

文章编号: 0253-2239(2009)02-0388-06

# 基于彩虹现象的光学测粒技术研究

潘 琦 王式民

(东南大学能源与环境学院, 江苏 南京 210096)

**摘要** 对基于彩虹现象的光学颗粒测量进行研究,提出了一种新的参数反演模型和算法,可同时测量颗粒的粒径和折射率。新算法基于经验模态分解的去噪技术,并采用一种特征点提取技术和基于 Debye 理论的反演最优点搜索算法,能较精确的迅速找到反演最优点。数值模拟结果表明,当信噪比降至 5 dB 时,直径反演最大误差小于 10%,折射率反演最大误差小于 0.1%。对不同温度下自由下落的水滴进行实验研究,水滴由波长 532 nm 功率 14 mW 的连续激光源照射,产生的彩虹光线经大口径透镜收集,被位于透镜焦平面的 CCD 相机接收。实验结果同样表明此测量方法具有较好的精度和可靠性。

**关键词** 光散射测量; 彩虹现象; 经验模态分解; Debye 理论

**中图分类号** TK934 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092902.0388

## Study on Optical Particle Measurement Based on Rainbow Phenomena

Pan Qi Wang Shimin

(Department of Power Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract** The parameter inverse problem of rainbow measurement was studied. The mathematic model was built and a novel inverse algorithm was presented which could simultaneously measure particle size and refractive index. The new algorithm removes noise using the technique based on empirical mode decomposition (EMD). A feature point extraction technique was presented and an optimal point search algorithm based on Debye theory was proposed which can rapidly find the relatively exact inversion parameter. Simulation results show that when the signal-to-noise ratio (SNR) drops to 5 dB, the maximum inversion error of diameter is less than 10% and error of refractive index is less than 0.1%. A laboratory experiment was also taken which concentrated on detection of a rainbow formed by a free-falling raindrop at different temperature. The droplet was illuminated by a continuum laser with the wavelength of 532 nm and power of 14 mW. The rainbow light formed by the droplet was collected by a lens with large diameter and received by a linear CCD placed in the focus of the lens. The experimental results also show that the method is feasible and has a relatively good precision.

**Key words** light scattering measurement; rainbow phenomena; empirical mode decomposition; Debye theory

## 1 引 言

雨后彩虹是自然界常见的光学现象,是太阳光照射雨滴后形成的不同角度上彼此略有重迭的诸多单色虹的集合体。彩虹现象的本质是一种独特的光散射现象,实验室中采用一束平行单色激光照射到液滴上,部分光被反射,部分光射入液滴内部经液滴内表面一次反射后出射,在此过程中出射光之间以及与液滴外表面反射光之间相互干涉,会在液滴的后向散射区内形成一系列的光强振荡波纹,这被称

为单色一阶彩虹。彩虹测粒技术基于此现象,通过 CCD 记录液滴彩虹散射区内的光强分布,经过反演计算后可实时同步测量液滴的粒径和折射率,具有快速、非接触和信息量大等优点<sup>[1~5]</sup>。

然而,目前彩虹测粒技术还存在若干亟待解决的问题。首先,还未出现真正意义上的反演算法,大部分采用经验公式<sup>[6]</sup>,造成对应用范围和精确度的限制;目前的研究主要基于 Airy 衍射理论,适用的粒径范围小<sup>[1,6,7]</sup>;大部分方法的抗噪声能力不足,

收稿日期: 2008-08-26; 收到修改稿日期: 2008-09-30

作者简介: 潘 琦(1980—),女,博士研究生,主要从事光散射测量方面的研究。E-mail: qpan@seu.edu.cn

导师简介: 王式民(1943—),男,教授,博士生导师,主要从事多相流测量方面的研究。E-mail: smwang@seu.edu.cn

只能采用大功率激光器以提高信噪比,而大功率激光会对液滴产生热效应甚至非线性极化效应<sup>[8]</sup>,进而影响折射率测量精度。

本文针对这些问题,建立了彩虹参数反演的数学模型,提出了一种彩虹参数反演算法。此算法通过基于经验模态分解的去噪声技术能在较低信噪比条件下有效的滤除噪声干扰。算法基于电磁散射中 Debye 理论,可在各种直径条件下较为精确反演液滴的折射率和直径。

