

利用受激拉曼跃迁制备压缩原子激光

贺慧勇 黄春佳*

(长沙理工大学物理与电子科学学院, 湖南 长沙 410114)

摘要 从理论上提出了一种利用钠原子玻色-爱因斯坦凝聚体中 Λ 型三能级原子与一束较弱的压缩相干态探测光和一束较强的经典耦合光相互作用产生受激拉曼(Raman)跃迁制备压缩原子激光的方法,并研究了这种原子激光的压缩性质及其影响因素。结果表明,在一定条件下,通过这种方式制备的原子激光的量子涨落可以周期性地被压缩,其压缩深度决定于压缩态光场的初始压缩因子,而压缩周期与原子阱中的平均原子数、压缩态光场与超冷原子相互作用的强度及光场的失谐量有关。

关键词 量子光学;压缩原子激光;受激拉曼跃迁;玻色-爱因斯坦凝聚

中图分类号 O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092912.3531

Squeezed Atom Laser Originating From Stimulated Raman Transition

He Huiyong Huang Chunjia

(School of Physics and Electronic Science, Changsha University of Science and Technology,
Changsha, Hunan 410114, China)

Abstract We present a method to prepare a squeezed atom laser via stimulated Raman transition of the Λ -type three-levels atoms in sodium atom Bose-Einstein condensate (BEC) interacting with two light beams, a weaker squeezed coherent probe light and a stronger classical coupling light, and investigate the squeezing properties of this atom laser. The results show that the quantum fluctuation of this atom laser can be periodically squeezed. The squeezing depth of such atom laser is determined by the initial squeezing factor of the probe light, and the squeezing period of that is related to the mean number of atoms in trap, the strength of interaction between squeezed light and BEC atoms, and the detuning of the light.

Key words quantum optics; squeezed atom laser; stimulated Raman transition; Bose-Einstein condensation

1 引 言

近十多年来,人们研究原子玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)^[1~3]和原子激光^[4,5]的兴趣日益浓厚,实验研究和理论探讨相互促进,研究成果不断推出^[6~15]。1999年3月,以 E. W. Hagley 博士和 L. Deng 为首的美国国家标准与技术研究所(NIST)激光研究组^[5],利用两束频率不同几乎沿相反方向传播的激光与原子阱中的钠原子 BEC 产生大失谐的拉曼(Raman)跃迁相互作用,成功地研制出世界第一台可控可调、高准直、准连续的钠原子激光器,实现了物质波激光器研制领域的重大突破。其后, Jing 等^[6]提出了利用压缩光场与二能级原子 BEC 相互

作用制备压缩原子激光的动力学理论, Kuang 等^[7]研究了利用电磁诱导透明原理制备原子-光子纠缠态, Haine 等^[8]则研究了 Raman 型原子激光的原子与光场之间的可控纠缠问题。作者所在的课题组近年来也对原子 BEC 与光场相互作用系统做了一些理论研究,这些研究主要涉及光场与二能级或 V 型三能级原子 BEC 相互作用系统的量子特性,包括光场在与原子 BEC 相互作用过程中的相干性和压缩性,原子 BEC 在光场诱导下产生的原子激光的相干性和压缩性等问题^[9~15]。众所周知,量子涨落是影响激光在高精密测量和量子信息处理与传输方面应用的一个不可小视的因素,对于原子激光同样如此。

收稿日期: 2008-10-06; 收到修改稿日期: 2009-04-09

作者简介: 贺慧勇(1963—),男,副教授,主要从事量子光学、原子与分子物理等方面的研究。E-mail: he_37@163.com

* 通信联系人。E-mail: hcjcsust@126.com

因此,原子激光量子涨落压缩特性的研究,具有一定的理论意义和应用价值。本文以 E. W. Hagley 等的实验为基础,将其中的一束探测光改用单模压缩光,从理论上提出了一种利用钠原子玻色-爱因斯坦凝聚体中 Λ 型三能级原子与一束较弱的压缩相干态探测光和一束较强的经典耦合光相互作用产生受激 Raman 跃迁制备压缩原子激光的方法,并研究了这种原子激光的压缩性质及其影响因素。

