

文章编号: 0253-2239(2009)02-0374-04

菲涅耳数字全息成像系统的焦深

王华英 赵宝群 宋修法

(河北工程大学理学院, 河北 邯郸 056038)

摘要 焦深是表征成像系统性能的重要参数。基于透镜相干成像的焦深判据, 利用数值积分和计算机模拟的方法, 分析和推导了菲涅耳数字全息成像系统的焦深, 给出了相应的焦深表达式, 并与利用理想成像四分之一波像差的判据得到的焦深进行了比较。结果表明: 菲涅耳数字全息成像系统的焦深不同于透镜相干成像系统的焦深。在记录距离和 CCD 参数一定的条件下, 离轴菲涅耳数字全息成像系统的焦深略大于同轴菲涅耳数字全息的焦深; 离轴对称偏置情况下的焦深略大于非对称情况下的焦深。利用像强度判据得到的焦深, 能够较好地表征数字全息成像系统的性能。

关键词 全息; 菲涅耳数字全息; 数字全息术; 焦深; 焦点公差

中图分类号 O438.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS200902.0374

Focal Depth of Fresnel Digital Holographic Imaging System

Wang Huaying Zhao Baoqun Song Xiufa

(College of Science, Hebei University of Engineering, Handan, Hebei 056038, China)

Abstract Depth of focal (DOF) is an important parameter characterizing the performance of imaging system. Based on the criterion of the DOF of coherent lens imaging and by using numerical integration and computer simulations, the DOF of Fresnel digital holographic imaging system is deduced and analyzed. The corresponding expressions are compared with that obtained by the phase error criterion of ideal imaging. The results show that the DOF of Fresnel digital holographic system is different from that of coherent lens imaging system. With the definite recording distance and definite parameters of CCD, the DOF of off-axis Fresnel system is slightly larger than that of in-line system. Furthermore, the DOF of off-axis system with symmetrical reference offset is larger than that of the unsymmetrical one a little. The DOF obtained by image intensity criterion can be better characterized the performance of digital holographic imaging system.

Key words holography; Fresnel digital holography; digital holography; depth of focal; focus tolerance

1 引言

数字全息术融合了光学全息术、光电技术及数字计算机技术, 具有许多独特的优点, 已经在微结构形貌和形变测量、粒子场检测、细胞培养观测、图像识别、信息加密等方面显示出其重要的应用价值及广阔的应用前景^[1~9]。焦深是表征成像系统性能的一个重要参数。对于通常的照相系统及透镜相干成像系统的焦深已经有很深入的研究^[10]。然而, 对于数字全息成像系统的焦深, 现有文献的表达很不一致, 并且研究的范围仅限于同轴数字全息系

统^[4, 10~13]。文献^[13]对同轴菲涅耳数字全息系统及无透镜傅里叶变换数字全息系统的焦深作了较深入的研究。离轴菲涅耳数字全息是数字全息中常见的记录光路之一。因此, 有必要对离轴菲涅耳数字全息成像系统的焦深作进一步研究。本文首先对同轴菲涅耳数字全息的焦深作更深入的分析, 然后讨论离轴情况。

2 同轴菲涅耳数字全息成像系统的焦深

设 $x-y$ 和 x_i-y_i 分别表示全息图平面和再现

收稿日期: 2008-08-19; 收到修改稿日期: 2008-10-14

基金项目: 国家自然科学基金(60577029)和河北省自然科学基金(F2008000750)资助课题。

作者简介: 王华英(1963—), 女, 博士, 教授, 主要从事光学信息处理及数字全息技术等方面的研究。

E-mail: pbxsyngzi@126.com

像平面, z 轴垂直通过两个平面中心, 全息图记录距离为 z_0 。考虑光轴上点物, 其实共轭像光场的复振幅分布为^[14]

$$U(x_i, y_i, z_i) = \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda z_i}(x_i^2 + y_i^2)\right] \times \text{FT}\left\{\text{rect}\left(\frac{x}{L_x}, \frac{y}{L_y}\right) \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda}\left(\frac{1}{z_0} - \frac{1}{z_i}\right)(x^2 + y^2)\right]\right\}, \quad (1)$$

