文章编号: 0253-2239(2009)12-3446-06

# 亚像素定位算法精度评价方法的研究

## 刘国栋 刘炳国 陈凤东 胡 涛

(哈尔滨工业大学光电信息测控技术与装备研究所,黑龙江哈尔滨 150001)

**摘要** 通过模拟实际光学成像过程以及 CCD 采样过程,生成了标准图像,实现对亚像素定位算法的客观评价,并 提出了一种新的基于灰度面积插值的亚像素定位方法。经实验验证,该方法对直线边缘的平均定位精度达到 0.11 pixel,对圆边缘点的平均定位精度可达 0.24 pixel,优于梯度质心法和灰度矩法。

关键词 亚像素定位;标准图像;计算机仿真;视觉测量;灰度矩

中图分类号 TP391. 4 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092912.3446

## Study on the Method of the Accuracy Evaluation of Sub-Pixel Location Operators

Liu Guodong Liu Bingguo Chen Fengdong Hu Tao

(Institute of Optics Instrument and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

**Abstract** The paper proposes a method to build standard images by simulating the process of optical imaging and CCD sampling, which provides an objective standard for the evaluation of sub-pixel location operators. Also a novel sub-pixel location operator based on gray area interpolation is proposed, experiments prove that the average accuracy of the arithmetic is about 0.11 pixel for linear edge, and 0.24 pixel for circle edge, which is better than the operators based on gradient centroid and gray moment.

Key words sub-pixel location; standard image; computer simulation; vision measurement; gray moment

#### 1 引 言

在视觉测量中,边缘的亚像素定位关键的技术 之一。近年来,国内外学者对图像的亚像素定位提 出了许多算法,并做了许多应用,如插值法<sup>[1,2]</sup>、梯 度质心法<sup>[3]</sup>、灰度矩法<sup>[4]</sup>、Zernike 矩法<sup>[5]</sup>等。但对 于定位结果的评价目前尚没有客观的、公认的评价 方法。Y. shan 等<sup>[6,7]</sup>曾提出生成标准图像来检验 定位算子的方法,并采用高斯函数作为边缘模糊因 子,但没有考虑到与实际光学系统的联系和 CCD 的 采样效应。贺忠海等<sup>[8]</sup>提出了根据 CCD 方形孔径 采样原理的标准图像生成方法,但没考虑边缘模糊 的情况,且计算复杂。孙娟<sup>[9]</sup>、毛先富等<sup>[10]</sup>采用计 算机模拟方法对条纹图像提取效果进行了评价。本 文对图像定位算法精度的客观评价方法进行了探 索,在分析边缘光学成像模型的基础上,提出了一种 新的标准图像生成方法,并通过该标准图像对已有 的亚像素定位法进行了验证,在此基础上提出了一 种新的基于灰度面积插值的亚像素定位算法,取得 了较好的效果。

#### 2 标准图像的生成原理

在不考虑光学系统像差的情况下,视觉测量的 成像过程可以看作三个过程:1)物像空间的几何成 像;2)像与光学系统点扩展函数(PSF)的卷积;3) CCD对像进行采样。

由于实际光学系统的孔径都是有限的,一个点物 经光学系统成像后不再是一个点像,而是形成一个弥 散斑,弥散斑的形状由成像光学系统的点扩展函数决 定。非相干光的点扩展函数是光瞳函数的功率谱。

$$h(x,y) = \left| F[p(\lambda d_i x_a, \lambda d_i y_a)] \right|^2, \quad (1)$$

作者简介:刘国栋(1974—),男,博士,教授,主要从事精密仪器与光电测试技术等方面的研究。E-mail: lgd@hit.edu.cn

收稿日期: 2009-01-07; 收到修改稿日期: 2009-03-02

基金项目:中国博士后基金(20060400820)资助课题。

式中 p(x,y) 为光瞳函数; $\lambda$  为照明波长; $d_i$  为光瞳 距像平面的距离; $x_a, y_a$  为光瞳上点坐标。

设光学系统光瞳直径为 *a*,照明光源是中心波长 为λ 的窄带非相干光,则光轴与像平面交点的 PSF 为

$$h(r) = \left[\frac{2J_1[\pi(r/r_0)]}{\pi(r/r_0)}\right]^2, \qquad (2)$$

式中J<sub>1</sub>(*x*)为第一类型的一阶贝塞尔函数;*r*为距像 平面光轴的径向距离;*r*<sub>0</sub>为比例因子

$$r_0 = \frac{\lambda d_i}{a}.$$
 (3)