2 哈密顿量与态矢

设想在一原子阱中有相当数量的处于 $^3S_{1/2}$, $F=1, m=-1$ 态的钠原子发生玻色-爱因斯坦凝聚。有频率为 ω_1 的压缩相干光和频率为 ω_2 的经典光,沿相反方向照射原子阱内的钠原子 BEC 并与之产生大失谐的 Raman 跃迁相互作用。即在频率为 ω_1 的压缩相干光场驱动下,处于 $^3S_{1/2}$, $F=1, m=-1$ 态的钠原子跃迁到一个虚能级,随即与频率为 ω_2 的经典光场发生相互作用产生受激发射跃迁到非捕陷态 $^3S_{1/2}$, $F=1, m=0$, 通过适当方式耦合输出而形成钠原子激光,如图 1 所示^[5]。

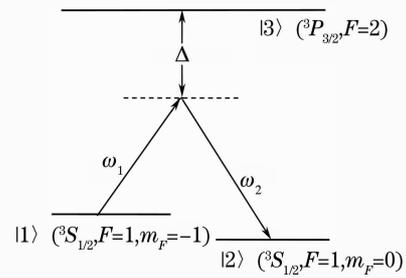


图 1 钠原子与光场的 Raman 耦合系统

Fig. 1 The system of sodium atoms Raman coupled with light fields

考虑原子间的相互作用,光场-原子 BEC 系统的总哈密顿(Hamiltonian)量可表示为($\hbar=1$)^[7]

$$H = H_p + H_a + H_{af} + H_{aa}, \quad (1)$$

式中 H_p 为探测光场的哈密顿量, H_a 为裸原子的哈密顿量, H_{af} 为原子与光场相互作用的有效哈密顿量, H_{aa} 为原子之间相互作用的哈密顿量。在二次量子化表象中,分别为

$$H_p = \omega_1 a_1^\dagger a_1, \quad (2)$$

式中 a_1^\dagger (a_1) 表示频率为 ω_1 的探测光场光子的产生算符(湮没算符)。

$$H_a = \sum_{i=1}^3 \nu_i b_i^\dagger b_i, \quad (3)$$

式中 b_i^\dagger (b_i) 表示 $|i\rangle$ ($i=1,2,3$) 态原子的产生算符(湮没算符), ν_i 表示 $|i\rangle$ ($i=1,2,3$) 态原子的内部能级(已取 $\hbar=1$)。

$$H_{af} = [g_1 b_3^\dagger a_1 b_1 \exp(-i\omega_1 t) + g_1^* a_1^\dagger b_1^\dagger b_3 \exp(i\omega_1 t)] + [g_2 b_3^\dagger b_2 \exp(-i\omega_2 t) + g_2^* b_2^\dagger b_3 \exp(i\omega_2 t)], \quad (4)$$

式中 g_1 和 g_2 表征光场-原子间相互作用的强度。

$$H_{aa} = \sum_{i=1}^3 \lambda_i b_i^{\dagger 2} b_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ (i \neq j)}}^3 \lambda_{ij} b_i^\dagger b_j^\dagger b_i b_j, \quad (5)$$