其中 L_x, L_y 为 CCD 光敏面尺寸, z_i 为再现距离, FT 为傅里叶变换运算。为简单起见, 设 CCD 孔径为正方形, 尺寸为 L 。由于轴上点物的像斑中心仍位于轴上, 则重建像光场的轴向分布为

$$U(0, 0, z_0, \delta z) = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda} \frac{\delta z}{z_0^2}(x^2 + y^2)\right] dx dy, \quad (2)$$

其中 $\delta z = z_i - z_0$ 表示离焦量, 上式中忽略了分母中的 δz 。

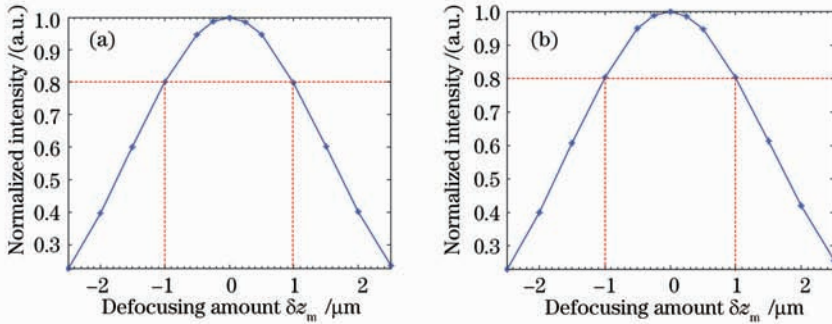


图 1 点物的再现像强度沿轴向的一维分布。(a) $z_0 = 81$ mm; (b) $z_0 = 240$ mm

Fig. 1 1-D intensity axial distributions of the point-object image. (a) $z_0 = 81$ mm; (b) $z_0 = 240$ mm

除了离焦像强度判据之外, 还可以根据重建像光场的相位误差来衡量成像系统的焦深。光学理想成像要求波像差不超过波长的四分之一, 从相位角度来看, 这意味着再现波面的相位误差不能大于 $\pi/2$ 。在(1)式中, 关于 x, y 的二次相位因子的作用是使再现像扩展, 像变模糊。因此, 为了获得清晰的再现像, 应使此项消失, 即 $z_i = z_0$ 为聚焦像平面。但在实际重建中, 不可能找到绝对准确的聚焦像位置, 即实际重建距离 $z_i = z_0 \pm \delta z$ 。这时被积函数中关于 x, y 的二次相位因子不能被消除, 因此, 在离焦位置时重建像有所扩展, 引起相位重建误差。令重建相位的最大误差不超过 $\pi/2$, 即当 $x = L/2, y = L/2$ 时, $\frac{\pi}{\lambda}(x^2 + y^2)\left(\frac{1}{z_0} - \frac{1}{z_i}\right) \leq \frac{\pi}{2}$, 由此得到

$$\delta z_m \leq \lambda z_i z_0 / L^2. \quad (4)$$

实际中, δz 很小, $z_i \approx z_0$, 因此, 允许的最大离焦量, 即焦点公差可以表示为

在文献[13]中, 根据透镜相干成像焦深的判据^[10], 并利用数值计算的方法得到了同轴数字全息成像系统的焦点公差公式如下

$$\delta z_m = 1.42 \frac{\lambda z_0^2}{L^2}. \quad (3)$$

为了进一步验证其正确性, 我们作了如下的计算机模拟, 模拟参数为: CCD 像元数为 512×512 , 像元尺寸为 $0.01 \text{ mm} \times 0.01 \text{ mm}$, 记录光波波长为 632.8 nm 。点物位于光轴上, 其大小为 1 个像元。图 1 给出了记录距离为 81 mm 和 240 mm 时, 再现像斑中心光强随着离焦量的变化曲线, 图中 δz_m 为相应的记录距离下由(3)式算得的焦点公差, 81 mm 是由该系统决定的最小记录距离^[14, 15]。在数字全息显微成像中, 为了提高成像分辨率, 常常以等于或略大于允许的最小记录距离记录全息图。由图 1 可见, 模拟结果与(3)式给出的结果完全一致。

$$\delta z_m = \lambda z_0^2 / L^2. \quad (5)$$

可见, 由(5)式算得的焦深比(3)式给出的结果要小一些, 这表明波像差不超过四分之一波长的要求比像强度判据的要求高一些。从模拟和实验结果来看, 在按照像强度判据得到的焦深范围内再现全息图, 可以得到较为理想的再现像^[13, 16]。但无论如何, 同轴菲涅耳数字全息系统的焦点公差比透镜相干成像系统的焦点公差 $2\lambda z_0^2 / L^2$ 要小。

