

# 负折射率材料中光参变放大光谱带宽的研究

周 城<sup>1</sup> 高艳侠<sup>2</sup> 李 萍<sup>1</sup> 陈新莲<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 济南大学理学院, 山东 济南 250022; <sup>2</sup> 山东财政学院统计与数理学院, 山东 济南 250014)

**摘要** 针对“正折射率(PIM)/负折射率(NIM)/正折射率(PIM)”结构的材料, 研究了对信号光是负折射率而抽运光和闲频光都是正折射率时, 在三波非共线参变放大的基础上, 根据匹配条件, 对于给定的信号光和抽运光波长, 非共线角  $\alpha$  存在最大值即最大非共线角, 并详细研究了最大非共线角随信号光波长的变化规律。利用泰勒级数将波矢按圆频率展开, 在取一级近似的情况下, 得到了带宽的解析表达式。利用该解析式, 采用数值计算的方法, 分别研究了带宽随信号光波长、抽运光波长和非共线角的变化规律。结果表明, 对于同一抽运光, 随着信号光波长的增加, 参变带宽将先增加而后减小, 即参变带宽存在着最大值; 随着抽运光波长的减小, 参变带宽将增大; 对于同一信号光和抽运光, 随着非共线角  $\alpha$  的增大, 参变带宽  $\Delta\lambda$  将逐渐增大。此外, 随着抽运光强的增大, 带宽也将增大。这为实验研究负折射率材料的光参变放大打下了基础。

**关键词** 非线性光学; 光参变放大; 数值模拟; 负折射率材料; 光谱带宽

**中图分类号** O437.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092912.3482

## Research on Spectral Bandwidth in Optical Parametric Amplification of Negative-Index Media

Zhou Cheng<sup>1</sup> Gao Yanxia<sup>2</sup> Li Ping<sup>1</sup> Chen Xinlian<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> School of Science, University of Jinan, Jinan, Shandong 250022, China)  
(<sup>2</sup> School of Statistics and Mathematics, Shandong University of Finance, Jinan, Shandong 250014, China)

**Abstract** In negative-index materials(NIM) for signal wave and positive-index materials(PIM) for pump wave and idler wave in the structure of PIM/ NIM/PIM, based on three-wave mixing optical parametric amplification, according to the phase matching, there is a maximum noncollinear angle(MNA) when these wavelengths of signal wave and pumping wave are given. The curve of the MNA vs the signal wavelength has been discussed in detail. A analytical expression of spectral bandwidth is obtained through retaining term of first order(when expanding circular frequency of wave vector in Taylor series). Making use of the analytical expression, one has researched this laws of the parametric bandwidth vs the wavelength of signal light, pump light and the noncollinear angle through the method of numerical calculation. Results show that the parametric bandwidth first increased and later diminished with increase of the signal wavelength for the fixed pump wavelength, that is, the maximum parametric bandwidth existed; the parametric bandwidth gradually increased with increase of the noncollinear angle for the fixed pump wavelength and signal wavelength. Besides, the parametric bandwidth also increased with increase of the pump-light intensity. This study provides a basis for investigating optical parametric amplification of negative-index materials.

**Key words** nonlinear optics; optical parametric amplification; numerical simulation; negative-index materials; spectral bandwidth

### 1 引 言

负折射率材料在某频率波段具有负介电常数和

磁导率,进而具有负的折射率。在该种材料中,作为频率变换技术之一的二次谐波频率变换的研究已经

收稿日期: 2009-01-15; 收到修改稿日期: 2009-02-25

基金项目: 山东省教育厅科技计划(J08L112)资助课题。

作者简介: 周 城(1974—),男,硕士,讲师,主要从事 LD 抽运固体激光技术和非线性频率变换等方面的研究。

E-mail: cczhoucheng@sina.com

引起了广泛关注<sup>[1~8]</sup>。然而二次谐波频率变换只能提供频率分立的相干光源,而在大量的科学研究和广泛的技术应用中则要求频率连续可调的高亮度辐射光源。目前获取这种光源的方法是采用光参变放大的方法,光参变放大的研究主要集中在 LBO, BBO, LiNbO<sub>3</sub> 等非线性正折射率光学晶体上<sup>[9~12]</sup>。2006 年 A. K. Popov 等<sup>[5]</sup>报道了对负折射率材料中光参变放大光强特性的研究结果。