式中 λ_i 和 λ_{ij} ($i, j=1,2,3$) 表征原子之间相互作用的强度。

采用相互作用绘景,并将系统哈密顿量表示为自由哈密顿量 H_0 和相互作用哈密顿量 V 两部分之和,即

$$H = H_0 + V, \quad (6)$$

式中

$$H_0 = \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \nu_1 \sum_{i=1}^3 b_i^\dagger b_i + (\omega_1 - \omega_2) b_2^\dagger b_2 + \omega_1 b_3^\dagger b_3, \quad (7)$$

$$V = (\nu_3 - \nu_1 - \omega_1) b_3^\dagger b_3 + (g_1 b_3^\dagger a_1 b_1 + g_1^* a_1^\dagger b_1^\dagger b_3) + (g_2 b_3^\dagger b_2 + g_2^* b_2^\dagger b_3) + \sum_{i=1}^3 \lambda_i b_i^{\dagger 2} b_i^2 + \sum_{i,j=1 (i \neq j)}^3 \lambda_{ij} b_i^\dagger b_j^\dagger b_i b_j. \quad (8)$$

假设初始时刻所有发生玻色-爱因斯坦凝聚的原子都处在 $|1\rangle$ 态,且处于 $|1\rangle$ 态的平均原子数 \bar{N}_1 足够大。忽略热激发和自发跃迁效应, $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 态均为真空态。在量子探测光场很弱而经典耦合光场很强且失谐很大的情形下,在系统演化过程中,处于 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 态的原子数均远小于处于 $|1\rangle$ 态的平均原子数且不随时间显著变化。一方面,处于 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 态的原子间的相互作用能量可以忽略不计, (8) 式可简化为

$$V = (\nu_3 - \nu_1 - \omega_1) b_3^\dagger b_3 + (g_1 b_3^\dagger a_1 b_1 + g_1^* a_1^\dagger b_1^\dagger b_3) + (g_2 b_3^\dagger b_2 + g_2^* b_2^\dagger b_3) + \lambda_1 b_1^\dagger b_1 b_1. \quad (9)$$

另一方面,从 $i\dot{b}_3 = [b_3, V] \approx 0$, 得到 $b_3 \approx -\frac{g_1}{\Delta} a_1 b_1 - \frac{g_2}{\Delta} b_2$, 代入(9)式, 可先将 $|3\rangle$ 态的原子算符绝热消去, 使系统相互作用哈密顿量简化为

$$V = -\omega'_2 b_2^\dagger b_2 - (g' b_2^\dagger a_1 b_1 + g'^* a_1^\dagger b_1^\dagger b_2) - \omega'_1 a_1^\dagger b_1^\dagger a_1 b_1 + \lambda_1 b_1^{\dagger 2} b_1^2, \quad (10)$$

式中 $\omega'_1 = |g_1|^2/\Delta$, $\omega'_2 = |g_2|^2/\Delta$, $g' = g_1 g_2^*/\Delta$ 及 $\Delta = \nu_3 - \nu_1 - \omega_1$ 为失谐量。再利用由 $i\dot{b}_2 = [b_2, V] \approx 0$ 得到的 $b_2 \approx -\frac{g_1}{g_2} a_1 b_1$, 代入(10)式进一步将 $|2\rangle$ 态的原子算符消去, 最后, 得到系统相互作用有效哈密顿量为

$$V_{\text{eff}} = 2\omega'_1 a_1^\dagger a_1 b_1^\dagger b_1 + \lambda_1 b_1^\dagger b_1^\dagger b_1 b_1, \quad (11)$$

设初始时刻处于 $|1\rangle$ 态的 BEC 原子处于相干态 $|\beta\rangle$, 而光场处于压缩相干态 $|\alpha, \xi\rangle$, 则系统的初始态矢可表示为

$$|\Psi(0)\rangle = |\alpha, \xi\rangle \otimes |\beta\rangle, \quad (12)$$

式中

$$|\alpha, \xi\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha|^2 + \frac{\tanh r}{2}\alpha^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n!}} \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \left(\frac{\tanh r}{2}\right)^{n/2} H_n\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2\sinh r \cosh r}}\right) |n\rangle, \quad (13)$$

$$|\beta\rangle = \exp\left(-\frac{|\beta|^2}{2}\right) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta^m}{\sqrt{m!}} |m\rangle, \quad (14)$$