3 离轴菲涅耳数字全息成像系统的焦深

在离轴菲涅耳数字全息中, 记录参考光波在 CCD 平面的复振幅为

$$R(x, y) = \exp\left[j2\pi\left(\frac{\cos \alpha}{\lambda}x + \frac{\cos \beta}{\lambda}y\right)\right]. \quad (6)$$

其中 $\cos \alpha, \cos \beta$ 为参考光波矢量的方向余弦, 其数值是非常小的^[14]。对于轴上物点, 利用准直光再

现,则在离焦点 (x_i, y_i, z_i) 处的重建像光场复振幅为

$$U(x_i, y_i, z_i) = \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda z_i}(x_i^2 + y_i^2)\right] \times \text{FT}\left\{\text{rect}\left(\frac{x}{L_x}, \frac{y}{L_y}\right) \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda}\left(\frac{1}{z_0} - \frac{1}{z_i}\right)(x^2 + y^2)\right] \times \exp\left[j2\pi\left(\frac{\cos\alpha}{\lambda}x + \frac{\cos\beta}{\lambda}y\right)\right]\right\}. \quad (7)$$

比较(7)式与(1)式可见,离轴菲涅耳数字全息的焦点公差也可以利用同样的数值计算方法得到,但在离轴情况下,除了考虑波长、记录距离及 CCD 尺寸外,还需要考虑参考光偏置量对焦深的影响。考虑到上述离轴光路与同轴光路结构的相似性,同时为了简洁起见,我们利用计算机模拟的方法,即可获得轴上物点在不同离焦处的像斑中心强度分布,然后根据同

样的判据,得到相应记录条件下的焦点公差的值,最后改变记录参量,寻找相应的变化规律。

图 2 给出了离轴菲涅耳数字全息对称偏置情况下点物的再现像中心强度随离焦量变化的一维曲线。模拟参数为:波长及 CCD 参数同前,其它记录参数如图所示。图中 δz_m 为相应的记录条件下由(3)式算得的焦点公差。可见,离轴菲涅耳数字全息系统的焦深略大于同轴菲涅耳数字全息系统的焦深;方向余弦越小,即记录时参考光波传播方向偏离光轴方向越小,离轴菲涅耳数字全息系统的焦深越接近于同轴情况;离轴情况下,在理想的聚焦像平面前、后方允许的离焦量不同。

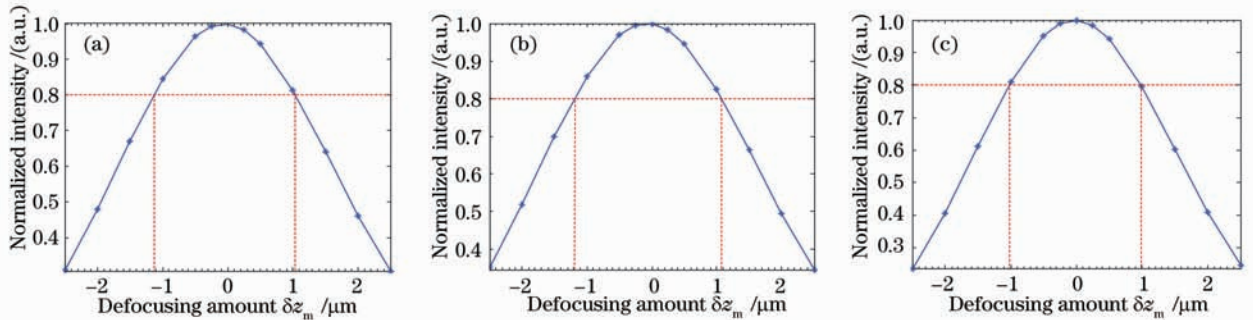


图 2 再现像强度沿轴向的一维分布。(a) $z_0 = 240 \text{ mm}$, $\cos\alpha = \cos\beta = 0.0115$; (b) $z_0 = 240 \text{ mm}$, $\cos\alpha = \cos\beta = 0.0124$; (c) $z_0 = 300 \text{ mm}$, $\cos\alpha = \cos\beta = 0.0092$