## 2 反演算法的数学模型

作为一种特殊的光散射现象,一阶彩虹的精确光强分布可由 Mie 散射理论给出。根据 Mie 理论,彩虹结构具有强烈的偏振性,当入射光偏振方向垂直于散射面时,彩虹结构最为显著,此时一阶彩虹的散射光强为<sup>[9]</sup>

$$I(x, m, \theta) = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 r^2} |S_1(x, m, \theta)|^2 I_0, \quad (1)$$

式中  $I_0$  为入射光光强,  $\lambda$  为入射光波长,  $r$  为液滴与接收器之间的距离,  $x = \pi D/\lambda$  为尺寸参数,  $m$  为液滴折射率,  $\theta$  为散射角度,  $S_1(x, m, \theta)$  为垂直散射面的散射光振幅函数。我们设定如下目标函数

$$\varphi(x, m) = \sum_{k=1}^K [I(x, m, \theta_k) - I(\theta_k)]^2, \quad (2)$$

式中  $I(x, m, \theta_k)$  为计算值,  $I(\theta_k)$  为 CCD 在不同象元上接收到的实际测量值, 函数  $\varphi(x, m)$  的值反映了测量值与计算值之间的相对误差。于是彩虹参数反演可以化为在二维空间上求解  $\min[\varphi(x, m)]$  的最优化问题。

## 3 反演算法

### 3.1 基于经验模态分解的去噪声技术

一阶彩虹发生在液滴的后向散射区,与液滴的前向散射光相比,彩虹散射光光强较弱,易受噪声影响。经验模态分解(EMD)是 1998 年由 N. E. Huang 等<sup>[10]</sup>提出一种新信号分解方法,此方法能将信号分解成若干个具有不同频率成分的固有模态函数(IMF)和一个残余分量。如前所述,一阶彩虹是各类光线干涉的叠加结果,因此彩虹的 EMD 分析可视作这种叠加的逆向分解。我们采用基于镜像闭合延拓<sup>[11,12]</sup>的 EMD 算法对彩虹信号进行分解,其中彩虹光强由 Mie 理论模拟,结果见图 1。从图中可以看出,信号中包含的频率分量由高到低在各次分解中逐一显现出来,其中噪声信号由于频率最高

首先被分解出来,其次分解出的两项主要是彩虹的 ripple 结构,然后是彩虹的 Supernumerary 结构,最后是残余分量,我们认为它表示了液滴对光的衍射趋势。

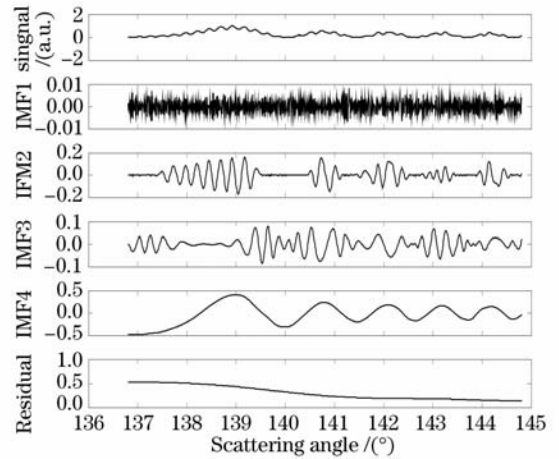


图 1 彩虹信号经验模式分解

Fig. 1 Rainbow signal EMD

当噪声信号较强时,EMD 算法可依次分解出若干个包含噪声信号的 IMF。为此我们对分解出的各 IMF 进行自相关分析,因为彩虹信号具有较强的自相关性,我们以此区分出噪声,去噪过程就是直接从原信号中减去噪声分量。由于 EMD 去噪始终在空间域进行,无需在空间域与频域间转换,因此能有效避免信号损失和信号的空间偏移。图 2(a)是未加噪声的彩虹光强信号,图 2(b)是叠加了随机噪声的彩虹光强信号,图 2(c)是去噪后得到的光强信号。从图 2 中看出,基于 EMD 的去噪技术有效的