本文根据三波非共线参变放大的理论,得到了结构为“正折射率(PIM)/负折射率(NIM)/正折射率(PIM)”的负折射率材料中带宽的解析表达式。采用数值计算的方法,分别研究了带宽随信号光波长、抽运光波长和非共线角的变化规律。这为实验研究负折射率材料的参变放大打下了基础。

## 2 理论模型

对于如图 1 所示的 PIM/NIM/PIM 结构负折射率材料,波矢为  $k_s$ 、圆频率为  $\omega_s$  的信号光和波矢为  $k_p$ 、圆频率为  $\omega_p$  的抽运光同时由正折射率材料射入负折射率材料。在负折射率材料中,产生波矢为  $k_i$ 、圆频率为  $\omega_i$  的闲频光,如图 2 所示。在负折射率材料中,只有信号光的电容率  $\epsilon(\omega_s)$  和磁导率  $\mu(\omega_s)$  同时取负值,并且其能流方向  $S_s$  与波矢  $k_s$  的方向相反;而抽运光和闲频光的电容率  $\epsilon(\omega_p)$ ,  $\epsilon(\omega_i)$  和磁导率  $\mu(\omega_p)$ ,  $\mu(\omega_i)$  均取正值,并且相应的能流方向与波矢的方向相同。

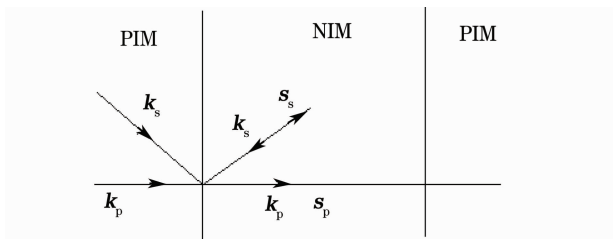


图 1 PIM/NIM/PIM 结构负折射率材料

Fig. 1 Negative-index materials with PIM/NIM/PIM structure

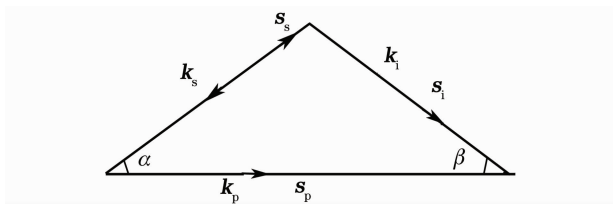


图 2 普遍意义的三波相互作用示意图

Fig. 2 General geometry of three-wave interaction

根据动量守恒和能量守恒得

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i, \quad (1)$$

$$\Delta k = k_p + k_s - k_i. \quad (2)$$

光参变放大的转换效率随  $\Delta k$  的减小而增大,当完全相位匹配( $\Delta k=0$ )时,参变转换效率最大;当非完全相位匹配( $\Delta k \neq 0$ )时,参变过程还能发生,但参变转换效率将随  $\Delta k$  的增大而迅速减小。若负折射率材料的长度为  $L$ ,则在完全相位匹配中心波长附近仍然存在一个参变转换效应的范围,一般定义允许相位失配量范围为

$$|L\Delta k| \leq \pi. \quad (3)$$

设在负折射率材料中,信号光的波矢  $k_s$  与抽运光的波矢  $k_p$  之间的夹角为  $\alpha$ ,闲频光的波矢  $k_i$  与抽运光的波矢  $k_p$  之间的夹角为  $\beta$ ,如图 2 所示。将信号光的波矢  $k_s$  和闲频光的波矢  $k_i$  分别投影到抽运光的波矢  $k_p$  方向和垂直于  $k_p$  方向,则(2)式写为标量式为

$$\Delta k = k_p - k_s \cos \alpha - k_i \cos \beta, \quad (4)$$

$$k_s \sin \alpha + k_i \sin \beta = 0. \quad (5)$$

将(4)式展开为信号光圆频率  $\omega_s$  的泰勒级数形式为

$$\Delta k = \Delta k_0 + \frac{\partial \Delta k}{\partial \omega_s} \Delta \omega_s + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \Delta k}{\partial \omega_s^2} (\Delta \omega_s)^2 + \dots, \quad (6)$$