成像系统的 PSF 在像平面上各点并不完全相同,在视场边缘处 PSF 会变坏,但为简便起见,用光 轴上的 PSF 代表全视场范围内的 PSF。

按几何光学成像理论,像平面上点(x',y')的 照度与物平面上对应点(x,y)的光强成正比:

 $E_i(x',y') = KI_0(x,y),$  (4) 式中  $E_i(x',y')$  为像平面照度; $I_0(x,y)$  为物平面光 强。

实际在像平面上成像是几何像与点扩展函数的 卷积,即

$$E_{i}'(x',y') = h * E_{i} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x'-x_{\tau},y'-y_{\tau}) E_{i}(x',y') dx_{\tau} dy_{\tau}.$$
 (5)

设 CCD 像素的宽度和长度分别为 w,l,则每个 CCD 像素的曝光量为



式中*m*,*n*为CCD像素在像素阵列坐标中的位置;*K*为比例系数。

在未达到饱和状态下,CCD 像素输出的灰度值 和该像素上的光通量成正比,当物发出的光强达到 一定程度时,CCD 像素曝光达到饱和,灰度值不再 随光强的增强而增大。因此 CCD 像素输出的灰度 值为

$$f(m,n) = \begin{cases} PH(m,n), & PH(m,n) \leqslant T\\ G_{\max}, & PH(m,n) > T \end{cases}$$
(7)

式中 P 为转换系数,T 为光通量阈值, $G_{max}$  为 CCD 输出最大灰度值。

在 CCD 像素没有饱和的情况下,物面上的局域 梯度最大点,在像面上对应点梯度也取最大值,即当  $\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial I_0}{\partial v} \right) = O_{\text{max}}$ 时,有

$$\frac{\partial}{\partial m} \left( \frac{\partial f}{\partial n} \right) = I_{\max}, \qquad (8)$$

经过光学系统卷积后的像的边缘位置和理想像边缘 位置相同。

当 CCD 像素饱和时,经光学系统卷积后的边缘 位置发生移动,一维仿真图如图 1 所示,仿真参数 为: CCD 像素间距为 10 μm,成像物镜的放大倍率为 1.3×,数值孔径 NA 为 0.04,照明波长为 0.525 μm 边缘函数为

$$f(x) = \begin{cases} 0, x < 25\\ 1, x \ge 25 \end{cases} \tag{9}$$

图 1 一维边缘仿真图。(a)理想边缘;(b)光学系统 PSF;(c)卷积后边缘;(d)CCD采样后边缘 Fig.1 Graphic of 1-dimentional edge emulating. (a)Ideal edge; (b) PSF of optical system; (c)convoluted edge; (d) CCD sampling edge

图 1(a)是边缘图像,图 1(b)是光学系统的点扩 展函数,图 1(c)是经点扩展函数卷积后的图像, 图 1(d)是 CCD 采样图像。设 CCD 像面当前照度 为 E,CCD 像素饱和所需照度为  $E_0$ ,由图 1(d)可以 看出,当 $E > E_0$ 时,边缘曲线形状发生改变,会给边 缘位置的判定带来误差,因此,对于图像边缘的精确 定位,照明光强的控制是非常重要的,即要使照明光 强满足  $E \leq E_0$ 。

#### 3 标准图像的计算机模拟生成

根据第2节所述的原理,通过计算机模拟实际 成像过程生成标准图像,作为检验图像边缘定位算 法定位精度的依据。

假设要生成一幅 *M*×*M* 像素的标准图像,为了 简化问题,假设像素大小为 *w*×*w*,并且与像素间距 相同,点扩展函数为 *h*(*x*, *y*)。

具体生成过程如下:

1) 生成一个分辨率高于标准图像的矩阵 A,设 矩阵 A 的起始元素为 A(0,0),矩阵大小为(n×M) ×(n×M),n为正整数,如图 2 所示,设矩阵 A 每个 单元代表的像素大小为 w/n,因此矩阵 A 代表的图 像与要生成的标准图像大小相同;

2) 设边缘函数为 f(x, y),将矩阵 A 划分为两 个区域。则 A(i, j) 单元的中心坐标为(i-1/2, j-1/2),令

$$\begin{cases} A(i,j) = 1, f(i-1/2, j-1/2) \ge 0\\ A(i,j) = 0, f(i-1/2, j-1/2) < 0 \end{cases}$$
(10)