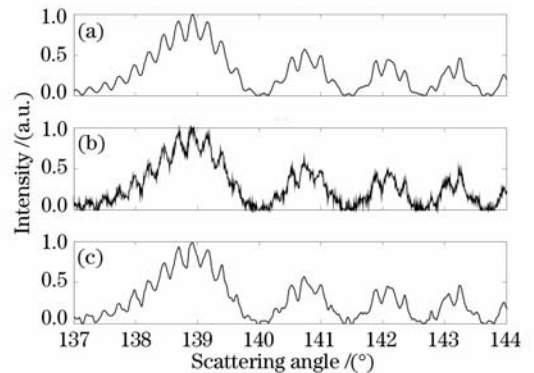


图 2 基于经验模态的去噪结果( $\lambda=0.506 \mu\text{m}$ ,  $d=200 \mu\text{m}$ ,  $m=1.334$ )。(a) 彩虹信号; (b) 混入噪声的彩虹信号; (c) 去噪后的信号

Fig. 2 Result by EMD-based denoising ( $\lambda=0.506 \mu\text{m}$ ,  $d=200 \mu\text{m}$ ,  $m=1.334$ ). (a) Rainbow signal; (b) Rainbow signal plus noise; (c) Filtered rainbow signal

滤除了随机噪声,与未加噪声的彩虹光强信号相比,去噪后的彩虹光强的强度及波峰位置基本不变,充分证明了此技术的有效性。

### 3.2 特征点提取

根据(2)式,彩虹参数需通过计算值与 CCD 不同象元点检测到的光强进行误差求和比较来反演,而若在彩虹全部测量象元点处进行反演,工作量较大,会造成实时计算的困难。经研究发现,提取彩虹 Supernumerary 结构第一峰周期内的极值点作为特征点,利用特征点进行反演计算能大大的压缩计算量而基本不影响反演算法的计算精度。

### 3.3 基于 Debye 理论的反演

垂直散射面的散射光振幅函数可由 Mie 理论精确计算,但是用 Mie 理论计算目标函数的结果杂乱无章,振荡剧烈,具有很多个局部最小点,造成参数反演的困难。Debye 理论将 Mie 理论根据其物理意义分类,以 Debye 级数的形式展开<sup>[13~15]</sup>。Debye 理论把光线分为衍射光,反射光和经过  $p-1$  次内反射后出射的光。根据 Mie 理论,散射光本质上是其本质是一系列矢量球谐波的叠加,而 Debye 理论可以看作是这种叠加的逆向分解,因此根据不同的级数  $p$ ,Debye 理论可精确表述每种光线对散射场的单独贡献,或者几种光线对散射场的综合贡献。当级数趋向无穷时,Debye 理论与 Mie 理论相一致。根据彩虹的形成原理,彩虹的 Supernumerary 结构可由 Debye 理论中的  $p=2$  光线表示。

利用 Debye 理论中  $p=2$  光线在不同折射率不同直径下对(2)式中的目标函数进行计算,结果见图 3。从图 3 中可以看出,Debye 理论中  $p=2$  光线计算结果的曲线光滑,只有唯一的最小点,并且在最小

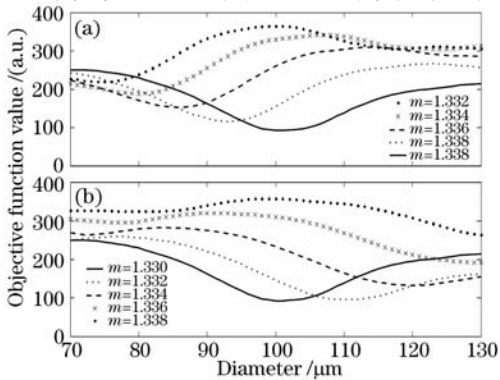


图 3 Debye  $p=2$  光线模拟结果( $\lambda=0.506 \mu\text{m}$ )。(a) 折射率 1.322~1.33; (b) 折射率 1.33~1.338

