变化直接导致叠加形成的光场相位分布也存在很大的差异。由以上因素所引起的干涉光场相位分布可以形成其对应的干涉图样。虽然上述数值结果反映了其中部分情况的变化规律,但从结果可以看出,通过改变 δ 和 m 可以获得不同的复合涡旋光场分布。

2.2 多个平面涡旋光干涉的数值模拟

讨论拓扑荷值都为 1 且平面涡旋光场数目 $n > 2$ 时的干涉情况。此时 2.1 节中的结论同样适用,即多个涡旋光都会融合成一个 $m = 1$ 的平面涡旋光,但形成涡旋的中心位置与涡旋光之间的分布有关,而与涡旋和涡旋之间的距离无关。特别地,当多个涡旋光的中心位置围绕坐标原点成对称分布时,形成的涡旋中心位于坐标原点,图 7 给出了平面涡旋光场数目 $n = 3, 4, 5, 6$ 时干涉的数值模拟结果。

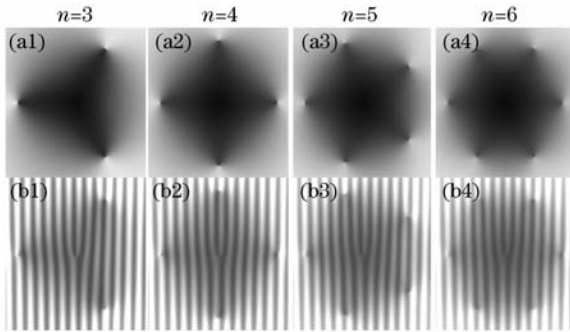


图 7 $m = 1$, n 数目不同时的平面涡旋光场叠加干涉后的强度分布(上部)及其与平面波的干涉图(下部)

Fig. 7 Intensities (top) and interferograms with a plane wave (bottom) of the interference between $m = 1$ planar vortex beams with different number n

3 点涡旋光干涉的数值模拟与实验实现

3.1 数值模拟

点涡旋光是一种特殊的涡旋光,可以看作是平面涡旋光在参数 ω_0 趋于 0 时的特例,它的光场复振幅为

$$E(r, \theta) = A \exp(jm\theta). \quad (5)$$

对平面涡旋光干涉的研究方法也适用于对点涡旋光干涉的研究。由于 $\omega_0 = 0$,点涡旋光和平面波的干涉与普通的平面涡旋光和平面波的干涉略有不

同。从图 8 的对比中可以看出其差异,图 8(a)是平面涡旋光与平面波的干涉图,由于参数 ω_0 的影响,可以看出在干涉图上有一暗场区域,且通过数值模拟可以发现 ω_0 越大暗场区域越大;图 8(b)是点涡旋光与平面波的干涉图,由于 ω_0 趋于 0,因此暗场区域收缩为一个点。本文数值模拟了拓扑荷值取不同值时多个点涡旋光的干涉情况。

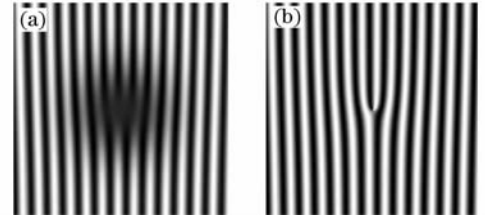


图 8 平面涡旋(a)和点涡旋(b)与平面波的干涉图

Fig. 8 Interferograms of a planar vortex (a) and a point vortex (b) with a plane wave

图 9 给出了部分数值模拟结果,从左列至右列分别代表参与干涉的点涡旋光场数目 $n = 2, 4, 6, 8$,其中第一、二行分别表示参与干涉的涡旋光场拓扑荷值 m 取不同值时的干涉图样,图中第三行中的实线和虚线分别表示第一行和第二行的干涉图样沿 y 轴的强度分布。从图 9 可以看出,当点涡旋光的拓扑荷值相等时,轴对称分布的多个点涡旋光的干涉图也是轴对称的,且其对称轴的重数等于点涡旋光的个数(对于奇数个点涡旋光可以参看图 11)。从图中第一行和第二行的对比可以看出,点涡旋光的数量相同时,不同的拓扑荷值,得到的干涉图样