式中  $\Delta k_0 = k_{p0} - k_{s0} \cos \alpha - k_{i0} \cos \beta$ ,在完全相位匹配中心波长时  $\Delta k_0 = 0$ 。则(6)式简化为

$$\Delta k = \frac{\partial \Delta k}{\partial \omega_s} \Delta \omega_s + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \Delta k}{\partial \omega_s^2} (\Delta \omega_s)^2 + \dots. \quad (7)$$

## 3 参变带宽

由(5)式得

$$\beta = -\arcsin\left(\frac{k_s \sin \alpha}{k_i}\right), \quad (8)$$

则

$$\frac{\partial \beta}{\partial \omega_s} = -\frac{\tan \beta}{k_s k_i} \left( \frac{k_i}{\vartheta_s} + \frac{k_s}{\vartheta_i} \right), \quad (9)$$

式中

$$\frac{1}{\vartheta_s} = \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s}, \frac{1}{\vartheta_i} = \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i}.$$

由(4)式得

$$\frac{\partial \Delta k}{\partial \omega_s} = -\frac{\cos \alpha}{\vartheta_s} + \frac{\cos \beta}{\vartheta_i} - k_i (-\sin \beta) \frac{\partial \beta}{\partial \omega_s}, \quad (10)$$

(9)式代入(10)式,得

$$\frac{\partial \Delta k}{\partial \omega_s} = \frac{1}{\cos \beta} [\cos(2\beta) \vartheta_i^{-1} - \cos(\alpha + \beta) \vartheta_s^{-1}]. \quad (11)$$

对于负折射率材料,由图 2 可知,在非共线匹配情况下信号光的群速度  $v$  与闲频光的群速度  $v_i$  之间满足关系式  $v = v_i \cos(\alpha + \beta)$ ;在共线情况下  $v$  与  $v_i$

并不相等。则(11)式不可能等于零。因此,在(7)式中只取 $\omega_s$ 的一次幂,并代入(3)式,得

$$\left| \left( \frac{\partial \Delta k}{\partial \omega_s} \Delta \omega_s \right) L_c \right| = \pi. \quad (12)$$

令

$$\frac{1}{u_{is}} = \frac{1}{\cos \beta} [\cos(2\beta) \vartheta_i^{-1} - \cos(\alpha + \beta) \vartheta_s^{-1}], \quad (13)$$

将(13)式代入(12)式,得

$$\left| \frac{1}{u_{si}} \Delta \omega_s L_c \right| = \pi,$$

所以,光参变放大的带宽为

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda^2 |u_{si}|}{cL_c}. \quad (14)$$

由文献[1]可知

$$\frac{\partial k}{\partial \omega} = \frac{\omega \mu}{2kc^2} \left[ \frac{\partial(\omega \epsilon)}{\partial \omega} + \frac{\epsilon}{\mu} \frac{\partial(\omega \mu)}{\partial \omega} \right],$$

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{cp}^2}{\omega^2}, \mu(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2}.$$

取 $\omega_{cp}/2\pi = 10^{14}$  Hz,  $\omega_0/2\pi = 4 \times 10^{13}$  Hz,  $F = 0.56^{[13]}$ 。则信号光所在范围是 $5 \mu\text{m} < \lambda < 7.5 \mu\text{m}$ ;抽运光所在的范围是 $\lambda_p < 3 \mu\text{m}$ ,取 $\lambda_p = 1064$  nm和 $\lambda_p = 532$  nm,则负折射率材料对于抽运光而言是正折射率介质。