Fig. 3 Simulated results using Debye  $p=2$  rays ( $\lambda=0.506 \mu\text{m}$ ). (a) Refractive index 1.322~1.33; (b) refractive index 1.33~1.338

点前后都呈现良好的单调性,因此根据其单调性能迅速的找到直径的最优点。而且随着折射率的逐渐增高,直径最优点逐步右移。并且随着折射率向真实值逐步逼近,直径最优点所对应的目标函数值也逐渐减小。我们认为正因 Debye 理论中的  $p=2$  光线去除了其他散射光的影响,只保留了 Supernumerary 结构,使模拟的彩虹光强曲线规则性波动并在 Supernumerary 结构周期内保持光滑,从而有利反演参数的获取。

综上所述,可建立基于 Debye 理论的反演算法:1)在折射率初值  $m_1$  下根据 Debye 理论中的  $p=2$  光线在直径初值  $d_0$  附近采用逐级缩小搜索步长的方法搜索直径最优点  $d_1$ 。2)分别微增和微减折射率初值,根据折射率改变的方向确定直径最优点的搜索方向,分别获得微增和微减折射率下直径最优点,并比较各直径最优点对应的目标函数值大小,确定折射率的改变方向。3)根据折射率的改变方向调整折射率并确定直径最优点的搜索方向,获得调整后的折射率  $m_n$  及此折射率下的直径最优点  $d_n$ 。最后,重复步骤 3 直至当前直径最优点对应的目标函数值为最小,此时的折射率  $m_{\text{opt}}$  和直径  $d_{\text{opt}}$  即为最优折射率和直径。

因为 Debye 理论中  $p=2$  光线仅能反映彩虹的 Supernumerary 结构,使获得的直径最优点与真实值之间有 5% 左右的差异,并因此影响折射率。而由直径误差引起的折射率误差随粒径的减小而增加,因此对小液滴折射率影响更大。为此我们采用 Mie 理论对 Debye 理论下获得的最优折射率和直径进行修正。首先从最优折射率  $m_{\text{opt}}$  开始,逆折射率改变方向,选择折射率误差范围内的  $m_n$ 。然后分别在各  $m_n$  对应的最优直径  $d_n$  周围 5% 的范围内开一个小搜索窗,利用 Mie 理论进行搜索,找到新的直径最优点并记录下其对应的目标函数值。最后,具有最小目标函数值的那组直径和折射率即为修正后的最优直径和折射率。

## 4 算法结果讨论

应用本文提出的反演算法,我们对水滴的彩虹测粒参数反演问题进行了数值模拟,其中激光光源的波长为  $0.506 \mu\text{m}$ ,彩虹区探测角度为  $135^\circ \sim 145^\circ$ ,水滴真实光强由 Mie 理论模拟,并给测量数据添加了不同的随机噪声,其信噪比定义为

$$R_{\text{SN}} = 10 \lg \left[ \frac{\sum_{i=1}^N y^2(i)/N}{[\sigma^2(i)]} \right], \quad (3)$$

式中  $y$  为原始未被噪声污染的彩虹区光强信号,  $N$  为象素点个数,  $\sigma^2$  为随机噪声的方差。反演结果见表 1。

从表 1 可以看出在有噪声的情况下, 对于直径范围 80~200  $\mu\text{m}$  的水液滴, 当信噪比逐步降至 5 dB 时, 反演算法结果仍与真实值一致, 说明在低信噪比环境下反演算法对这一范围内的水液滴具有极高的精度。而对于直径范围 35~70  $\mu\text{m}$  的水液滴, 在信噪比 40 dB 时仍与真实值一致, 而从信噪比 20 dB 开始偶然产生误差, 但折射率的绝对误差始终在 0.001 以内, 这说明反演算法采用的小粒径条件下的修正技术能有效的降低由直径误差引起的折射率误差, 使反演算法可用在传统算法不适用的小粒径条件下, 并具有一定的抗噪声能力。对于直径范围 400~900  $\mu\text{m}$  的水液滴, 由于液滴的 Ripple 结构频率与噪声频率逐步接近, 使噪声的去除发生困难。

