

文章编号: 0253-2239(2009)02-0400-07

数字图像相关中基于可靠变形初值估计的大变形测量

潘 兵^{1,2} 谢惠民¹ 夏 勇³ 王 强⁴

¹ 清华大学工程力学系, 北京 100084

² School of Mechanical and Aerospace Engineering, Nanyang Technological University, Singapore, 639798

³ 清华大学汽车工程系, 北京 100084; ⁴ 黑龙江大学物理系, 黑龙江 哈尔滨 150080

摘要 为使数字图像相关方法适用于大变形测量, 提出一种变形初值估计方法。通过在变形前图像中第一个计算点附近选择三个或更多特征点并在变形后图像中选择其对应点, 利用坐标对应关系获得该点可靠的变形估计值作为 Newton-Rapshon 方法的迭代初值。该方法可对被测物体存在任意刚体转动或大变形情况下的表面变形进行准确测量, 克服了通常的基于整像素位移相关搜索再进行亚像素位移测量的数字图像相关方法在被测物面存在稍大转角或大变形情况下即不能使用的缺点。对存在相对刚体转动图像的位移场和聚丙烯泡沫塑料压缩实验的大变形进行了测量, 结果充分显示本文方法的有效性。

关键词 光学测量; 数字图像相关; 大变形; Newton-Rapshon 方法

中图分类号 TN911.74 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092902.0400

Large-Deformation Measurement Based on Reliable Initial Guess in Digital Image Correlation Method

Pan Bing^{1,2} Xie Huimin¹ Xia Yong³ Wang Qiang⁴

¹ Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084

² School of Mechanical and Aerospace Engineering, Nanyang Technological University, Singapore, 639798

³ Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084

⁴ Department of Physics, Heilongjiang University, Harbin, Heilongjiang 150080, China

Abstract In order to measure large deformation using digital image correlation method, a new initial guess technique is presented. The proposed technique obtains the reliable initial deformation guess of the first calculation point by manually selecting three or more points with distinct characteristics surrounding the reference subset center in the reference image and their corresponding locations in the deformed image. Then, reliable initial deformation guess can be determined according to the coordinate correspondence and is used as the iteration initial value of Newton-Rapshon method to further improve measurement accuracy. The proposed technique overcomes the shortcoming of the commonly used digital image correlation method which cannot work under the condition that the tested object has a rotation angle larger than seven degrees or large deformation. The measured displacement fields from image pairs with relative large rigid body rotation and large deformation compression test of polypropylene foam obviously demonstrate the validity of this technique.

Key words optical measurement; digital image correlation; large deformation; Newton-Rapshon method

1 引 言

数字图像相关方法^[1~4] (Digital image correlation, DIC) 已经作为一种有效的物体表面全场变形测量手段而获得广泛应用^[5~7]。

为跟踪参考图像中的某点在变形后图像中的位置, 通常选择以该点为中心一正方形的参考图像子区。由于变形后正方形参考图像子区形状也会改变, 因此可用形函数^[8] (Shape function) 来近似描述

收稿日期: 2008-05-06; 收到修改稿日期: 2008-07-17

基金项目: 国家 973 计划(2004CB61930)、国家自然科学基金(10732080, 10472050, 10625209)、新世纪优秀人才支持计划和北京市自然科学基金(3072007)资助课题。

作者简介: 潘 兵(1978-)男, 博士研究生, 主要从事光测力学方面的研究。E-mail: panb04@mails.tsinghua.edu.cn

导师简介: 谢惠民(1965-)男, 教授, 博士生导师, 主要从事光测力学方面的研究。E-mail: xiehm@tsinghua.edu.cn

变形后图像子区的位置和形状。此时,描述变形前后图像子区相似程度的互相关函数则为变形参数矢量的非线性方程组,需要用 Newton-Rapshon(N-R)方法^[5,6,9~11]或其它方法求解。N-R 迭代方法的收敛范围只有几个像素(Knuass^[10]的研究认为收敛范围在 7 个像素之内),只有较为准确的初值估计才能使之迅速收敛,从而获得准确可靠的位移计算结果。被测物体变形较小时目标图像子区相对参考图像子区的变形不大,可以通过简单的整像素位移相关搜索方法得到较准确的位移初值估计,并以其作为 N-R 方法的迭代初值(将应变的初值设为 0)^[3]。