图 2 标准图像生成方法 Fig. 2 Mehtod of standard image generating

 3) 将点扩展函数 h(x, y) 在矩阵 A 的尺度空间 离散化为 h(i, j);

4) 将矩阵 A 与 h 卷积得矩阵 A';

5) 将照明分布函数与矩阵 A' 相乘得矩阵 A';

6) 将矩阵  $A' \oplus n \times n$  个单元合成一个单元,生成一幅  $M \times M$  像素的图像。

通过计算机仿真,在采用第2节中的模拟参数, 得到模拟实际边缘的标准图像如图3所示。



图 3 计算机模拟生成的标准图像。(a)标准 直线;(b)标准圆

Fig. 3 Standard images generated by computer simulation. (a) Standard line; (b) standard circle

### 4 图像亚像素定位技术的研究

对图像亚像素定位算子中比较有代表性的梯度 质心法、基于灰度矩、基于 Zernike 矩的定位方法进 行了标准图像定位实验,发现其定位结果研究都不 甚理想,Zernike 矩与灰度矩方法精度相当,只不过 是在计算时间上比空间灰度矩要少。提出了基于灰 度面积插值的方法,经验证效果较好。

基于灰度面积插值的方法原理如下。通过 Canny 算子对边缘进行像素级精度的定位,然后通 过计算边缘点像素内的高低灰度面积比例计算边缘 的亚像素位置。如图 4(a)所示,假设像素 5 为已提 取的像素级边缘点,边缘点的梯度方向角 $\theta$ 通过下 式计算:

$$\tan \theta = (f_8 - f_2)/(f_6 - f_4), \quad (11)$$
式中  $f_i$ 为对应像素的灰度

按  $0 < \theta \le \pi/4, \pi/4 < \theta \le \pi/2, \pi/2 < \theta \le$  $3\pi/2, 3\pi/2 < \theta \le \pi$ 将边缘的梯度方向分为 4 个区 域, 如图 4(b)所示。



图 4 边缘点方向角的分区。(a)边缘点及领域点; (b)边缘点方向分区

Fig. 4 Division by the direction of edge. (a) Edge point and the neighbor points; (b) division of edge points by direction

假设在一个像素内边缘为一条直线,以 $\theta$ 位于第 1 区间为例,如图 5(a)所示,分为 3 种情况,即边缘分 别位于  $S_1$ , $S_2$ , $S_3$  这 3 个区间的情况。像素的宽度和高 度分别为 W,H,则这三个区间的面积分别为



图 5 边缘方向角位于第 1 区间时的亚像素点定位。(a)边缘可能存在的三个区域划分; (b)边缘点右下方为高灰度区域;(c)边缘点左上方为高灰度区域

Fig. 5 Sub-pixel location of the edges whose directional angle is in the 1st zone. (a) three divisions where edges possibly exist; (b) the right bottom of the edge is high gray area; (c) the left top of the edge pixel is high gray area

$$S_{1} = S_{3} = \frac{1}{2}H^{2} |\tan \theta|,$$
  

$$S_{2} = WH - H^{2} |\tan \theta|. \qquad (12)$$

S1,S3 所占像素比例为

$$T_1 = T_3 = \frac{1}{2} \frac{H}{W} |\tan \theta|,$$
 (13)

S<sub>2</sub> 所占像素比例为

$$T_2 = 1 - \frac{H}{W} |\tan \theta|, \qquad (14)$$

边缘方向角位于第1区间时,直线边缘一定不会与 1,9 pixel 相交,因此,采用1,9 pixel 的灰度值作为 灰度插值的参考像素,则在边缘点像素内,高灰度部 分所占的比例可表示为

$$t = \frac{f_5}{|f_9 - f_1|},$$
 (15)

根据边缘点邻域像素灰度不同,分为两种情况,即  $f_{9} > f_{1} 和 f_{9} < f_{1}$ ,分别如图 5(b),(c),(i',j')为 所求亚像素定位点。

当  $f_9 > f_1$  时,分为 3 种情况: 1)当  $t < T_1$  时

$$s = \frac{1}{2}ab, \qquad (16)$$

由 
$$\frac{s}{WH} = \frac{ab/2}{WH} = \frac{b^2 \tan \theta}{2WH} = t$$
,所以有  
 $b = \sqrt{\frac{2WHt}{\tan \theta}}, a = b \tan \theta = \sqrt{2tWH \tan \theta}, (17)$   
 $i' = i + 1/2 - a |\sin \theta \cos \theta|,$  (18)

$$j' = j + 1/2 - a\cos^2\theta.$$
 (19)