表 1 不同噪声条件下反演算法结果

Table 1 Results by inverse algorithm under different noise condition

Real refractive index and diameter / $\mu\text{m}$		Reconstructed refractive index and diameter / $\mu\text{m}$ ( $R_{\text{SN}} = 40$ dB)		Reconstructed refractive index and diameter / $\mu\text{m}$ ( $R_{\text{SN}} = 20$ dB)		Reconstructed refractive index and diameter / $\mu\text{m}$ ( $R_{\text{SN}} = 5$ dB)	
1.322	35	1.322	35	1.322	35	1.323	35
1.320	50	1.320	50	1.319	49	1.319	54
1.340	60	1.340	60	1.340	60	1.340	60
1.336	70	1.336	70	1.336	70	1.336	69
1.328	80	1.328	80	1.328	80	1.328	80
1.330	90	1.330	90	1.330	90	1.330	90
1.338	100	1.338	100	1.338	100	1.338	100
1.324	200	1.324	200	1.324	200	1.324	200
1.326	400	1.326	400	1.326	400	1.326	418
1.332	600	1.332	600	1.332	600	1.332	593
1.334	900	1.334	900	1.334	900	1.334	936

## 5 实验结果讨论

为了验证上述算法研究, 我们对均匀水滴的彩

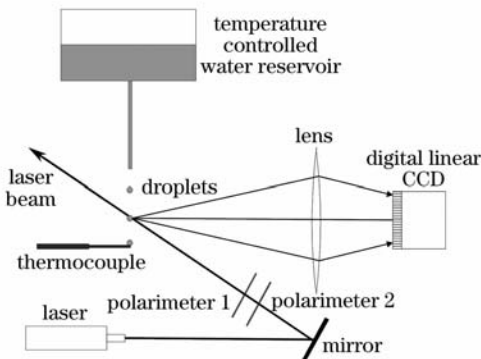


图 4 彩虹测粒装置图

Fig. 4 Setup for rainbow detection

当信噪为 40 dB 时由于噪声较小, 使 EMD 分解发生了小波消失现象<sup>[16]</sup>, 无法分解出噪声, 但凭借基于特征点的反演技术, 在多点求和过程中仍有效的消除了小噪声的影响, 使反演算法结果依然与真实值一致。当信噪比为 20 dB 时, EMD 分解能有效的分离出噪声, 因此反演算法结果保持与真实值一致。而当信噪比降至 5 dB 时, 由于存在大量噪声, 由经验模态分解出的固有模态函数也相应增多, 使 EMD 分解中采用三次样条插值带来的边界效应累计影响增大<sup>[17]</sup>, 由此造成了直径的误差增加, 但仍控制在 5% 以内, 并且由于此时直径误差对折射率误差的影响极小, 使折射率的精度依然能保持在小数点后三位。综上所述证明了反演算法具有极高的精度和抗噪声能力, 并具有极宽的直径适用范围。

虹进行了实验测量, 实验装置结构示意图见图 4。纯净水经水泵压入上方水箱, 在小流量低水位的情况下, 通过水箱下方的一内径 1100  $\mu\text{m}$  的毛细管以液滴形式流出。波长 532 nm 功率 14 mW 的连续激光源经过准直后垂直照射自由下落的液滴, 其间采用平面镜调节入射光方向, 用偏振镜 1 调节入射光的偏振方向, 用偏振镜 2 调节入射光强。最后液滴产生的彩虹散射光经大口径透镜收集被布置在透镜焦平面处的线阵 CCD 接收。