根据(1)式可得,当 $\lambda_p = 1064$  nm时,闲频光所在

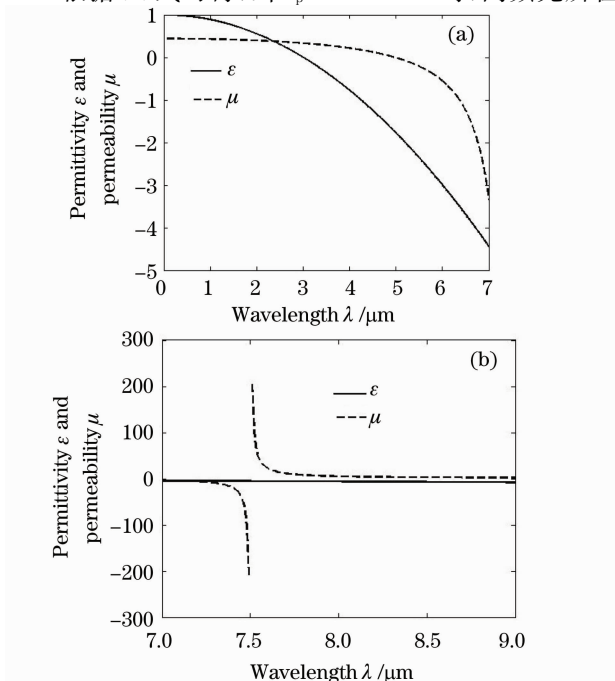


图3 负折射率材料中电容率和磁导率随波长的变化曲线。(a)波长小于 $7 \mu\text{m}$ ; (b) 波长大于 $7 \mu\text{m}$

Fig. 3 Curves of permittivity and permeability vs wavelength in NIM. (a) Wavelength is shorter than  $7 \mu\text{m}$ ; (b) wavelength is longer than  $7 \mu\text{m}$

范围是 $1.2399 \mu\text{m} < \lambda_i < 1.3516 \mu\text{m}$ ;当 $\lambda_p = 532$  nm时,闲频光所在范围是 $0.537 \mu\text{m} < \lambda_i < 0.595 \mu\text{m}$ 。所以对于闲频光而言是正折射率介质,如图3所示。由(1)式和(4)式得

$$\sin \beta = \frac{\lambda_i}{\lambda} \sqrt{\frac{\epsilon(\omega_s) \mu(\omega_s)}{\epsilon(\omega_i) \mu(\omega_i)}} \sin \alpha = \frac{\lambda_p}{\lambda - \lambda_p} \sqrt{\frac{\epsilon(\omega_s) \mu(\omega_s)}{\epsilon(\omega_i) \mu(\omega_i)}} \sin \alpha. \quad (15)$$

由(15)式可知,对于给定的信号光和抽运光波长,角 $\beta$ 随非共线角 $\alpha$ 的增大而增大,但 $\sin \beta$ 不能大于1;当 $\sin \beta$ 等于1时,对应的非共线角 $\alpha$ 称为最大非共线角 $\alpha_{\text{max}}$ 。最大非共线角 $\alpha_{\text{max}}$ 随信号光波长 $\lambda$ 的变化曲线如图4所示,对于同一抽运光,随着信号光波长的增大,最大非共线角逐渐减小;对于同一信号光,随着抽运光波长的增加,最大非共线角 $\alpha_{\text{max}}$ 逐渐增大;当抽运光波长减小时,最大非共线角对应的信号光波长的范围将减小。当三波共线时,随着抽运光波长的减小,参变带宽将增大;对于同一抽运光,随着信号光波长的增加,参变带宽将先增加而后减小,对某一信号光波长,参变带宽存在着最大值,如图5所

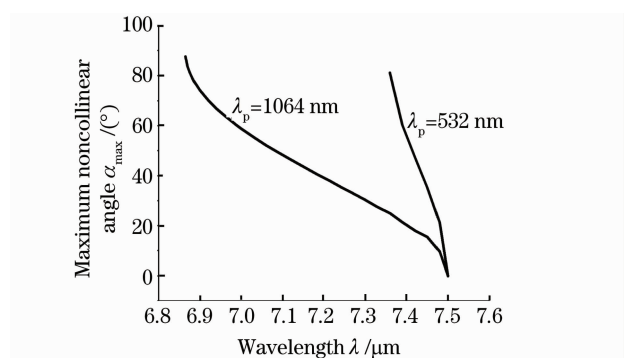


图4 最大非共线角 $\alpha_{\text{max}}$ 随信号光波长 $\lambda$ 的变化曲线

Fig. 4 Curves of maximum noncollinear angles  $\alpha_{\text{max}}$  vs wavelength  $\lambda$  of signal light