数值计算方法中的某些全局优化算法,如遗传算法^[12]、差分进化算法^[13]由于不需要初值估计,也可用于相关函数的优化并获得变形信息。但与 N-R 方法相比,这些全局优化算法的计算过程极为耗时,因此很少见于实际应用。基于仿射变换的粗细搜索法^[14],通过在变形前图像中选择 3 个或更多具有明显特征点并利用相关搜索跟踪这些点在变形后图像中的对应位置,再利用仿射变换计算出两幅图像的整体相对变形,从而估计出每个计算点变形后的近似位置,避免了对每个计算点都要进行耗时的相关搜索以提高计算速度。本文就变形后图像存在刚体转动和大变形情况下的变形初值估计问题进行了研究,提出了一种通过人机交换的方式来获得可靠变形初值的方法。该方法通过先在变形前图像子区中人为选择 3 个或更多具有显著特征的点,并在变形后图像中再选择该特征点的对应位置,通过坐标对应关系可获得准确的变形估计初值作为 N-R 方法的迭代初始值。

2 数字图像相关方法

数字图像相关方法通过处理变形前后被测对象表面的数字图像直接获得位移场和应变场信息。将变形前的数字图像称为“参考图像”,变形后的数字图像称为“变形后图像”。其基本原理如图 1 所示,在参考图像中取以某待求点 $P(x_0, y_0)$ 为中心的 $(2M+1) \times (2M+1)$ 像素大小的正方形参考图像子区。在变形后图像中通过一定的搜索方法,按预先定义的互相关函数来进行相关计算,寻找与参考图像子区的互相关系数为最大值或最小值(取决于所选择的相关函数)的以 $P'(x'_0, y'_0)$ 为中心的目标图像子区,以确定 $P(x_0, y_0)$ 点在 x, y 方向的位移分量 u, v 。为得到被测物体表面的全场位移信息,在利用数字图像相关进行计算时通常将参考图像中间的

待计算的区域划分成虚拟网格形式,通过计算每个网格节点的位移得到全场位移。

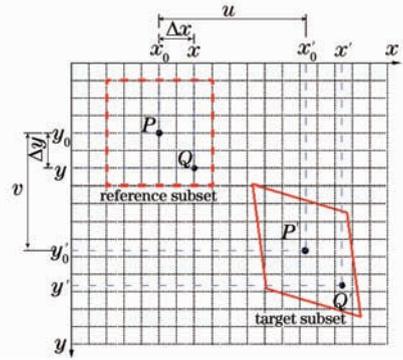


图 1 变形前后图像子区示意图

Fig. 1 Schematic diagram of reference and target (or deformed) subsets

如图 1 所示,假设变形后的目标图像子区相对于变形前的正方形参考图像子区不但其中心位置发生移动,而且其形状也产生改变。在采用一阶形函数的情况下,此时参考图像子区中的各点 $Q(x, y)$ 与变形后的目标图像子区中各点 $Q'(x', y')$ 可按公式(1)所示的函数关系一一对应:

$$\begin{aligned} x' &= x_0 + \Delta x + u + u_x \Delta x + u_y \Delta y, \\ y' &= y_0 + \Delta y + v + v_x \Delta x + v_y \Delta y, \end{aligned} \quad (1)$$

此外,Lu 等^[11]提出了能描述复杂变形的二阶形函数,此时, $Q(x, y)$ 与 $Q'(x', y')$ 坐标的函数对应关系为

$$\begin{aligned} x' &= x_0 + \Delta x + u + u_x \Delta x + u_y \Delta y + \\ &\quad u_{xx} \Delta x^2 + u_{xy} \Delta x \Delta y + u_{yy} \Delta y^2, \\ y' &= y_0 + \Delta y + v + v_x \Delta x + v_y \Delta y + \\ &\quad v_{xx} \Delta x^2 + v_{xy} \Delta x \Delta y + v_{yy} \Delta y^2, \end{aligned} \quad (2)$$

在(1)式和(2)式中, $\Delta x, \Delta y$ 为点 (x, y) 到参考图像子区中心 (x_0, y_0) 的距离, u, v 是参考图像子区中心在 x, y 方向的位移, u_x, u_y, v_x, v_y 为图像子区的位移梯度, $u_{xx}, u_{xy}, u_{yy}, v_{xx}, v_{xy}, v_{yy}$ 为图像子区的二阶位移梯度。

