第 29 卷 第 12 期
2009 年 12 月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 29, No. 12
December, 2009

文章编号：0253-2239(2009)12-3506-05

自由立体显示用柱面透镜光栅的优化设计

周 磊[1,2] 王琼华[1,2] 陶宇虹[1,2] 李大海[1,2] 赵悟翔[1,2] 焦甜甜[1,2]

([1]四川大学电子信息学院，四川 成都 610065
[2]四川大学视觉合成图形图像技术国防重点学科实验室，四川 成都 610065)

摘要 在用于自由立体显示的柱面透镜光栅的设计中，针对用理想光学系统思想计算的数据不够精确，用光学软件计算的数据往往不符合实际要求且需反复尝试，提出用光线追迹建立数学模型的方法设计柱面透镜光栅参数。将观看距离、柱面透镜光栅离显示屏距离以及柱面透镜光栅的焦斑大小共同作为参数设计的依据。分析了柱面透镜曲率半径和焦斑大小，以及柱面透镜厚度和焦斑大小的变化关系。采用该方法为 19 inch (48.26 cm)平面显示屏设计了一组柱面透镜光栅参数，并用光学设计软件 ASAP 模拟了该系统的视区分布。结果表明该柱面透镜光栅的视区分布比较理想，宽度为 65 mm，满足高性能自由立体显示的要求。

关键词 光学设计；自由立体显示；柱面透镜光栅；视区分布

中图分类号 TN141 **文献标识码** A **doi**：10.3788/AOS20092912.3506

Optimum Design of Lenticular Lens for Auto-Stereoscopic Display

Zhou Lei[1,2] Wang Qionghua[1,2] Tao Yuhong[1,2] Li Dahai[1,2]
Zhao Wuxiang[1,2] Jiao Tiantian[1,2]

([1] *School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan* 610065, *China*
[2] *Key Laboratory of Fundamental Synthetic Vision Graphics and Image for National Defense, Sichuan University, Chengdu, Sichuan* 610065, *China*)

Abstract In the parameter design of lenticular lens used for auto-stereoscopic display system, because the parameters calculated by using ideal optical system are imprecise and the parameters calculated by using optical software are unpractical or complex, a mathematic model based on rays tracing is proposed. The viewing distance, the distance from the display to the lenticular lens and the size of focus spot are taken as the basis for parameter design. The relationship between the radius and the size of focus spot, and the relationship between the thickness and the size of focus spot are analyzed. The parameters of lenticular lens for a 19 inch (48.26 cm) flat display are designed and the viewing zone distribution is simulated by the optical design software called ASAP. Good viewing zone distribution is obtained and its width is 65 mm, which satisfies the requirements for the auto-stereoscopic display having good performances.

Key words optics design; auto-stereoscopic display; lenticular lens; viewing zone distribution

1 引 言

显示方式从最初的黑白显示到彩色显示，直到高清显示，再到今天普遍被认为是未来显示实现方案的自由立体显示，显示技术日新月异。实现自由立体显示的方法有很多，其中柱面透镜光栅自由立体显示以其实现方法简单、亮度高、观看舒适度和成像效果好而成为一类重要的立体显示方式，并成为当今立体显示技术的热点研究方向[1~3]。柱面透镜光栅自由立体显示的原理是平面显示屏位于柱面透镜光栅的焦平面上，通过柱面透镜光栅和平面显示

收稿日期：2009-01-15；**收到修改稿日期**：2009-02-25

基金项目：国家 863 计划(2007AA01Z301)资助课题。

作者简介：周 磊(1982—)，男，硕士研究生，主要从事于三维立体显示技术研究。E-mail：zhoulei215@tom.com

导师简介：王琼华(1969—)，女，教授，博士生导师，主要从事于三维立体显示技术研究。E-mail：qhwang@scu.edu.cn(通信联系人)(中国光学学会会员号：S040421103M)

屏上像素的精确匹配而使位置错开的左右眼图像光分开，使观看者在不戴眼镜或头盔等辅助设备的情况下，左右眼分别看到具有视差的左右眼图像，根据双目视差原理，观看者的大脑将左右眼图像融合并产生立体感，从而实现立体显示[4~6]。