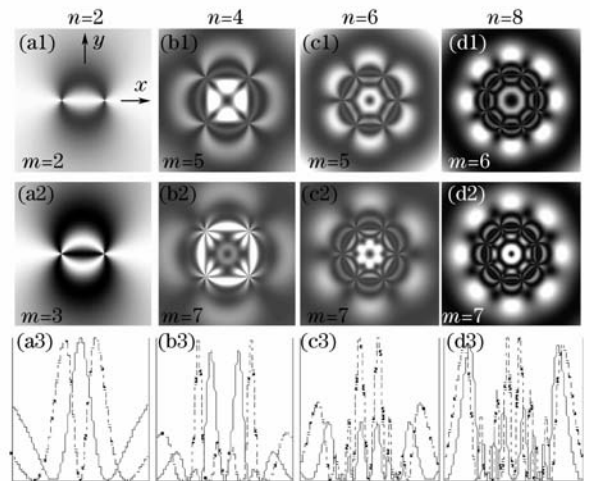


图 9 不同拓扑荷值 m ,不同数目 n 的点涡旋光干涉强度分布

Fig. 9 Intensity profiles of interferences between point vortex beams with different topological charges m and different number n

差异很大。从图中第二列和第三列的对比可以看出，拓扑荷值相同时，点涡旋光的个数不同，干涉图样也有很大的差异。这表明通过改变点涡旋光的个数和拓扑荷值可以产生非常丰富的涡旋阵列干涉图样，因此可以采用这种方法来设计具有复杂的涡旋相位和强度的涡旋阵列光场。其潜在应用领域极其广泛，比如有可能应用于激光精密加工、光镊、光驱动以及一些特殊的照明场合(如机器视觉等)。

3.2 实验原理及实验实现

通过对事先设计好的计算全息图再现可以方便地获得各种形式的涡旋光场。本文首先通过计算涡

旋光场和离轴平面波的干涉得到其计算全息图(CGH)，然后将该CGH通过视频输入到振幅型空间光调制器(SLM)上，再用单色平面波照射SLM，滤除零级衍射光后将在 ± 1 级衍射光场处得到再现的涡旋光场。制作全息图的涡旋光场复振幅可表示为

$$o(x, y) = o_0 \exp(jm\theta), \quad (6)$$

参考光的复振幅分布可表示为

$$r(x, y) = r_0 \exp\left(\frac{-j2\pi x}{\Gamma}\right), \quad (7)$$

其中 $\Gamma = \lambda/\sin \alpha$ ， α 为平面波入射方向与 x 轴的夹角。物光波与参考光波干涉后光场的强度分布为

$$I(x, y) = |o(x, y) + r(x, y)|^2 = o_0^2 + r_0^2 + |o_0 r_0| \exp\left[-j\left(\frac{2\pi x}{\Gamma} + m\theta\right)\right] + |o_0 r_0| \exp\left[j\left(\frac{2\pi x}{\Gamma} + m\theta\right)\right], \quad (8)$$

因此得到的全息图为余弦型振幅光栅。将该全息图输入SLM，设该SLM的复振幅透过率为： $t(x, y) = t_b + \beta I(x, y)$ ，在采用振幅为 C_0 的平面波垂直照射SLM后，得到的再现透射光场为

$$U_t(x, y) = C_0 t_b + C_0 \beta (o_0^2 + r_0^2) + C_0 o_0 r_0 \exp\left(-j\frac{2\pi x}{\Gamma}\right) \exp(-jm\theta) + C_0 o_0 r_0 \exp\left(j\frac{2\pi x}{\Gamma}\right) \exp(jm\theta), \quad (9)$$