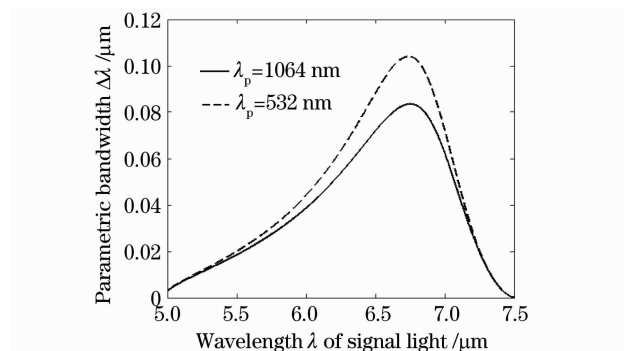


图5 共线时光谱带宽随信号光波长的变化曲线

Fig. 5 Curves of parametric bandwidth vs wavelength  $\lambda$  of signal light in collinear interaction case

示。图 6 是非共线时参变带宽  $\Delta\lambda$  随信号光波长  $\lambda$  的变化曲线,此时抽运光波长为  $\lambda_p = 1064 \text{ nm}$ 。由图 6 可知,对于同一信号光  $\lambda$ ,随着非共线角  $\alpha$  的增大,参变带宽  $\Delta\lambda$  将逐渐增大;随着信号光波长的增加,参变带宽将先增加而后减小,即参变带宽存在着最大值。因此,在参变放大过程中,要想获得宽的带宽,对于一定的信号光尽量选择波长短的抽运光和非共线的相位匹配方式,同时是信号光与抽运光之间的夹角达到最大的非共线角。

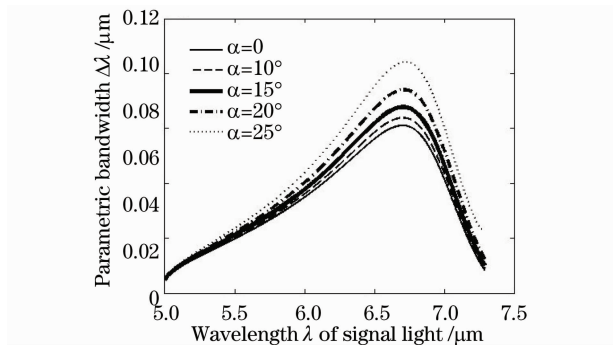


图 6 非共线时光谱带宽随信号光波长的变化曲线

Fig. 6 Curves of parametric bandwidth vs wavelength  $\lambda$  of signal light in noncollinear interaction case

#### 4 增益带宽

在抽运光强度不变的情况下,对于信号光高增益而言,按文献[16]的方法推得其增益表达式为

$$G_0 = 0.25 \exp(2L\Gamma), \quad (16)$$

式中

$$\Gamma = \sqrt{\frac{(\Delta k/2)^2 + \sqrt{(\Delta k/2)^4 + \Gamma_0^4}}{2}} + i \sqrt{\frac{\sqrt{(\Delta k/2)^4 + \Gamma_0^4} - (\Delta k/2)^2}{2}},$$

$$|\Gamma_0| = \frac{4\pi d_{\text{eff}}}{c} \times \sqrt{\frac{2I_p c}{\lambda_s \lambda_i \varepsilon_0 \sqrt{\varepsilon(\omega_s) \varepsilon(\omega_i) \varepsilon(\omega_p)} \mu(\omega_s) \mu(\omega_i) \mu(\omega_p)}},$$

式中  $I_p$  为抽运光强度,  $d_{\text{eff}}$  为负折射率材料的非线性有效系数,  $\omega_s, \omega_i, \omega_p$  分别为信号光、闲频光和抽运光的圆频率。根据增益带宽的定义

$$G(\Delta k) = \frac{1}{2} G(\Delta k = 0)$$

得

$$\Delta k = 2 \sqrt{\ln 2} \sqrt{\frac{|\Gamma_0|}{L}}, \quad (17)$$

根据(7)式

$$\Delta k = \frac{\partial \Delta k}{\partial \omega_s} \Delta \omega_s = \frac{\Delta \lambda'}{|u_{si}|} \frac{2\pi c}{\lambda_s^2},$$

则总带宽为

$$\Delta \lambda = 2 \Delta \lambda' = \frac{0.53 \lambda^2}{c} \sqrt{\frac{|\Gamma_0|}{L}} |u_{si}|. \quad (18)$$