探测彩虹的 CCD 有 2048 个象素, 为了确定散射角与 CCD 象元的对应关系, 首先对散射角进行了标定。在液滴下落位置布置带有旋转台的平面镜, 调节旋转台角度, 使平面镜入射光光路与反射光光路重叠, 以此确定 180° 角位置  $c_0$ 。在 CCD 接收到的

前提下,连续改变旋转台角度位置  $c_i$ ,并记录下各位置下 CCD 的接收数据,散射角  $\theta_i = 180 + 2(c_i - c_0)$ ,最后根据每个散射角和所对应的象素点位置,建立了一个近似线性拟合曲线,见图 5。

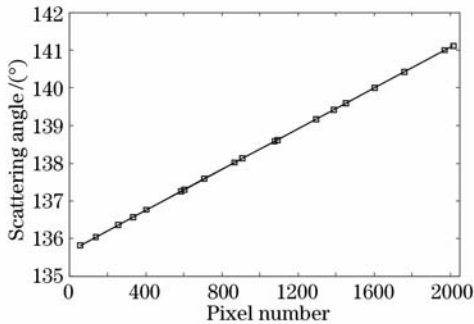


图 5 角度标定结果

Fig. 5 Results of angle calibration

由于折射率与温度有关,通过控温水箱调节水温,在不同温度下对液滴的折射率进行测量,结果见图 6,其中液滴温度由布置在光路下方正对液滴下落方向的热电偶提供。从图 6 中看出,随着温度的上升,折射率逐渐降低,温度与折射率间有着近似的线性关系,并且在温度低于  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$  的情况下,折射率随温度升高而降低的趋势逐步加大,这与之之前文献对于水折射率的研究结果是相符的,证明了测量方法的正确性。当温度高于  $70\text{ }^{\circ}\text{C}$  时,折射率随温度升高而降低的趋势逐步变小,我们认为这与高温情况下水蒸发带来的热量损失有关,并且热电偶测温与彩虹的测量并不能保持完全同步,另外高温下水蒸气形成的气溶胶带来了大量的杂散光,以上因素都造成了高温下测量的误差。

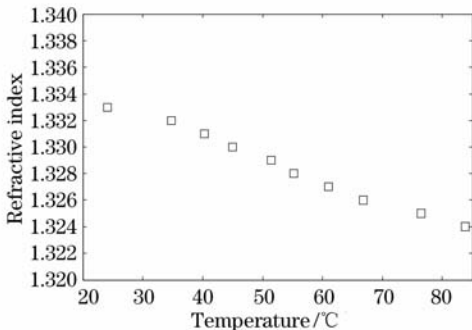


图 6 不同温度下液滴折射率测量结果

Fig. 6 Results of refractive index measurement under different temperature

由于水经毛细管后形成的液滴大小并不稳定,为了验证上述算法在计算直径时的准确性,改为对液柱进行测量。在大流量高水位情况下,水压将使水通过毛细管后形成稳定的液柱且截面近于理想圆形,圆形

直径与毛细管内径接近。在水温  $31.4\text{ }^{\circ}\text{C}$  的条件下,对距毛细管口  $2.5\text{ cm}$  处的液柱进行测量,利用上述算法进行计算,反演得到液柱直径  $1069\text{ }\mu\text{m}$ ,符合算法的误差范围。

## 6 结 论

本文对彩虹测粒技术进行研究,提出了一种用于彩虹测粒技术的参数反演算法,并进行了理论和实验两方面的验证,结果表明:

1) 本文提出的反演算法基于精确的 Debye 理论,与常规方法相比,算法的适用范围更广,精度更高。

2) 本文算法由于采用了基于 EMD 的去噪声技术,与常规方法相比,可在低信噪比条件下获得较高的精度。

3) 本文算法与常规方法相比,有效降低了由直径误差引起的折射率误差,数值模拟表明在大部分情况下能使折射率精确到小数点后三位。

## 参 考 文 献

- 1 J. P. A. J. van Beeck, M. L. Riethmuller, G. Lavergne *et al.*, Processing droplet temperature measurement data obtained with rainbow thermometry[C]. *SPIE*, 2001. 251~264
- 2 Saengkaew, Sawitree Charinpanitkul, Tawatchai. Rainbow refractometry: On the validity domain of Airy's and Nussenzveig's theories[J]. *Opt. Commun.*, 2006, **259**(1): 7~13
- 3 Vetrano M R, Gauthier. Characterization of a non-isothermal water spray by global rainbow thermometry[J]. *Experiments in Fluids*, 2006, **40**(1): 15~22
- 4 Vetrano, Maria Rosaria, Van Beeck. Assessment of refractive index gradients by standard rainbow thermometry[J]. *Appl. Opt.*, 2005, **44**(34): 7275~7281
- 5 Vetrano, Maria Rosaria Antonius, Jeronimus Petrus. Global rainbow thermometry: Improvements in the data inversion algorithm and validation technique in liquid-liquid suspension[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(18): 3600~3607
- 6 James Hom, Rainbow Refractometry: A Non-Intrusive Measurement Technique for Determining Droplet Size, Refractive Index and Determining Droplet Size, Refractive Index and Temperature [D]. Department of Mechanical Engineering, Carnegie Mellon University, 2000. 22~67
- 7 J. P. A. J. van Beeck, M. L. Riethmuller. Nonintrusive measurements of temperature and size of single falling raindrops [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(10): 1633~1639
- 8 Zhao Jianlin, Peng Tao, Ye Zhiju. Hot-image effects in high-power solid-state laser system [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(10): 1315~1322
- 9 赵建林, 彭涛, 叶知隽. 高功率固体激光系统中的“热像”效应 [J]. *中国激光*, 2007, **34**(10): 1315~1322
- 9 van de Hulst. Light Scattering by Small Particles[M]. New York: John Wiley & Sons, 1957. 136~249
- 10 Huang N E, Shen Z, Long S R *et al.*, The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. *Proc R Soc Lond A*, 1998, **45**(4): 903~995

- 11 Huang Daji, Zhao Jinping, Su Jilan. Practical implementation of the Hilbert-Huang transform algorithm[J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 2003, **25**(1): 1~11  
黄大吉, 赵进平, 苏纪兰. 希尔伯特-黄变换的端点延拓[J]. 海洋学报, 2003, **25**(1): 1~11
- 12 G. Rilling, P. Flandrin. On empirical mode decomposition and its algorithms [C]. IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing NSIP-03, Grado (I), 2003
- 13 E. A. Hovenac, J. A. Lock. Assessing the contributions of surface waves and complex rays to far-field Mie scattering by use of the Debye series[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1992, **9**(5): 781~795
- 14 Shi Lijuan, Han Xiang'e, Li Renxia. Debye series of Gaussian beam scattering by a multi-layered sphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1513~1518  
施丽娟, 韩香娥, 李仁先. 多层球对高斯波束散射的德拜级数研究[J]. 光学学报, 2007, **27**(8): 1513~1518
- 15 Li Haiying, Wu Zhense. Debye series of scattering by an infinite multi-layered cylinder in an on-axis Gaussian beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(10): 1846~1851  
李海英, 吴振森. 在轴高斯波束入射无限长多层圆柱散射的德拜级数解[J]. 光学学报, 2007, **27**(10): 1846~1851
- 16 Feng Zhihua, Zhu Zhongkui, Liu Gang. Little-wave-vanish phenomena of empirical mode decomposition [J]. *J. Data Acquisition & Processing*, 2006, **21**(4): 478~481  
冯志华, 朱忠奎, 刘 刚. 经验模态分解方法的小波消失现象[J]. 数据采集与处理, 2006, **21**(4): 478~481
- 17 Dai Guiping, Liu Bin. Instantaneous parameters extraction based on wavelet denoising and EMD [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2007, **28**(2): 158~162  
戴桂平, 刘 彬. 基于小波去噪和 EMD 的信号瞬时参数提取[J]. 计量学报, 2007, **28**(2): 158~162