根据文献[5,15]的研究,本文使用下面的归一化最小平方距离相关函数来评价变形前后图像子区的相似程度:

$$C_{f,g}(\mathbf{p}) = \frac{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left[\frac{f(x, y) - f_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y) - f_m]^2}} - \frac{g(x', y') - g_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y') - g_m]^2}} \right]^2}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y') - g_m]^2}}, \quad (3)$$

式中 $\mathbf{p} = (u, u_x, u_y, v, v_x, v_y)^T$ 或 $\mathbf{p} = (u, u_x, u_y,$

$u_{xx}, u_{xy}, u_{yy}, v, v_x, v_y, v_{xx}, v_{xy}, v_{yy})^T$ 是描述图像子区变形状态的参数矢量,

$$f_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y)],$$

$$g_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y')].$$

分别为参考图像子区和目标图像子区的灰度平均值。事实上,公式(3)所列的相关函数与最常用的标准协方差互相关函数等价,并可从最常用的标准协方差互相关函数推导得到。该互相关函数的抗干扰性要强于

其它互相关函数,它对目标图像子区灰度的线性变换不敏感,比如对目标图像子区的灰度做线性变换 $g'(x', y') = a \times g(x', y') + b$,则按(3)式计算的相关系数值维持不变,具体证明可见文献[5]。

从(3)式可知相关函数 $C_{f,g}(\mathbf{p})$ 是关于变形参数矢量 \mathbf{p} 的函数,其取值范围是 $[0, 4]$ 。当变形前后的图像子区最为相似的时候,相关系数 $C_{f,g}(\mathbf{p})$ 应取最小值,亦即相关系数 $C_{f,g}(\mathbf{p})$ 的梯度趋近于 0,因此有

$$\nabla C_{f,g}(\mathbf{p}) = \left(\frac{\partial C}{\partial p_i} \right) = -2 \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left\{ \left[\frac{f(x, y) - f_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y) - f_m]^2}} - \frac{g(x', y') - g_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y') - g_m]^2}} \right] \times \frac{1}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y') - g_m]^2}} \cdot \frac{\partial g(x', y')}{\partial p_i} \right\} = 0, \quad (4)$$

上式可用 Newton-Raphson 迭代法或其它数值计算方法求解,整理可得

$$\nabla C(\mathbf{p}) = \nabla C(\mathbf{p}_0) + \nabla \nabla C(\mathbf{p}_0)(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) = 0, \quad (5)$$

因此:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 - \frac{\nabla C(\mathbf{p}_0)}{\nabla \nabla C(\mathbf{p}_0)}. \quad (6)$$

这里 \mathbf{p}_0 为变形初值估计, \mathbf{p} 为迭代后的近似值, $\nabla C(\mathbf{p}_0)$ 为相关函数的梯度, $\nabla \nabla C(\mathbf{p}_0)$ 是相关函数的二次偏导,通常被称为 Hessian 矩阵。可以对 Hessian 矩阵做近似处理^[10],在不影响精度的情况下简化计算。关于 N-R 方法的具体过程可参考文献[5, 6]。(6)式中 \mathbf{p}_0 为变形初值估计,由数值分析知识可知对于非线性方程组,只有比较接近于真值的初值估计才可能最终收敛到可靠的解,否则不收敛或收敛到错误的解。因此变形初值估计方法对于最终是否能获得正确的计算结果有着重要影响。

3 基于人机交换的变形初值估计

通常情况下,可以通过简单的相关搜索来获得参考图像子区在变形后图像中的整像素位移。下面首先介绍整像素位移相关搜索方法及其局限性,随后介绍基于人机交换的变形初值估计方法。

3.1 整像素相关搜索

为了在变形后图像中搜索到目标图像子区的准确位置,可假设目标图像子区的形状不变,仅其位置

发生了变化。因此在变形后图像中的搜索区域内逐点移动图像子区并计算相关系数,互相关系数为最大值或最小平方距离相关系数为最小值的点即为目标位置。整像素位移相关搜索是以整像素为单位来进行的,因此所获得的位移是像素的整数倍,并将应变的初值为 0。这样 N-R 的迭代初值对于一阶形函数就可以写成 $\mathbf{p}_0 = (u, 0, 0, v, 0, 0)'$,对于二阶形函数则为 $\mathbf{p}_0 = (u, 0, 0, 0, 0, 0, v, 0, 0, 0, 0, 0)'$ 。