Fig. 2 1-D intensity axial distributions of reconstructed images. (a) $z_0 = 240 \text{ mm}$, $\cos\alpha = \cos\beta = 0.0115$;

(b) $z_0 = 240 \text{ mm}$, $\cos\alpha = \cos\beta = 0.0124$; (c) $z_0 = 300 \text{ mm}$, $\cos\alpha = \cos\beta = 0.0092$

图 3 表示在记录距离为 240 mm 情况下,理想焦平面前、后方焦点公差随参考光偏置量变化之间的关系。显然,焦点公差与参考光波传播方向余弦不是线性关系,而且理想聚焦平面前方的焦点公差比后方的稍大。对于离轴菲涅耳数字全息非对称情况,有相似的结论。

图 4 表示记录距离为 240 mm 时同轴、离轴菲涅耳对称偏置及非对称偏置三种情况下的再现像斑

中心光强随离焦量变化的曲线。其中,离轴对称记录中 $\cos\alpha = \cos\beta = 0.0115$,非对称记录中 $\cos\alpha = 0.0115$, $\cos\beta = 0$ 。由图可见,非对称偏置情况下的焦深比对称偏置情况下稍小,且离轴与同轴数字全息系统的焦深差异不超过同轴的十分之一。因此,实际应用中可以利用下式对离轴菲涅耳数字全息系统的焦深进行估算

$$\delta z_m = 1.5\lambda z_0^2 / L^2. \quad (8)$$

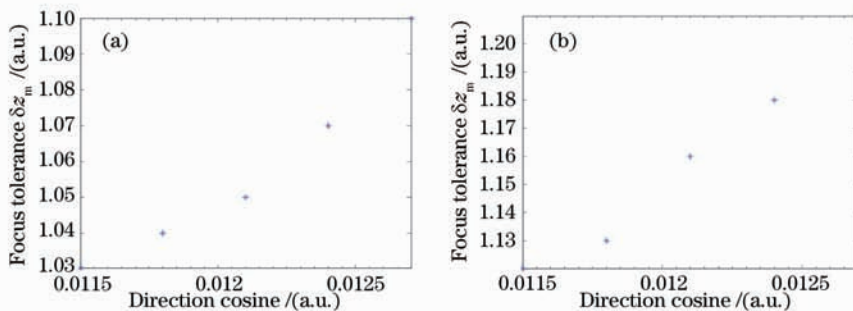


图 3 焦点公差与参考光偏置量之间的关系。(a) 焦点前方; (b) 焦点后方

Fig. 3 Relations of focus tolerance and defocusing amount. (a) in front of focus; (b) behind of focus

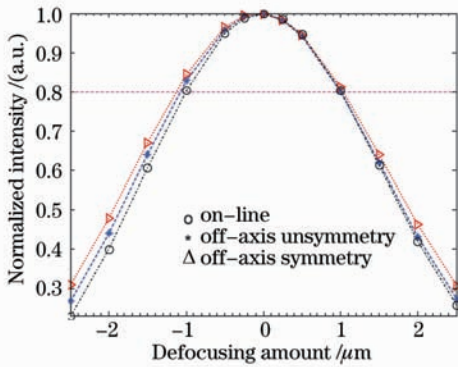


图 4 像斑中心光强随离焦量的变化曲线

Fig. 4 Plot of center intensity of the reconstructed image with defocusing amount