在柱面透镜光栅自由立体显示中，柱面透镜光栅的参数设计是影响整个显示系统性能的主要因素之一。柱面透镜光栅的设计就是设计其曲率半径、节距和厚度。理想情况下柱面透镜光栅的焦距由曲率半径和折射率确定，厚度由焦距以及柱面透镜光栅离平面显示屏的距离决定[7]。但是实际的柱面透镜光栅已经不是近轴光学的范畴，所以基于理想情况下求解的曲率半径和厚度并不精确，必须结合光学软件反复多次计算，才能确定透镜的最终优化参数[8~10]。对于同一款平面显示屏，根据不同要求，例如不同的观看距离或者不同的柱面透镜光栅离显示屏距离等参数，可以设计出多组透镜参数。这些设计虽然符合理论计算，但是否符合实际要求，还需通过柱面透镜光栅自由立体显示器的视区分布进一步验证，其过程复杂。为此，采用光学追迹的思想，对给定曲率半径和厚度的柱面透镜光栅建立数学模型，精确求解出透镜焦点位置，进而求出透镜其他参数，并将焦点弥散斑大小作为透镜参数确定的依据，推导曲率半径和焦斑大小、透镜厚度和焦斑大小的变化关系，分析在节距确定的情况下，曲率半径和透镜厚度对成像质量的影响。最后，在不使用光学设计软件的情况下，精确设计出满足某一平面显示屏的柱面透镜光栅参数。

2　理论分析与算法原理

柱面透镜光栅已不是近轴光学系统，当一束平行光射入一个单柱面透镜，出射光线不会聚焦一点，而是形成一个弥散斑，弥散斑最小的位置便是焦点的位置。为了实现立体显示，柱面透镜光栅的节距 p 必须满足以下条件[11]

$$p=\frac{met}{e+t}, \tag{1}$$

上下允许的浮动范围即允许误差是 $\frac{met^2/w}{e+t}$，其中 m 为视差图个数，t 为子像素宽度，e 为人双眼间距，w 为显示屏水平宽度。

在节距确定的情况下，曲率半径和透镜厚度的变化不仅会影响焦点位置，还会影响焦点处弥散斑的大小。所以透镜的设计工作之一便是求解一组曲率半径和厚度，使其不仅满足观看距离以及透镜和平面显示屏距离等要求，而且满足透镜的球差足够小，具有良好的分光性能。

为单柱面透镜建立如图 1 所示的平行光传输模型，x 轴为光轴，透镜位于 x 轴正半轴，顶点为坐标原点 O，曲率中心为 Q 点，节距为 p，曲率半径为 r，厚度为 d，折射率为 n。任意一条入射角为 ϕ 的入射光线 $m_{\mathrm{in},\phi}$ 沿 x 轴正方向平行于光轴射入透镜，经过两次折射，光线与透镜两表面分别交于 C 点、E 点，相应的入射角分别为 ϕ，β，相应的出射角分别为 α，γ，出射光线为 $m_{\mathrm{out},\phi}$，与 x 轴交于 F 点，G 为透镜后表面和 x 轴的交点，作线段 CA 垂直于 x 轴于 A，作线段 EB 垂直于 CA 于 B 。

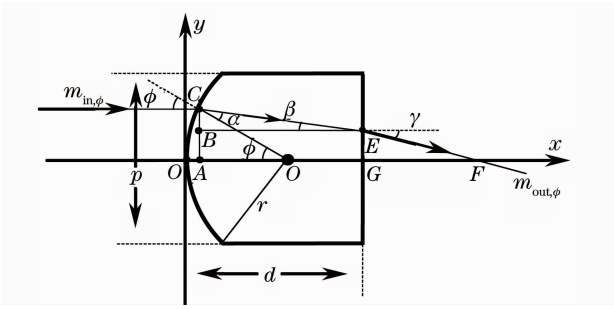

图 1　单柱面透镜平行光传输模型

Fig. 1　Model of a single lenticular lens when parallel ray transmits through

根据折射定律和几何关系，得到方程组

$$\begin{cases}\beta=\phi-\alpha=\phi-\arcsin(\sin\phi/n),\\ \gamma=\arcsin(n\sin\beta),\\ AG=d-OA=d-r(1-\cos\phi),\\ GE=AB=AC-BC=r\sin\phi-AG\times\tan\beta\end{cases}. \tag{2}$$