2)当
$$T_1 + T_2 > t \ge T_1$$

$$s = \frac{1}{2}H^2 \tan \theta + \frac{Hd}{\cos \theta}, \qquad (20)$$

由 
$$\frac{s}{WH} = t$$
 可得  
$$\frac{Hd}{\cos\theta} = tWH - \frac{1}{2}H^{2}\tan\theta, \qquad (21)$$

$$d = tW \left| \cos \theta \right| - \frac{1}{2}H \left| \sin \theta \right|, \qquad (22)$$

$$i' = i + 1/2 - H\sin^2 \theta - d |\sin \theta|, \qquad (23)$$

$$j' = j + 1/2 - H |\sin\theta\cos\theta| - d |\cos\theta|. (24)$$

 $3) \stackrel{\text{\tiny def}}{=} T_1 + T_2 \leqslant t < 1$ 

$$s = WH - \frac{1}{2}ab = WH - \frac{1}{2}b^{2}\tan\theta$$
, (25)

由  $\frac{s}{WH} = t$ , 所以有

$$WH - \frac{1}{2}b^2 \tan \theta = tWH, \qquad (26)$$

$$b = \sqrt{2(1-t)WH | \operatorname{ctan} \theta |}, \qquad (27)$$

$$a = \sqrt{2(1-t)WH} \tan \theta, \qquad (28)$$

$$i' = i - 1/2 + a \left| \sin \theta \cos \theta \right|, \qquad (29)$$

$$j' = j - 1/2 + a\cos^2\theta. \tag{30}$$

当  $f_9 < f_1$  时,也分为 3 种情况,类似前面推导 可得

1)当 $t < T_1$ 

2)

$$s = \frac{1}{2}ab, \qquad (31)$$

曲 
$$\frac{s}{WH} = \frac{ab/2}{WH} = \frac{b^2 \tan \theta}{2WH} = t$$
所以有  
 $b = \sqrt{\frac{2WHt}{\tan \theta}}, a = b \tan \theta = \sqrt{2tWH \tan \theta}, (32)$   
 $i' = i - 1/2 + a |\sin \theta \cos \theta|,$  (33)

$$j' = j - 1/2 + a\cos^2\theta. \tag{34}$$

$$\stackrel{\text{\tiny def}}{=} T_1 + T_2 > t \geqslant T_1$$

$$s = \frac{1}{2} H^2 \tan \theta + \frac{Hd}{\cos \theta}, \qquad (35)$$

由  $\frac{s}{WH} = t$  可得

$$\frac{Hd}{\cos\theta} = tWH - \frac{1}{2}H^2\tan\theta,$$
(36)

$$d = tW \left|\cos \theta\right| - \frac{1}{2}H \left|\sin \theta\right|, \qquad (37)$$

$$i' = i - 1/2 + H \sin^2 \theta + d |\sin \theta|$$
, (38)

光

 $j' = j - 1/2 + H |\sin\theta\cos\theta| + d |\cos\theta|. (39)$ 3) \med T\_1 + T\_2 \less t < 1

$$s = WH - \frac{1}{2}ab = WH - \frac{1}{2}b^2\tan\theta, \quad (40)$$

由 
$$\frac{s}{WH} = t$$
 有

$$WH - \frac{1}{2}b^2 \tan \theta = tWH, \qquad (41)$$

$$b = \sqrt{2(1-t)WH |\operatorname{ctan} \theta|}, \qquad (42)$$

$$a = \sqrt{2(1-t)WH} \tan \theta, \qquad (43)$$

$$i' = i + 1/2 - a |\sin \theta \cos \theta|,$$
 (44)  
 $j' = j + 1/2 - a \cos^2 \theta.$  (45)

同理可以推导出边缘方向角位于其它 3 个区间 的边缘点位置。

#### 5 实 验

报

采用灰度面积插值法、梯度质心法、灰度矩法分 别对所生成的边缘进行亚像素定位,所得的结果分 别如图 6 和图 7 所示。



图 6 三种定位算法对直线边缘定位误差。(a)灰度面积插值法;(b)梯度质心法;(c) 灰度矩法 Fig. 6 Sub-pixel location error of the three operators for linear edge. (a) Gray area interpolation operator; (b) gradient centroid operator; (c) gray moment operator