其中前两项为0级衍射光(直透分量)，第三项为 -1 级衍射光，可以得到 $-m$ 阶涡旋光场，第四项为 $+1$ 级衍射光，表示 m 阶涡旋光场。因此通过滤波，将0级和 -1 级衍射光滤除可得到 m 阶涡旋光场，将0级和 $+1$ 级衍射光滤除可得到 $-m$ 阶涡旋光场。

图10为实验装置示意图，将计算得到的多个点涡旋光干涉的全息图输入到振幅型空间光调制器SLM中，从He-Ne激光器输出的光束经倒置望远镜系统RT准直后，通过偏振片 P_1 垂直照射到SLM上，透过SLM的衍射光经 P_2 (偏振方向与 P_1 垂直)后，由空间滤波器(透镜 L_1 、 L_2 和小孔A)组

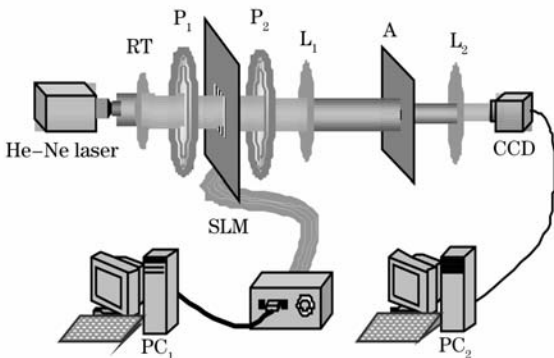


图10 点涡旋光干涉的实验装置图

Fig. 10 Experimental setup of interference of point vortex beams

成)滤波，滤波后的 $+1$ 级衍射光通过CCD相机采集，就得到了点涡旋的干涉图。

实验中采集了涡旋个数 n 从2~8，涡旋的拓扑荷值 m 从1~8的干涉图样，图11仅给出 $m=5$ ， $n=2, 3, 5, 6$ 的点涡旋光干涉图样。图11中第一行为数值模拟干涉图样，第二行为采用的计算全息

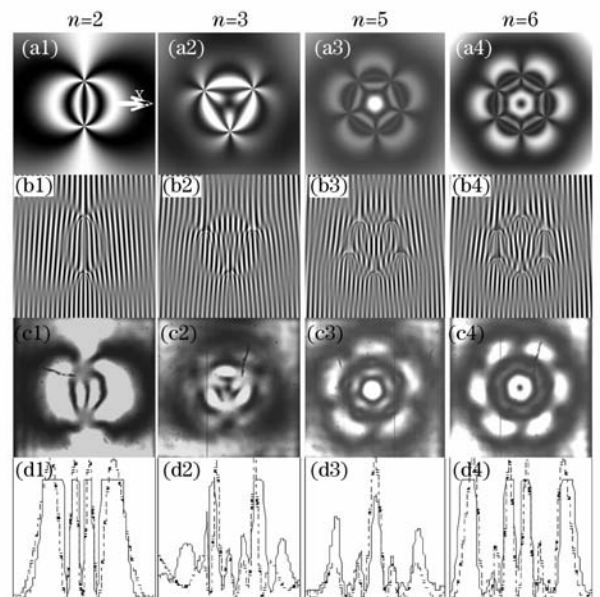


图11 $m=5$ 时多个点涡旋光干涉模拟结果及实验结果
Fig. 11 Simulated and experimental results of interference of several point vortex beams with $m=5$

图,第三行为实验获取的干涉图样,第四行中的实线和虚线分别表示实验结果与数值计算结果在 x 轴上的强度分布。从图 11 可以看出,尽管由于 CCD 的饱和使实验曲线出现了平顶,但实验结果和数值模拟结果的整体趋势是吻合的。