多数情况下目标图像子区相对参考图像子区的变形较小,因此可以通过简单的整像素位移搜索方法得到准确的像素级的位移初值估计。问题的困难出现在某些情况下变形后图像相对与参考图像可能有较大的刚体转动或出现大变形。图 2 显示当变形后图像相对参考图像有刚体转动或较大变形时,可以看到变形后的目标图像子区中某些像素点跑离了原来选定的正方形参考图像子区范围,因而导致变形前后两图像子区相似程度大幅下降,以至于通过相关搜索得到的相关系数矩阵中没有唯一尖锐的相关峰。

图 3(a)为某一正方形图像子区在仅有平移的变形后图像(将参考图像平移所得的图像)中的全场相关系数(相关函数为标准协方差相关函数)分布,图中显示了唯一尖锐的相关峰,最大相关系数为 1,因此相关搜索的结果是准确可靠的;图 3(b)为同一图像子区在存在刚体转动(转动角度为 20°)的变形后图像中的全场相关系数分布,可以看到此时图 3(b)已没有唯一的、尖锐的相关峰,因此即使能搜索到全场的

最大相关系数(最大相关系数为 0.433),但这样的计算结果显然是不可信的。因此,在被测物面存在

较大刚体转动和大变形的情况下,还需要通过其它方法获得准确的变形初值估计。

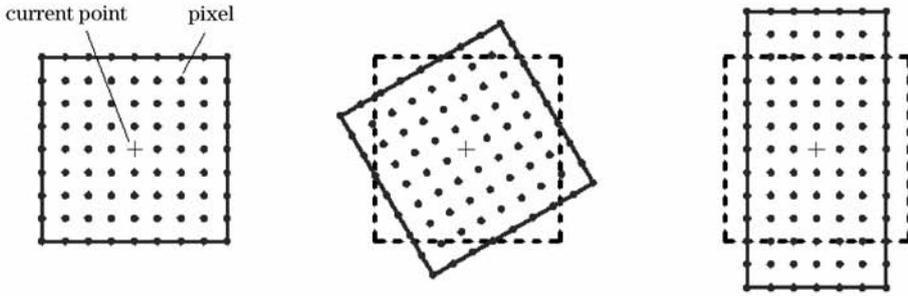


图 2 参考图像子区(a),刚体转动后的图像子区(b)和大变形后的图像子区(c)示意图

Fig. 2 Schematic drawing of reference square subset (a), subset after rigid body rotation (b) and subset after large deformation (c)

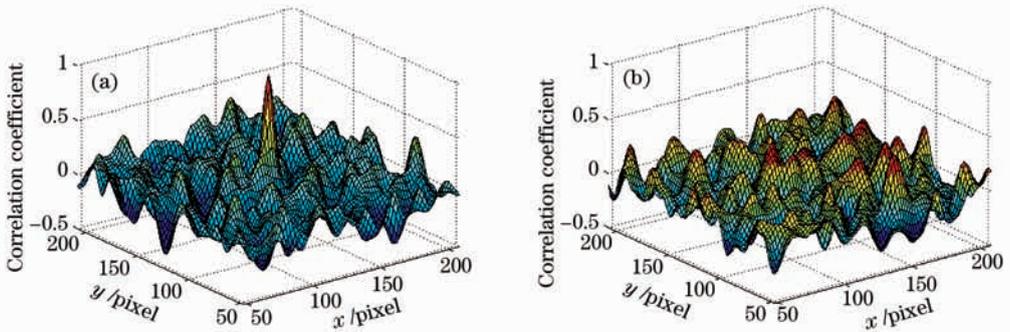


图 3 变形后图像相对与参考图像做刚体平移(a)和刚体转动(b)情况下的全场相关系数分布

Fig. 3 Correlation coefficient distribution of the image in rigid body translation (a) and rigid body rotation (b) compared with the reference image

3.2 基于人机交换的变形初值估计

当变形后图像相对与参考图像可能有较大的刚体转动或两者之间存在大变形,则需要通过其它方法来获得准确的变形初值估计。这里介绍一种简单且实用的初值估计,即通过人机交换的方式来实现第一个计算点的变形初值估计,对于其它点的初值则以邻近点的计算结果作为初值。人机交换获得变形初值的方法准确、迅速,可为 N-R 方法提供可靠的变形初值估计,使 N-R 方法迅速收敛到局部极值点。