F 点的横坐标为 $d+\cot\gamma\times GE$，所以出射光线 $m_{\mathrm{out},\phi}$ 的直线方程为

$$y=-\tan\gamma\times(x-d)+GE, \tag{3}$$

图 1 中透镜关于 x 轴对称，只需考虑 x 轴上半部分。对于固定的 r，d 和 n，平行入射的 N 条入射光线的入射角 ϕ 的变化范围是 $[0,\arcsin(p/2r)]$，对应于所有的 N 条出射光线 $m_{\mathrm{out},\phi}$，横坐标为同一 x 时其纵坐标分别为 $y_i(i=1,2,\cdots,N)$，y_i 的均方根 D 表示为[12]

$$D=\sqrt{(\sum_{i=1}^{N}y_i^2)/N}, \tag{4}$$

x 不同，其对应的均方根 D 值不同，最小的均方根值记为 $D_{\min}$，$D_{\min}$ 的值便是透镜的有效焦斑大小，对应的横坐标便是此透镜焦点的位置，记为 X 。

图 2 表示柱面透镜光栅、子像素和视区宽度的位置关系，H'，H 为透镜的两个主点，H' 和坐标原点 O 重合，Q 点为曲率中心，F 点为焦点，焦距为 f，透镜离显示平面距离为 s，观看距离为 l。于是有

$$f = X - d + d/n, \tag{5}$$

$$s = X - d. \tag{6}$$

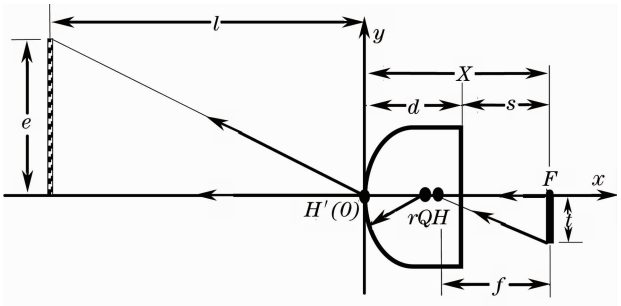

图 2 柱面透镜、子像素和视区宽度的位置关系

Fig. 2 Location relationship among lenticular lens, subpixel and width of viewing zone

为实现立体显示，相距为 t 的相邻两路视差图将分别投射到观看者相距为 e 的两只眼睛里，根据透镜垂轴放大率公式得到

$$\frac{e}{t} = \frac{l}{f}, \tag{7}$$

即有

$$l = \frac{fe}{t}. \tag{8}$$

经过以上计算，节距确定的情况下，任何一组 r，d 将确定唯一的一组 $D_{\min}$，s 和 l。$D_{\min}$ 将用来确定此透镜能否很好地实现分光作用，成像质量是否良好；s 和 l 分别用来确定此透镜离平面显示屏距离是否合适，以及最佳观看距离是否合适。所以这 3 个参数便可以用来评价某 r，d 是否是一组适合某一平面显示屏的透镜参数。

3 计算结果及讨论

根据上述计算方法为 19 inch 的平面显示屏设计所需要的柱面透镜光栅。该平面显示屏以及立体显示系统如表 1 所示。

图 3 表示不同曲率半径下，焦斑大小与透镜厚度的变化关系。不同曲率半径对应的透镜的厚度最大和最小值不同。从图 3 中可以看出，曲率半径 r 相同，厚度 d 不同时，焦斑随厚度 d 增大而减小，但变化不大，特别是曲率半径较大时，变化不明显。由此可知设计透镜时，可以根据需要指定透镜厚度 d，而不必担心透镜厚度 d 的变化对成像效果的影响。光学软件模拟结果也表明，对于同一个确定的曲率半径，厚度不同时，只要发光单元位于焦平面上，在最佳观看距离处，视区分布没有差异。

表 1 柱面透镜光栅立体显示器元器件参数表

Tabal 1 Parameters of the auto-stereoscopic display based on lenticular lens

Components	Parameters	Parameters value
Parameters of flat plane display	Display size /inch	19
	Resolution	1280×1024
	Sub-pixel width t /mm	0.0947
Parameters of auto-stereoscopic display	Parallax images numbers m	9
	Viewing distance l /mm	2120
	Distance from the display to the lenticular lens s /mm	1.067
Parameters of lenticular lens	Radius r /mm	1.526
	Focus f /mm	3.095
	Pitch p /mm	0.8077
	Thickness d /mm	3.018
	Refractive index n /mm	1.488

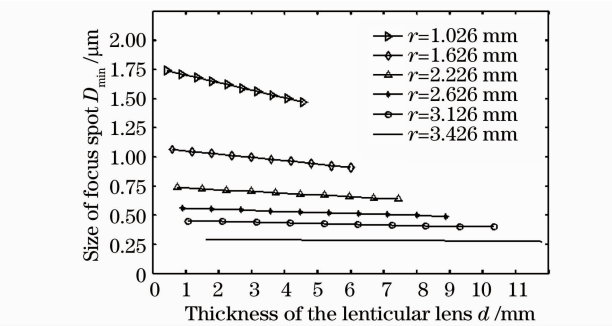

图 3 不同曲率半径下，焦斑大小与透镜厚度的关系

Fig. 3 Relationship between size of focus spot and the thickness of lens when the radius is fixed