4 结 论

在简要介绍判断涡旋位置以及拓扑荷值的两种方法以及对平面涡旋光进行简单描述的基础上,数值模拟了多个平面涡旋光之间的干涉,分析了涡旋光之间的距离及其拓扑荷值在涡旋光干涉过程中对涡旋产生与湮灭的影响。结果表明, $m = 1$ 时,不同于环形涡旋光场干涉,在 $0 \leq \delta \leq 1$ 时,干涉光场只有一个涡旋存在; $m = 2$ 和 3 时,在 $0 < \delta \leq 1$ 时,干涉光场中分别含有两个和三个涡旋。进一步利用数值模拟研究了平面涡旋光的特例——点涡旋光的干涉,通过改变涡旋光场的数目和拓扑荷值,获得了丰富多样的干涉光学涡旋阵列。最后,利用计算全息法和空间光调制器对点涡旋的干涉叠加进行实验研究,实验结果与数值模拟结果吻合得很好,验证了数值模拟的可靠性,同时也为实验上研究不同类型的涡旋光场、复杂涡旋的光场叠加及在空间中的传输提供了一种方便有效的方法。

参 考 文 献

- 1 Mingwei Gao, Chunqing Gao, Zhifeng Lin. Generation and application of the twisted beam with orbit angular momentum[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(2): 89~92
- 2 J. F. Nye, M. V. Berry. Dislocations in wave trains[J]. *Proc. R. Soc. London Ser. A*, 1974, **336**(1605): 165~190
- 3 G. A. Swartzlander, Jr. C. T. Law. Optical vortex solitons

- observed in Kerr nonlinear media[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **69**(17): 2503~2506
- 4 Ling Zhenfang, Guo Ru, Liu Siming *et al.*. Optical vortex solitons in photovoltaic-photorefractive medium[J]. *Acta Physica Sinica*, 2000, **49**(3): 455~459
- 凌振芳,郭儒,刘思敏等.光生伏打-光折变介质中光学涡旋孤子[J]. *物理学报*, 2000, **49**(3): 455~459
- 5 M. T. Gabriel, L. Torner. Multicharged vortex evolution in seeded second-harmonic generation[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2000, **17**(7): 1197~1204
- 6 D. Palacios, D. Rozas, G. A. Swartzlander. Observed scattering into a dark optical vortex core[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(10): 103902
- 7 I. D. Maleev, G. A. Swartzlander. Composite optical vortices[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2003, **20**(6): 1169~1176
- 8 V. Pyragaite, A. Stabinis. Interference of intersecting singular beams[J]. *Opt. Commun.*, 2003, **220**(4-6): 247~255
- 9 A. Ferrando, Z. Mario, G. Miguel *et al.*. Vortex transmutation[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **95**(12): 123901
- 10 Y. Izdebskaya, T. Fadeyeva, V. Shvedov *et al.*. Vortex-bearing array of singular beams with very high orbital angular momentum[J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(17): 2523~2525
- 11 Xue Dongmei, Liu Tingting, Guo Chengshan. Localized hollow beams generated through interference of double zero-order Bessel beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(5): 771~775
- 薛冬梅,刘婷婷,国承山.基于零级贝塞尔光束干涉产生的局域空心光束[J]. *光学学报*, 2007, **27**(5): 771~775
- 12 Yin Jianping, Liu Nanchun, Xia Yong *et al.*. Generation of hollow laser beams and their applications in modern optics [J]. *Progress in Physics*, 2004, **24**(3): 336~380
- 印建平,刘南春,夏勇等.空心光束的产生及其在现代光学中的应用[J]. *物理学进展*, 2004, **24**(3): 336~380
- 13 Ye Biqing, Chen Jun, Norihiro, Fnkuchi *et al.*. Characteristics of liquid-crystal spatial light modulator at oblique incidence[J]. *Chin. J. Lasers*, 2007, **34**(3): 374~378
- 叶必卿,陈军,复智昇央等.液晶空间光调制器的斜入射特性[J]. *中国激光*, 2007, **34**(3): 374~378
- 14 F. S. Roux. Diffractive optical implementation of rotation transform performed by using phase singularities[J]. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(20): 3715~3719
- 15 F. S. Roux. Dynamical behavior of optical vortices[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1995, **12**(7): 1215~1221