考虑刚体转动或大变形,在参考图像子区中心

点附近人为选择 3 个或更多易于识别的具有明显特征点 $(x_i, y_i), (i = 1, 2, \dots, n; n \geq 3)$,在变形后的图像中人为选择其对应点 (x'_i, y'_i) ,如图 4 所示。

将对应点的坐标代入(1)式,有

$$\begin{aligned} x'_i &= x_0 + u^0 + u_x^0 \Delta x_i + u_y^0 \Delta y_i, \\ y'_i &= y_0 + v^0 + v_x^0 \Delta x_i + v_y^0 \Delta y_i, \\ i &= 1, 2, \dots, n; n \geq 3, \end{aligned} \tag{6}$$

式 (x_0, y_0) 为第一个计算点的坐标, $\Delta x_i = x_i - x_0, \Delta y_i = y_i - y_0, u^0, u_x^0, u_y^0, v^0, v_x^0, v_y^0$ 为待求的变形初值估计。(6) 式的 6 个待定参数,但有 $2n$ 个方程,因

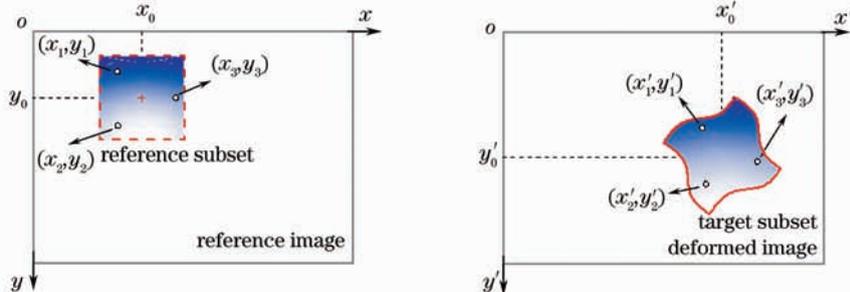


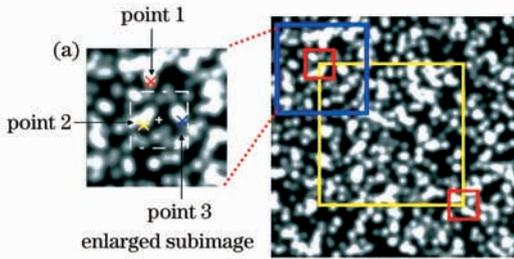
图 4 基于人机交换的变形初值估计方法原理示意图

Fig. 4 Schematic figure of the proposed technique for initial deformation guess based on man-machine exchange

此可用最小二乘法求解迭代初值。对于一阶形函数迭代初值可以写成 $\mathbf{p}_0 = (u^0, u_x^0, u_y^0, v^0, v_x^0, v_y^0)^T$, 对于二阶形函数则迭代初值为 $\mathbf{p}_0 = (u^0, u_x^0, u_y^0, 0, 0, 0, v^0, v_x^0, v_y^0, 0, 0, 0)^T$ 。

4 实 验

为验证本文方法的有效性,用两个典型的实验来验证本文方法的有效性。以下所用的计算参数为:图像子区大小为 $41 \text{ pixel} \times 41 \text{ pixel}$, 网格节点步



长为 5 pixel。

4.1 刚体转动实验

图 5(a)是作为参考图像的散斑图(参考散斑图像中间的矩形方框为计算区域,计算区域左上方的小正方形为图像子区),将绕该图中心逆时针旋转 30° 后的图像作为变形后图像,如图 5(b)所示。此时由于刚体转动角度较大,转动后的图像子区与原来的参考图像子区相似程度较低,通过整像素相关搜索来搜索变形后图像子区位置的方法失效。

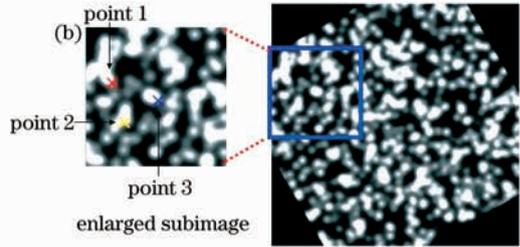


图 5 参考图像(a)和将其逆时针旋转 30° 后的变形后图像(b)

Fig. 5 Reference image (a) and the deformed image after 30° rotation (b)

用基于人机交换的变形初值估计方法,在参考图像中的第一计算点附件选择 3 个具有显著特征易于识别的点如图 5(a)中的左图所示,在变形后图像中选择该 3 点,如图 5(b)中的左图所示。利用