图 7 三种定位算法对圆边缘定位误差。(a)灰度面积插值法;(b)梯度质心法;(c) 灰度矩法 Fig. 7 Sub-pixel location error of the three operators for circle edge. (a) Gray area interpolation operator; (b) gradient centroid operator; (c) gray moment operator

结果表明,对直线边缘定位时,灰度面积插值法 最大误差为 0.26 pixel,误差的绝对值平均值为 0.11 pixel,采用梯度质心法时最大误差为 0.15 pixel,误差的绝对值平均值为 0.11 pixel,采用 灰度矩法最大误差为 0.43 pixel,误差的绝对值平 均值为 0.24 pixel。说明对直线边缘定位时,灰度 插值法与梯度质心法精度相当,梯度质心法稍占优 势,灰度矩法最差。

对圆边缘进行定位时,灰度面积插值法最大误

差为 0.59 pixel,误差的绝对值平均值为0.24 pixel, 梯度质心法最大误差为 0.68 pixel,误差的绝对值 平均值为 0.43 pixel,灰度矩法最大误差为 1.12 pixel,误差的绝对值平均值为 0.48 pixel。

因此三种算法定位的综合比较, 灰度插值法精 度明显要高于其它两种算法。

#### 6 结 论

模拟实际光学成像过程生成了直线和圆的标准

图像,该图像可以用于对图像亚像素定位算法精度 进行客观的评价,提出的基于灰度面积插值的亚像 素定位方法综合性能优于梯度质心法和灰度矩法, 对直线边缘点的平均定位精度可达 0.11 pixel,对 圆边缘点的平均定位精度可达 0.24 pixel。

#### 参考文献

- 1 Yang Yong, Wang Yanlei, Li Ming *et al.*. Research of highaccuracy digital image correlation measurement system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(2): 197~201
- 杨 勇,王琰蕾,李 明等.高精度数字图像相关测量系统及其 技术研究[J].光学学报,2006,**26**(2):197~201
- 2 Wu Haibin, Yu Xiaoyang, Guan Congrong. Structured light encoding stripe edge detection based on grey curve intersecting point[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(6): 1085~1090 吴海滨,于晓洋,关丛荣. 基于灰度曲线交点的结构光编码条纹
- 边缘检测[J]. 光学学报, 2008, **28**(6): 1085~1090
- 3 Jia Yunde. Machine Vision [M]. Bejing: Science Press. 2000: 100~101

贾云得. 机器视觉[M]. 科学出版社. 2000: 100~101

4 Zhang Yonghong, Hu Dejin, Zhang Kai *et al.*. Gray moment operators for subpixel edge detection on CCD images[J]. *Optical Technique*. 2004, **30**(6): 693~698

张永宏, 胡德金, 张 凯 等. 基于灰度矩的 CCD 图像亚像素边

缘检测算法研究[J]. 光学技术, 2004, **30**(6): 693~698

5 Cui Jiwen, Tan Jiubin. Algorithm for edge subpixel location based on Zernike moment[J]. Optical Technique, 2005, 31(5): 779~782

崔继文,谭久彬. 基于 Zernike 矩的亚像素边缘定位算法[J]. 光 学技术,2005, **31**(5): 779~782

- 6 Y. Shan, G. W. Boon. Sub-pixel location of edges with nonuniform blurring: a finite closed-form approach[J]. *Image and Vision Computing*, 2000, (18): 1015~1023
- 7 J. Elder, S. Zucker. Local scale control for edge detection and blur estimation [J]. *IEEE Trans. Patt. Anal. Intell. Mach.* 1998, 20(7): 699~716
- 8 He Zhonghai, Wang Baoguang, Liao Yibai. Study of method for generating ideal edges [J]. Optics and Precision Engineering, 2002, 10(1): 89~93

贺忠海,王宝光,廖怡白.理想边缘产生方法的研究[J]. 光学精 密工程,2002,10(1):89~93

- 9 Sun Juan, Chen Wenjing, Su Xianyu et al.. Study the measurement range of wavelet transform profilom [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(4): 647~653
- 孙 娟,陈文静,苏显渝等.小波变换轮廓术的测量范围研究 [J].光学学报,2007,**27**(4):647~653
- Mao Xianfu, Su Xianyu, Chen Wenjing *et al.*. Analysis on measurement method of improved fourier transforms profilometry [J]. Acta Optica Sinica, 2008, **28**(7): 1291~1295
   毛先富,苏显渝,陈文静等.改进傅里叶变换轮廓术的测量算法 研究[J]. 光学学报, 2008, **28**(7): 1291~1295