4 结 论

在记录波长以及记录时的数值孔径相同的条件下,菲涅耳数字全息系统的焦深小于透镜相干成像系统的焦深。数字全息成像系统的焦深不仅与记录波长以及记录时的数值孔径有关,还与记录时参考光波的偏置情况有关。在记录距离和 CCD 参数一定的条件下,离轴菲涅耳数字全息显微成像的焦深略大于同轴菲涅耳数字全息的焦深;离轴对称偏置情况下的焦深略大于非对称情况下的焦深。此外,光学理想成像不超过四分之一波像差的要求比像强度判据要严格一些,利用像强度判据得到的焦深,能够更好地表征数字全息成像系统的性能。数字全息显微成像的焦深非常小,约为几十到几百微米的量级,因此,数字全息形貌测量中精确聚焦是非常重要的。

参 考 文 献

- 1 J. L. Valina, E. Goncalves, F. Palacios *et al.*. Methodology for analysis of displacement using digital holography[J]. *Opt. Laser Eng.*, 2005, **42**: 99~111
- 2 Wang Huaying, Wang Dayong, Zhao Jie *et al.*. Simple and robust digital holography for high-resolution imaging[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2008, **6**(3): 165~167
- 3 Paturzo M, Miccio L, Nicola S D *et al.*. Amplitude and phase reconstruction of photorefractive spatial bright-soliton in LiNbO₃ during its dynamic formation by digital holography[J]. *Opt. Exp.*, 2007, **15**(13): 8243~8251

- 4 Adams M, Kreis T, Jupiter W. Particle analysis with digital holography[C]. *SPIE*, 2000, **4101**: 314~320
- 5 Kemper B, Bally G. Digital holographic microscopy for live cell applications and technical inspection[J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(4): A52~A61
- 6 Almoró P, Garcia W, Saloma C. Colored object recognition by digital holography and a hydrogen Raman shifter[J]. *Opt. Exp.*, 2007, **15**(12): 7176~7181
- 7 Kim D W, Choi H J. Information hiding for digital holograms by electronic partial encryption methods[J]. *Opt. Commun.*, 2007, **277**: 277~287
- 8 Yuchi Liang, GuJihua, Liu Wei *et al.*. An image digital watermark technique based on digital holography and discrete cosine transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(3): 355~361
- 尉迟亮,顾济华,刘薇等.基于数字全息及离散余弦变换的图像数字水印技术[J]. *光学学报*, 2006, **26**(3): 355~361
- 9 Sun Liujie, Zhuang Songlin. Identification mark of encrypted inline Fresnel holography[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(3): 402~405
- 孙刘杰,庄松林.基于同轴菲涅耳全息的标识印刷防伪技术[J]. *中国激光*, 2007, **34**(3): 402~405
- 10 Born M, Wolf E. Principles of Optics[M]. Yang Jiasun Transl., Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005. 401~408
- 玻恩,沃尔夫.光学原理[M].杨葭孙译,北京:电子工业出版社,2005.401~408
- 11 Yamaguchi I, Zhang T. Phase-shifting digital holography[J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(16): 1268~1270
- 12 Liu Cheng, Zhu Jianqiang. Basic characters of digital holographic profiling[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, **14**(3): 328~330
- 刘诚,朱建强.数字全息形貌测量的基本特性分析[J]. *强激光与粒子束*, 2002, **14**(3): 328~330
- 13 Wang Huaying, Song Xiufu, Zhao Jie *et al.*. Analysis of depth of view and focus of digital holographic imaging system[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(7): 1406~1410
- 王华英,宋修法,赵洁等.数字全息成像系统的景深和焦深分析[J]. *光子学报*, 2008, **37**(7): 1406~1410
- 14 Wang H Y, Wang D Y, Xie J J. Recording conditions of digital holography[C]. *SPIE*, 2007, **6279**: 62791J-1
- 15 Wang Huaying, Wang Guangjun, Zhao Jie *et al.*. Imaging resolution analysis of digital holographic microscopy[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(12): 1670~1674
- 王华英,王广俊,赵洁等.数字全息显微系统的成像分辨率分析[J]. *中国激光*, 2007, **34**(12): 1670~1674
- 16 Wang Huaying. Imaging theory and experimental demonstration of digital holographic microscopy[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2008. 110~115
- 王华英.数字全息显微成像的理论和实验研究[D].北京:北京工业大学,2008.110~115