对于图 3 所示的每一个曲率半径 r，其所有厚度 d 所对应的焦斑大小的平均值和最小值随曲率半径的变化情况如图 4 所示。可以看出，不管是焦斑的平均值，还是焦斑的最小值，随曲率半径的变化趋势一致，均有迅速下降和平缓下降过程，单从提升成像质量的目的出发，设计透镜时曲率半径应在曲线平缓下降处选取，因为过大的焦斑说明有较大的球差存在，故选择曲率半径大于 1.5 mm。

虽然 r 越大，焦斑越小，但是观看距离也跟着增大，曲率半径和观看距离的关系如图 5 所示。可以看出，当 r=5 mm 时，观看距离增大到 5 m 左右，不符合 19 inch 自由立体显示器的观看要求。对于 19 inch自由立体显示器，最舒适的立体观看距离应该在 1～2 m 左右，故曲率半径不应大于 2 mm。

由图 4 和图 5 可得曲率半径 r，柱面透镜光栅

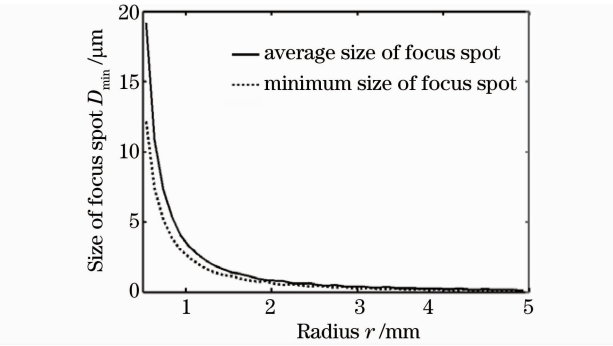

图 4　焦斑大小的平均值和最小值与曲率半径的变化关系

Fig. 4　Relationship between the average or the minimum size of focus spot and radius

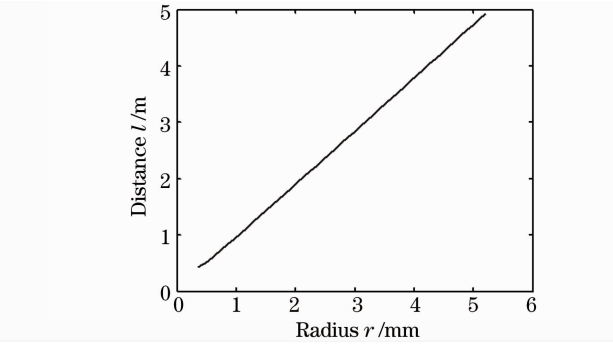

图 5　最佳立体观看距离和曲率半径的变化关系

Fig. 5　Relationship between the best stereo viewing distance and radius

离平面显示屏距离 s 和柱面透镜光栅厚度 d 的确定是相互制约的。s 由装配的显示屏边框厚度决定，为避免透镜紧贴显示屏表面造成散热不佳，s 不能过小，对于此平面显示屏，设计的柱面透镜光栅离平面显示屏距离为 1 mm 左右；柱面透镜光栅厚度 d 的确定要考虑原材料板的厚度和刚度的要求，若选用聚对苯二甲酸乙二酯(PET)板材，厚度为 3 mm 左右为宜。任一曲率半径下，不同柱面透镜光栅厚度 d 所对应的 D_{min}，s 和 l 三个参数可以求出，根据要求，就可以确定柱面透镜光栅厚度 d 和柱面透镜光栅离平面显示屏距离 s 。按照以上步骤，为 19 inch 平面显示屏设计的一组透镜参数如表 1 所示。

利用光学软件 ASAP 对设计的参数进行模拟验证，第二路视差图的视区分布如图 6 所示，此结果相当于在最佳观看距离处放置一块平行于自由立体显示器的接收屏所得到的效果图，其中屏的中心为原点，水平方向为 x 轴，竖直方向为 y 轴。光线汇集形成的黑色暗带即是此路视差图的观看区域，理论要求单路视区宽度为 65 mm，相邻两个视区间距是 9×65 mm＝585 mm。从图中可以看出，视区分布比较理想，至少有两个理想的单路视区，宽度等于双眼间隔 65 mm，相邻两个视区间隔约等于 585 mm。这说明采用上述光学追迹建立数学模型设计透镜参数的方法是正确的，设计的参数符合理论要求，视区分布比较理想。