(6)式所获得的变形估计初值和最终收敛的变形真实值分别如表 1 所示,表 1 显示两者非常接近,利用本文方法提供的初值估计 N-R 方法通常经过 2~4 次迭代即迅速收敛。

表 1 第一个计算点的变形初值估计与真值

Table 1 Initial guess and actual value of deformation for the first calculation point

	u	u_x	u_y	v	v_x	v_y
Initial guess	-24.74	-0.1704	0.4659	42.17	-0.4999	-0.1667
Actual value	-24.52	-0.1339	0.4999	42.48	-0.5000	-0.1338

图 6 为最终获得的位移矢量图,该图显示各计算点都围绕图像中心做逆时针旋转,这与预先施加的变形一致,计算结果证明了本文方法的有效性。

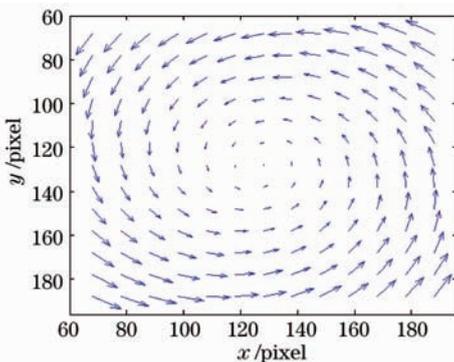


图 6 位移矢量图

Fig. 6 Computed displacement vector field

4.2 聚丙烯泡沫压缩实验中的大变形测量

作为比模量和比强度高、减振和缓冲性能优良的轻质材料,聚丙烯(PP)、聚氨酯(PU)和聚苯乙烯

(PE)等典型泡沫塑料目前已经广泛应用于部分汽车内饰件和碰撞吸能部件。开展泡沫塑料大变形力学行为的实验研究,有利于准确全面的表征其材料特性,从而完善相关产品的优化设计。由于孔隙结构整体的均匀性和局部的非均匀性,在材料实验中仅依靠传统的机械式测量方法获取的变形结果往往是有限而片面的。基于人机交换变形初值估计的数

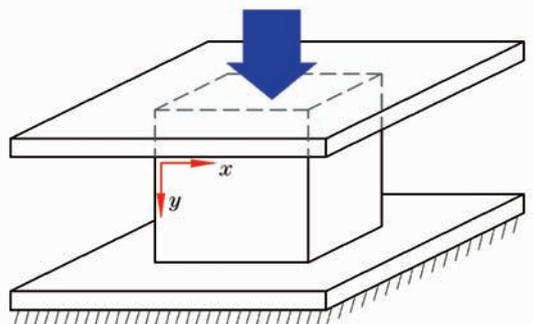


图 7 聚丙烯泡沫压缩实验示意图

Fig. 7 Schematic figure of the compression test of PP foam

字图像相关法应用于泡沫塑料压缩实验,从而获取较为全面的全场大变形信息。图 7 为泡沫塑料压缩实验的示意图,实验采用的聚丙烯泡沫塑料试件截自 Ford 某型号轿车的前保险杠泡沫缓冲部件,尺寸为 $50\text{ mm}\times 50\text{ mm}\times 30\text{ mm}$,密度约为 50 kg/m^3 。

为给相关匹配提供特征,在聚丙烯泡沫方块表面喷涂白色亚光漆制作人工散斑,如图 8 所示。图 8(b)为变形前后聚丙烯泡沫试样的表面图片,可

以看到压缩后试样的高度明显减小,约有 20% 的压缩变形。

利用前文介绍的方法获得第一点可靠的变形初值估计后利用 N-R 方法计算试样表面的位移场,如图 9 所示。图 9 清晰可见聚丙烯泡沫的变形主要出现在 y 方向, x 方向的最大位移不超过 1.5 pixels,而相比之下 y 方向的最大位移接近 80 pixels。