根据(18)式可知,随着抽运光强的增大,增益带宽将增加。随着抽运光波长的减小,参变带宽将增大;对于同一抽运光,随着信号光波长的增加,参变带宽将先增加而后减小,对某一信号光波长,参变带宽存在着最大值,如图 7 所示。在图 7 中抽运光强取  $I_p = 10^{10} \text{ W/cm}^2$ ,负折射率材料的非线性有效系数取  $d_{\text{eff}} = 10^{-13} \text{ m/V}$ ,负折射率材料的长度取  $L = 1 \text{ mm}$ 。图 8 是非共线时参变带宽  $\Delta\lambda$  随信号光波长  $\lambda$  的变化曲线,此时抽运光波长为  $\lambda_p = 1064 \text{ nm}$ ,抽运光强、负折射率材料的非线性有效系数和长度与图 7 的相同。由图 8 可知,对于同一信号光  $\lambda$ ,随着非共线角  $\alpha$  的增大,参变带宽  $\Delta\lambda$  将逐渐增大;随着信号

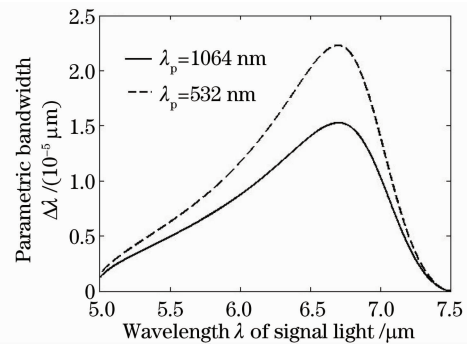


图 7 抽运光强为  $I_p = 10^{10} \text{ W/cm}^2$  且共线时光谱带宽随信号光波长的变化曲线

Fig. 7 Curves of parametric bandwidth vs wavelength  $\lambda$  of signal light in  $I_p = 10^{10} \text{ W/cm}^2$  and collinear interaction case

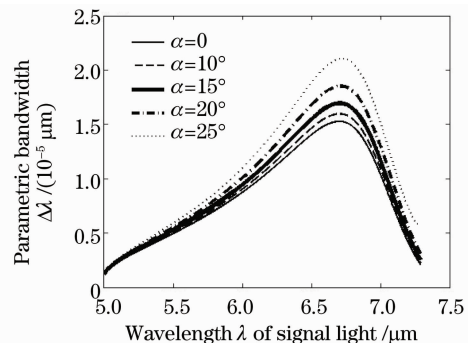


图 8 抽运光强为  $I_p = 10^{10} \text{ W/cm}^2$  且非共线时光谱带宽随信号光波长的变化曲线

Fig. 8 Curves of parametric bandwidth vs wavelength  $\lambda$  of signal light in  $I_p = 10^{10} \text{ W/cm}^2$  and noncollinear interaction case

光波长的增加,参变带宽将先增加而后减小,即参变带宽存在着最大值。比较图 5 和图 7,图 6 和图 8 可知,对于负折射率材料而言,参变带宽远大于增益带宽。因此,在参变放大过程中,一般情况下要想获得宽的带宽,主要是通过选择波长短的抽运光和非共线的相位匹配方式来完成。

## 5 结 论

将三波非共线参变放大理论应用到负折射率材料中,得到了对于给定的信号光和抽运光波长,存在最大非共线角,并且对于同一抽运光,随着信号光波长的增大,最大非共线角逐渐减小;对于同一信号光,随着抽运光波长的增加,最大非共线角逐渐增大;当抽运光波长减小时,最大非共线角对应的信号光波长的范围将减小。利用泰勒级数法,在忽略高次项的情况下,得到了带宽的解析表达式,并采用数值计算的方法得到了:对于同一抽运光,随着信号光波长的增加,参变带宽将先增加而后减小,对某一信号光波长,参变带宽存在着最大值;随着抽运光波长的减小,参变带宽将增大;对于同一信号光和抽运光,随着非共线角  $\alpha$  的增大,参变带宽  $\Delta\lambda$  将逐渐增大。本文所采用的方法也可以应用到其它结构的负折射率材料中,这为实验研究负折射率材料的参变放大打下了基础。