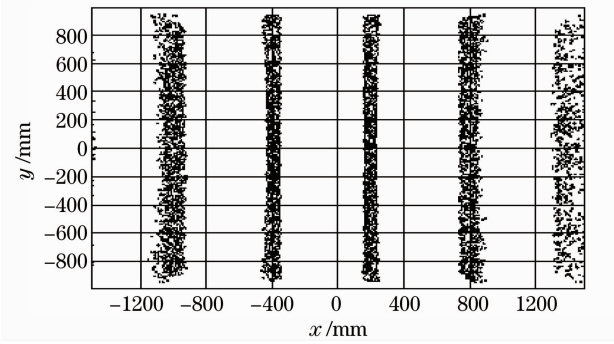

图 6　最佳立体观看处光强度分布

Fig. 6　Light density distribution at the best stereo viewing position

4　结　　论

为了解决用理想光学系统思想计算的数据不够精确，用光学软件计算的数据往往不符合实际要求的问题，提出了一种采用光学追迹思想确定一个透镜的焦点位置和焦斑大小，并以此来确定柱面透镜光栅参数的设计方法。除要求的观看距离和柱面透镜光栅离平面显示屏的距离之外，将柱面透镜光栅自身光学性能作为柱面透镜光栅设计的一个考虑因素。此方法可以在不使用光学设计软件的情况下，精确地设计出满足某一平面显示屏的柱面透镜光栅参数。

参　考　文　献

1 Wang Qionghua, Tao Yuhong, Zhao Wu Xiang *et al.*. Lenticular lens based 3D outostereoscopic liquid crystal display[C]. *Proc. of International Display Research conferenee*, 2008, 306～308

2 Gregg E. Favalora. Volumetric 3D displays and application infrastructure[J]. *Computer*, 2005, **38**(8): 37～44

3 Wang Qionghua, Tao Yuhong, Li Dahai *et al.*. 3D autostereoscopic liquid crystal display based on lenticular lens [C]. *Proc. of Asia Display*, Shanghai, 2007: 453～455

4 Kunio Sakamoto. Parallax polarizer barrier stereoscopic 3D display systems[J]. *J. the Institute of Image Information and Television Engineers*, 2005, **59**(2): 296～301

5 Neil A. Dodgson. Auto-stereoscopic 3D displays[J]. *Computer*, 2005, **38**(8): 31～36

6 Klaus Hopf. An autostereoscopic display providing comfortable viewing conditions and a high degree of telepresence[J]. *Circuits and Systems for Video Technology*, 2000, **10**(3): 359～365

7 S. Q. Ding, Y. Jiao, J. Y. Chen. Optimized design of lenticular lens used on 3-D television[J]. *SID*, **97**: 979～982

8 Yang Ping, Xu Bing, Jiang Wenhan *et al.*. Study of a genetic algorithm used in an adaptive optical system[J]. *Acta Optica*

Sinica, 2007, **27**(9): 1628～1632
杨 平,许 冰,姜文汉 等. 遗传算法在自适应光学系统中的应用[J]. 光学学报, 2007, **27**(9): 1628～1632

9 Liang Minyong, Liao Ningfang, Feng Jie *et al*.. Design and opimization of three cylindrical reflectors optical system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1359～1363
梁敏勇,廖宁放,冯 洁 等. 三反射式柱面光学系统设计及优化[J]. 光学学报, 2008, **28**(7): 1359～1363

10 Wang Shengqian, Rao Changhui, Jiang Wenhan et al.. Analysis of spatial arrangement for optical synthetic aperture imaging system with four sub-apertures[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4): 692～699
王胜千,饶长辉,姜文汉 等. 四子孔径光学合成孔径成像系统空间排布性能分析[J]. 光学学报, 2008, **28**(4): 692～699

11 Zhou Lei, Tao Yuhong, Wang Qionghua *et al*.. Design of lenticular lens in autostereoscopic display[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(1): 30～33
周 磊,陶宇虹,王琼华 等. 立体显示用柱面透镜光栅的设计[J]. 光子学报, 2009, **38**(1): 30～33

12 T. Okoshi. Optimum design and depth resolution of lens-sheet and project-type three-dimensinal display[J]. *Applied Optics*, 1971, **10**(10): 2284～2290