(13)式中 $\xi = r \exp(i\theta)$ 并已取 $\theta = 0$, $\alpha = \sqrt{\bar{n}} \exp(i\varphi)$, \bar{n} 为初始光场的平均光子数, $H_n(x)$ 为 n 阶厄密多项式; (14)式中 $\beta = \sqrt{\bar{N}_1} \exp(i\eta)$, \bar{N}_1 为初始时刻处于 $|1\rangle$ 态的 BEC 原子的平均粒子数。为简便计, 取 $\varphi = 0$, $\eta = 0$ 。

求解薛定谔方程, 即可得到任意 t 时刻系统的态矢为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n,m=0}^{\infty} \exp\left\{-\frac{1}{2}|\alpha|^2 + \frac{\tanh r}{2}\alpha^2 - \frac{|\beta|^2}{2} - i[2\omega'_1 n m + \lambda_1 m(m-1)]t\right\} \times \frac{1}{\sqrt{n!m!}} \frac{\beta^m}{\sqrt{\cosh r}} \left(\frac{\tanh r}{2}\right)^{n/2} H_n\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2\sinh r \cosh r}}\right) |n, m\rangle. \quad (15)$$

3 原子激光的压缩特性

定义原子激光的两个正交分量

$$U_1 = \frac{1}{2}(b_2 + b_2^\dagger), \quad (16)$$

$$U_2 = \frac{1}{2i}(b_2 - b_2^\dagger), \quad (17)$$

引入

$$Q_i = (\Delta U_i)^2 - \frac{1}{4}, \quad i = 1, 2 \quad (18)$$

式中 $b_2 \approx -\frac{g_1}{g_2} a_1 b_1$, $b_2^\dagger \approx -\frac{g_1^*}{g_2^*} a_1^\dagger b_1^\dagger$, 而 $(\Delta U_i)^2 = \langle U_i^2 \rangle - \langle U_i \rangle^2$ ($i = 1$ 或 2) 表示原子激光的第 i 个分量的量子涨落。若在某一状态下, 有 $Q_i < 0$, 则意味着原子激光的第 i 个分量的量子涨落被压缩。

在初始时刻处于 $|1\rangle$ 态的平均原子数 \bar{N}_1 足够大而压缩态光场较弱且失谐很大的情形下, 在系统演化过程中, 处于 $|1\rangle$ 态的平均原子数 \bar{N}_1 的变化可以忽略不计。系统在任意 t 时刻的态矢可作如下简化近似处理: 首先, 对于足够大平均原子数 \bar{N}_1 , 处于

相干态的 BEC 原子的分布函数可近似用 δ 函数表示(如图 2 所示), 并用积分替代求和, 即可对(15)式作如下代换:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{\exp(-\bar{N}_1) \bar{N}_1^m}{m!} \rightarrow \int_0^{\infty} dm \delta(m - \bar{N}_1), \quad (19)$$

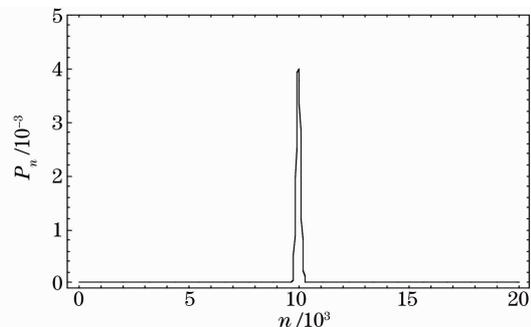


图 2 BEC 原子的粒子数分布 ($\bar{N}_1 = 10000$)