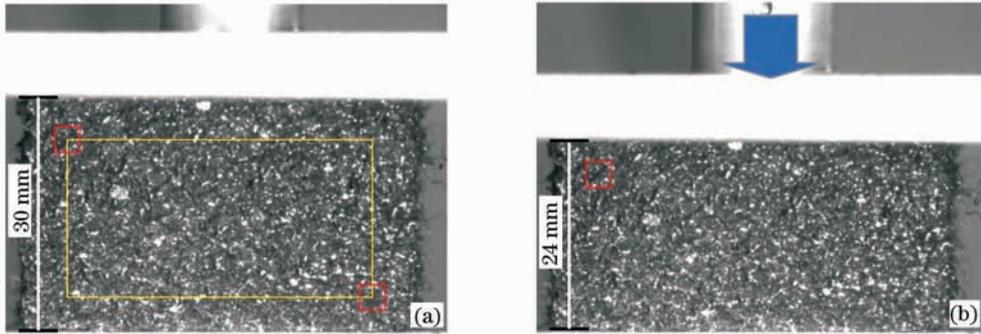


图 8 压缩前(a), 后(b)的聚丙烯泡沫试样

Fig. 8 PP foam surface image before compression (a) and after compression (b)

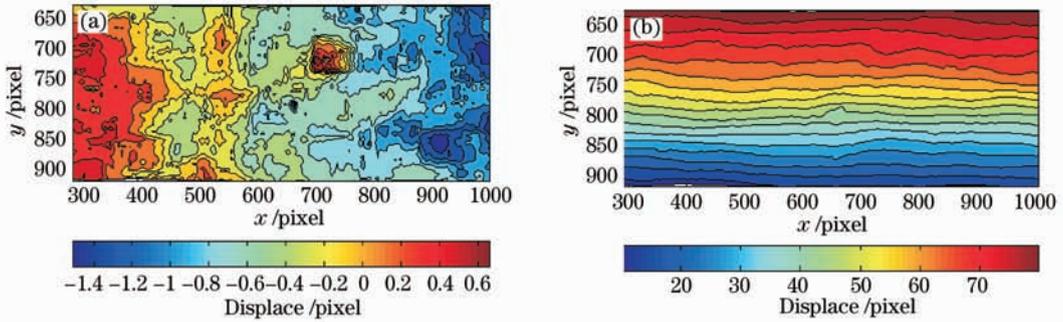


图 9 计算得到的 u 场(a)和 v 场(b)位移

Fig. 9 Computed u -displacement field (a) and v -displacement field (b)

利用文献[6]提出的基于位移场局部最小二乘拟合的应变场测量方法(应变计算窗口取 5×5 点)获得的应变场分布如图 10 所示。从图 10 同样可以看出应变主要出现在加载(y)方向, x 方向的正应变和剪应变与 y 方向正应变相比可以忽略不计,从而

证实该材料的泊松比接近为 0。此外,从图 10(b)可见 y 方向上的变形场显示了明显的非均匀变形,并且变形主要集中在图 10(b)中的两条黑色虚线之间的区域。

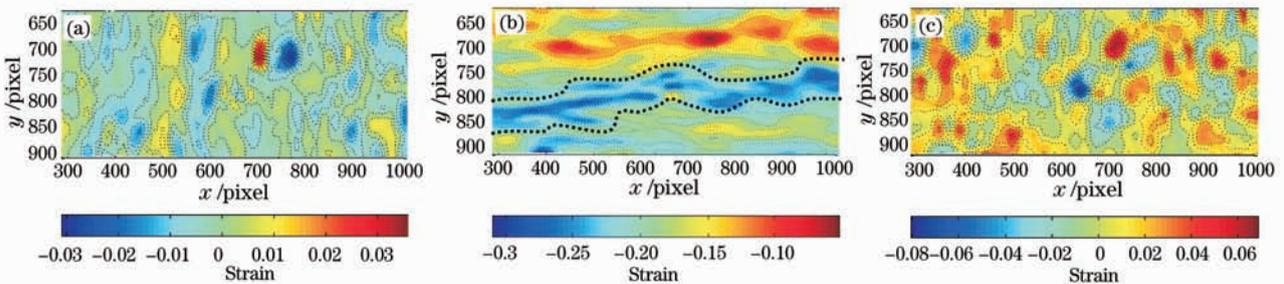


图 10 聚丙烯泡沫表面的(a) ϵ_x , (b) ϵ_y 和(c) γ_{xy} 应变场

Fig. 10 The ϵ_x (a), ϵ_y (b) and γ_{xy} (c) strain fields on the compressed PP foam surface