## 参 考 文 献

- 1 V. M. Agranovich, Y. R. Shen, R. H. Baughman *et al.*. Linear and nonlinear wave propagation in negative refraction metamaterials[J]. *Phys. Rev. B*, 2004, **69**(16): 165112-1-7
- 2 Alexander A. Zharov, Nina A. Zharova, Ilya V. Shadrivov *et al.*. Subwavelength imaging with opaque nonlinear left-handed lenses[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, **87**(9): 091104-1-3
- 3 N. Mattiucci, G. D'Aguzzo, M. J. Bloemer *et al.*. Second harmonic generation from a positive-negative index material heterostructure[J]. *Phys. Rev. E*, 2005, **72**(6): 066612-1-8
- 4 Giuseppe D. Aguzzo, Nadia Mattiucci, Michael Scalora *et al.*. Second-harmonic generation at angular incidence in a negative-positive index photonic band-gap structure[J]. *Phys. Rev. E*, 2006, **74**(2): 026608-1-7
- 5 A. K. Popov and V. M. Shalaev. Negative-index metamaterials: second-harmonic generation, Manley-Rowe relations and parametric amplification[J]. *Appl. Phys. B*, 2006, **84**(1-2): 131~137
- 6 L. Chen, C. H. Liang, X. J. Dang. Second-harmonic generation in nonlinear left-handed metamaterials [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(11): 6398~6402  
陈亮, 梁昌洪, 党晓杰. 非线性左手材料中的二次谐波[J]. *物理学报*, 2007, **56**(11): 6398~6402
- 7 Vito Roppo, Marco Centini, Concita Sibilìa *et al.*. Role of phase matching in pulsed second-harmonic generation: walk-off and phase-locked twin pulses in negative-index media[J]. *Phys. Rev. A*, 2007, **76**(3): 033829-1-12
- 8 Zhou Cheng, Gao Yanxia, Wang Peiji *et al.*. Theoretical analysis of second-harmonic conversion efficiency in negative-index materials[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(2): 220~224  
周城, 高艳侠, 王培吉等. 负折射率材料中二次谐波转换效率的理论分析[J]. *物理学报*, 2009, **58**(2): 220~224
- 9 Fu Weijia, Yu Jian, Tang Yuzhou *et al.*. 13 m W-continuous-wave green light output by quasi-phase-matched frequency doubling in periodically poled KTP [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 1063~1066  
付伟佳, 于建, 康玉琢等. 准相位匹配 PPKTP 晶体连续倍频 13 mW 绿光输出[J]. *光学学报*, 2007, **27**(6): 1063~1066
- 10 Hu Minyuan, Liang Xiaoyan, Zhao Baozhen *et al.*. Theoretical investigation on broad band semi-noncollinear optical parametric amplification in periodically poled lithium niobate[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 146~150  
胡志远, 梁晓燕, 赵宝真等. 周期性极化铌酸锂晶体中半非共线型宽带光学参变放大理论研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 146~150
- 11 Liu Hongjun, Zhao Wei, Chen Guofu *et al.*. Investigation of spectral bandwidth of optical parametric amplification[J]. *Appl. Phys. B*, 2004, **79**(5): 569~576
- 12 Hongjun Liu, Wei Zhao, Guofu Chen *et al.*. Noncollinear optical parametric amplification in lithium triborate seeded by a cw Ti: sapphire laser [J]. *Opt. & Laser Technol.*, 2004, **36**(4): 309~314
- 13 Liu Bo, Zhang Ruobing, Liu Huagang *et al.*. Investigation of spectral bandwidth of BBO I phase matching noncollinear broadband optical parametric amplification from visible to near-infrared[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(1): 21~28  
刘博, 章若冰, 刘华刚等. BBO 晶体 I 类相位匹配从可见光到近红外光宽带参变放大的带宽研究[J]. *中国激光*, 2007, **34**(1): 21~28
- 14 Gao Yanxia, Zhao Gaiqing. Optical parametric amplification in periodically poled LiNbO<sub>3</sub> for high energy perawatt laser system front end[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(8): 1092~1095  
高艳霞, 赵改清. 用于高能拍瓦激光系统前端的周期极化 LiNbO<sub>3</sub> 光参变放大[J]. *中国激光*, 2007, **34**(8): 1092~1095
- 15 Rucy-Lin Chern, Chien C. Chang, C. Chung Chang. Surface and bulk modes for structures of negative index materials[J]. *Phys. Rev. B*, 2006, **74**(1): 155101-1-13
- 16 R. A. Baumgartner, R. L. Byer. Optical parametric amplification [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1979, **QE-15**(6): 432~444