Fig. 2 Population distribution function of the BEC atom with $\bar{N}_1 = 10000$

其次, 在弱光场情形下, 考虑到光子数远小于 BEC 平均原子数, (15)式最终可简化为

$$|\psi(t)\rangle = \exp[-i\lambda_1 \bar{N}_1 (\bar{N}_1 - 1)t] \exp\left(-\frac{1}{2} |\alpha|^2 + \frac{\tanh r}{2} \alpha^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-in\omega t) \frac{1}{\sqrt{n!}} \frac{1}{\sqrt{\cosh r}} \left(\frac{\tanh r}{2}\right)^{n/2} \times H_n\left(\frac{\alpha}{\sqrt{2\sinh r \cosh r}}\right) |n\rangle |\bar{N}_1\rangle, \quad (20)$$

式中 $\omega = 2\omega'_1 \bar{N}_1 = 2(|g_1|^2/\Delta)\bar{N}_1$ 。根据(20)式对 $Q_1(t)$ 作数值计算, 得到如图 3 所示的结果, 由(18)式可知, 原子激光的第一个分量 U_1 的量子涨落可以周期性地被压缩。比较图 3(a)和(b)可知, 原子激光 U_1 分量量子涨落的压缩深度与压缩态光场的初

始压缩因子 r 有关, r 越大, 压缩越深。比较图 3(b)和图 3(c)可知, 原子激光的压缩周期决定于 ω , 即与 BEC 的平均原子数、压缩态光场与 BEC 原子相互作用强度及光场的失谐量有关。

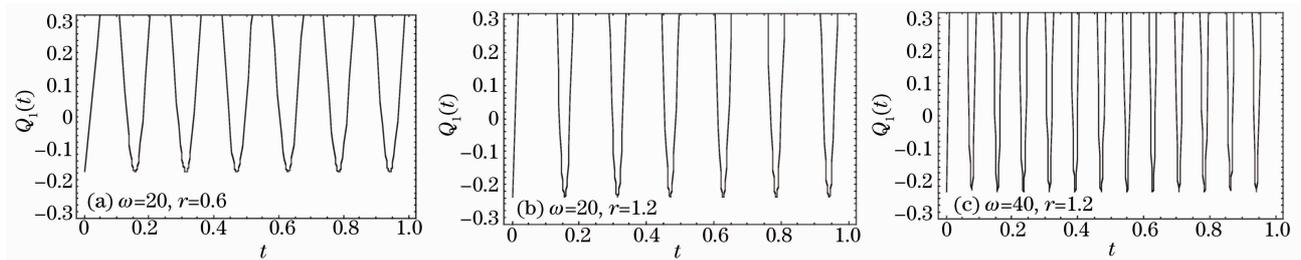


图 3 $Q_1(t)$ 的时间演化规律 ($\bar{n} = 5.0$)

Fig. 3 The time-evolution of $Q_1(t)$ with $\bar{n} = 5.0$

根据(20)式对 $Q_2(t)$ 所作数值计算的结果表明, 原子激光 U_2 分量的量子涨落不能被压缩。但若取压缩态光场的压缩方向角 $\theta = \pi$, 重复上述计算, 可以发现, 此时原子激光 U_1 分量的量子涨落不能被压缩而 U_2 分量的量子涨落可以周期性地被压缩。

4 结 论

从理论上提出了一种利用钠原子玻色-爱因斯坦凝聚体中 Λ 型三能级原子与一束较弱的压缩相干态探测光和一束较强的经典耦合光相互作用产生受激 Raman 跃迁制备压缩原子激光的方法, 并研究了这种原子激光的压缩性质及其影响因素。结果表明, 在原子阱中原子 BEC 的平均原子数 \bar{N}_1 足够大且与之发生相互作用的大失谐的压缩态光场较弱的情形下, 通过受激 Raman 跃迁相互作用制备的原子激光, 总有一个正交分量的量子涨落可以周期性地被压缩。由此可见, 利用压缩相干态光场与 Λ 型三能级原子受激 Raman 跃迁相互作用的方式可以制备出压缩原子激光, 且其量子涨落的压缩深度由压缩态光场的初始压缩因子决定, 而压缩周期与 BEC 的平均原子数、压缩态光场与 BEC 原子相互作用强度及光场的失谐量有关。