5 结 论

通常的基于整像素位移相关搜索的数字图像相关方法无法直接应用于被测物面存在较大刚体转动或存在大变形时的变形测量。针对已有数字图像相关方法的这一不足,本文提出了基于人机交换的变形初值估计方法,通过在变形前后的图像中人为选择 3 对(或更多)特征点对来获得可靠的变形初值估计,再将该变形估计作为 N-R 方法的迭代初始值进一步精确计算位移、应变信息。该方法克服了被测物面存在较大刚体转动或存在大变形时的变形测量通常的数字图像相关方法即不适用的缺点。在被测物面出现包括较大刚体转动或大变形时,本文方法仍能进行准确可靠的变形测量。该方法应用相对刚体转动角度为 30° 的两幅图像的位移场计算获得了准确的计算结果,并进一步将该方法应用于聚丙烯泡沫塑料压缩实验的全场大变形测量,测量结果清晰地表征了泡沫塑料在整体均匀变形下发生了明显的局部非均匀变形现象。

参 考 文 献

- 1 Michael A. Sutton, Stephen R. McNeill *et al.*. Advances in two-dimensional and three-dimensional computer vision[J]. *Appl. Phys.*, 2000, **77**: 323~372
- 2 Pan Bing, Xie Huimin, Xu Boqin *et al.*. Development of sub-pixel displacements registration algorithms in digital image correlation[J]. *Advances in Mechanics*, 2005, **34**(3): 345~352
潘 兵, 谢惠民, 续伯钦 等. 数字图像相关中的亚像素位移定位算法进展[J]. *力学进展*, 2005, **35**(3): 345~351
- 3 Pan Bing, Xie Huimin, Dai Fulong. An evaluation of sub-pixel registration algorithms in digital image correlation[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2007, **29**(2): 245~252
潘 兵, 谢惠民, 戴福隆. 数字图像相关中亚像素位移测量算法的研究[J]. *力学学报*, 2007, **29**(2): 245~252
- 4 Yan Haitao, Wang Ming. Orientation of mouse using digital speckle correlation method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **8**(3): 467~471
闫海涛, 王 鸣. 数字散斑相关方法实现鼠标定位原理[J]. *光学学报*, 2008, **8**(3): 467~471
- 5 Pan B, Xie H M, Guo Z Q *et al.*. Full-field strain measurement using two-dimensional Savitzky-Golay digital differentiator in digital image correlation[J]. *Opt. Eng.*, 2007, **46**(3): 033601
- 6 Pan Bing, Xie Huimin. Full-field strain measurement based on local least-square fitting for digital image correlation method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(11): 1980~1986
潘 兵, 谢惠民. 数字图像相关中基于位移场局部最小二乘拟合的全场应变测量[J]. *光学学报*, 2007, **27**(11): 1980~1986
- 7 Liu Haowen, Zhang Qingchuan, Yu Shaojuan *et al.*. Investigation on the three-dimensional deformation of local shearing band by digital speckle metrology technique[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(5): 898~902
刘颢文, 张青川, 于少娟 等. 数字散斑法在局域剪切带三维变形研究中的应用[J]. *光学学报*, 2007, **27**(5): 898~902
- 8 Schreier H W, Sutton M A. Systematic errors in digital image correlation due to undermatched subset shape functions [J]. *Experimental Mechanics*, 2002, **42**(3): 303~310
- 9 Bruck H A, McNeil S R, Sutton M A *et al.*. Digital image correlation using newton-raphson method of partial differential correction[J]. *Experimental Mechanics*, 1989, **29**(3): 261~267
- 10 G. Vendroux, W. G. Knauss. Submicron deformation field measurements; Part2. improved digital image correlation [J]. *Experimental Mechanics*, 1998, **38**(2): 86~92
- 11 H. Lu, P. D. Cary. Deformation measurement by digital image correlation; implementation of a second-order displacement gradient[J]. *Experimental Mechanics*, 2000, **40**(4): 393~400
- 12 Ma S P, Jin G C. Digital speckle correlation method improved by genetic algorithm [J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2003, **16**(4): 366~373
- 13 Pan B, Xie H M. Digital image correlation method with differential evolution [J]. *J. Optoelectronics & Laser*, 2007, **18**(1): 100~103
潘 兵, 谢惠民. 基于差分进化的数字图像相关方法[J]. *光子·激光*, 2007, **18**(1): 100~103
- 14 Zhang Z F, Kang Y L, Wang H W *et al.*. A novel coarse-fine search scheme for digital image correlation method [J]. *Measurement*, 2006, **39**(8): 710~718
- 15 Tong W. An evaluation of digital image correlation criteria for strain mapping applications[J]. *Strain*, 2005, **41**(4): 167~175