参 考 文 献

1 M. H. Anderson, J. R. Enscher, M. R. Methews *et al.*. Observations of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic

vapor[J]. *Science*, 1995, **269**(5221): 198~201
 2 K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews *et al.*. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(22): 3969~3973
 3 M. O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn *et al.*. Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(4): 582~585
 4 B. P. Anderson, M. A. Kasevich. Macroscopic quantum interference from atomic tunnel arrays [J]. *Science*, 1998, **282**(5394): 1686~1689
 5 E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma *et al.*. A well-collimated quasi-continuous atom laser [J]. *Science*, 1999, **283** (5408): 1706-1709
 6 H. Jing, Y. A. Han, J. L. Chen *et al.*. Quantum dynamical theory for squeezed atom laser [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2000, **17**(12): 862~864
 7 L. M. Kuang, L. Zhou. Generation of atom-photon entangled states in atomic Bose-Einstein condensate via electromagnetically induced transparency [J]. *Phys. Rev. A*, 2003, **68**(4): 043606
 8 S. A. Haine, M. K. Olsen, J. J. Hope. Generating controllable atom-light entanglement with a raman atom laser system [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **96**(7): 133601
 9 Zhou Ming, Huang Chunjia. Squeezing properties of two-model squeezed field interacting with Bose-Einstein condensate of V-type three-level atoms [J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, **51** (11): 2514~2516
 周 明, 黄春佳. V 型三能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体与双模压缩光场相互作用系统中光场的压缩特性 [J]. *物理学报*, 2002, **51**(11): 2514~2516
 10 Zhou Ming, Fang Jiayuan, Huang Chunjia. Squeezing effect of light caused by Bose-Einstein condensate composed of interactive atoms [J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, **52**(8): 1916~1919
 周 明, 方家元, 黄春佳. 相互作用原子玻色-爱因斯坦凝聚体诱导的光场压缩效应 [J]. *物理学报*, 2003, **52**(8): 1916~1919
 11 Zhou Ming, Huang Chunjia. Influence of the interaction between atoms on the squeezing properties of atomic laser [J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(1): 54~57

- 周 明, 黄春佳. 原子间相互作用对原子激光压缩性质的影响 [J]. 物理学报, 2004, **53**(1): 54~57
- 12 C. J. Huang, M. Zhou, K. W. Mo. A scheme for the generation of two-mode atomic laser[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, **1**(12): 686~688
- 13 C. J. Huang, M. Zhou, H. Z. Kong *et al.*. Fidelity of quantum state for interacting system of light field and Bose-Einstein condensate[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2005, **3**(7): 410~413
- 14 Zhou Ming, Huang Chunjia. Influence of the inter-atomic interaction on the squeezing properties of two-mode atom laser [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(10): 1575~1579
- 周 明, 黄春佳. 原子间相互作用对双模原子激光压缩性质的影响[J]. 光学学报, 2006, **26**(10): 1575~1579
- 15 C. J. Huang, J. Y. Fang, H. Y. He *et al.*. Quantum coherence and quadrature squeezing of atom laser originating from atomic Bose-Einstein condensate interacting with light field[J]. *Physica A*, 2008, **387**(14): 3449~3453
- 16 Kong Fanzhi, Zhou Ming, Huang Chunjia *et al.*. Quantum coherence properties of atom laser induced by light field[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1395~1398
- 孔凡志, 周 明, 黄春佳. 光场诱导的原子激光的量子相干性 [J]. 光学学报, 2008, **28**(7): 1395~1398
- 17 Zhuo Ming, Huang Chunjia. The influence of an atomic Bose-Einstein condensate on the squeezing properties of light[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(4): 1096~1100
- 周 明, 黄春佳. 原子玻色-爱因斯坦凝聚体对光场压缩特性的影响[J]. 光学学报, 2009, **29**(4): 1096~1100