

文章编号: 0253-2239(2009)12-3323-05

数字全息中实用相位解包裹算法研究

张亦卓 王大勇 赵 洁 万玉红 江竹青 陶世荃

(北京工业大学应用数理学院, 北京 100124)

摘要 数字全息显微三维成像过程中, 相位解包裹是三维重构中的关键技术。在 L^p 范数框架下, 研究了二维相位解包裹算法统一的数学模型, 分别运用了多种算法对数字全息显微实验得到的包裹相位图进行了实验分析。实验结果表明, L^0 范数方法总体上计算效率最高, 但是由于噪声点过多而不能得到正确的结果; L^1 范数法能够获得较好的全局解, 但是还是有一定方向上的畸变, 并且耗时最多; 最小 L^p 范数法, 耗时较多, 进行了两层的多次迭代, 计算结果却有畸变; 而最小二乘法和加权最小二乘法, 计算效率较高, 满足准实时测量的要求, 并且得到比较理想的三维重构结果, 是数字全息显微中可取的相位解包裹算法。

关键词 全息术; 数字全息术; 相位解包裹; L^p 范数; 最小二乘算法

中图分类号 O438.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092912.3323

Investigation on Phase Unwrapping Algorithms in Digital Holography

Zhang Yizhuo Wang Dayong Zhao Jie Wan Yuhong Jiang Zhuqing Tao Shiquan

(College of Applied Science, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract Phase unwrapping is a key step of three-dimensional display in digital holographic microscopy (DHM). On the basis of the framework of L^p -norm, the unified mathematic model of two-dimensional phase unwrapping is studied. A wrapped phase map of DHM is analyzed with several phase unwrapping methods. The results show that the L^0 -norm algorithm performed best in efficiency, but got wrong result because of too much noise, the L^1 -norm algorithm could achieve an better resolving, but the most long time consuming, the L^p -norm algorithm used much iterative, but also resulted with aberrations and the efficiency was rather low, the least-squares algorithm and the weighted least-squares algorithm could obtain better optimal resolving and better efficiency. The two algorithms are acceptable in DHM.

Key words digital holography; phase unwrapping; L^p -norm; least-squares algorithm

1 引 言

近年来, 数字全息技术^[1,2]已经在许多不同领域得到了快速的发展, 如显微成像, 形变测量, 三维形貌测量, 颗粒大小和位置测量等^[3~11]。数字全息利用瑞利-索末菲衍射积分公式, 可以同时重建物场的强度和相位分布^[12~14]。而相对于传统的光学全息, 数字记录和数值重建使数字全息术同时具备了光学全息和数字技术的优点^[15], 包括全视场、非接触、三维成像和数字处理的灵活性、方便性等。

实际上, 对复杂波面进行的数值重建过程, 就是让我们由全息图中得到的光程差信息, 获得物体表面

轮廓的三维分布。由于三角函数的周期性, 用反正切函数得到的相位是一个把待测相位包裹在 $[-\pi, \pi]$ 内^[16], 呈现锯齿状分布的包裹相位。包裹相位不能反映待测相位的变化规律, 为了获得正确的相位分布, 必须对数字全息包裹相位图进行解包裹处理。

相位解包裹技术在雷达干涉测量、合成孔径声纳、核磁共振成像、光学干涉测量、地震处理、X射线晶体衍射等方面都有重要应用^[9,16,17]。在数字全息中, 相位解包裹算法的优劣, 直接决定了能否得到真实相位图。对于无噪声的包裹相位图, 只需逐行或逐列比较相邻两点的相位值, 在相位跳变处进行

收稿日期: 2008-10-22; **收到修改稿日期**: 2008-11-17

基金项目: 北京市市属市管高校人才强教计划资助项目和北京市教委科技计划重点项目(KZ200910005001)资助课题。

作者简介: 张亦卓(1983—), 男, 博士研究生, 主要从事光学信息处理与数字全息技术等方面的研究。

E-mail: talent76@bjut.edu.cn

导师简介: 王大勇(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光学存储和光学信息处理等方面的研究。

E-mail: wdyong@bjut.edu.cn

相位补偿即可实现解包裹。但由于数字全息记录过程中引入的较大噪声和欠采样等因素,给正确进行相位解包裹带来很大困难。

本文在 L^p 范数框架下,研究了二维相位解包裹算法统一的数学模型,将经典相位解包裹算法分为了三类:基于路径跟踪的 L^0 范数方法,基于网络流的 L^1 范数方法和最小 L^p 范数方法。并运用各种算法,对数字全息再现的包裹位相图进行二维相位解包裹,检验其计算效率和解包裹的整体效果。

2 二维相位解包裹算法的统一数学模型

由于包裹相位图中相位跳变的存在,则二维相位解包裹问题实质上是一个最优化问题,可以统一归入一个框架内,称为 L^p 范数准则^[16,17]。由于真实相位是由包裹相位的相位梯度场所完全确定的,则二维相位解包裹的过程存在着一个目标函数和一个权重因子,解包裹的目的就是求解目标函数的最小值。该准则一般形式可以表示为

$$J = \epsilon^p = \sum_i \sum_j \omega_{i,j}^x |\nabla \varphi_{i,j}^x - \nabla \psi_{i,j}^x|^p + \sum_i \sum_j \omega_{i,j}^y |\nabla \varphi_{i,j}^y - \nabla \psi_{i,j}^y|^p \quad (1)$$

式中 $\nabla \Phi^x$ 和 $\nabla \psi^x$ 分别为 x 方向的解包裹后的相位梯度和包裹相位梯度, $\nabla \Phi^y$ 和 $\nabla \psi^y$ 分别为 y 方向的解包裹后的相位梯度和包裹相位梯度, ω 为对应于每一个梯度差所定义的权值, i 和 j 分别代表行数和列数。

1) 当 $p = 0$ 时,目标函数使相位不连续的像素数目最小化,可以看作是求解包裹相位的最小梯度解。而分割线算法、品质图引导的路径积分算法和掩膜割线算法的目标,就是使得到的解包裹相位图梯度最小,所以属于 L^0 范数方法。

2) 当 $p = 1$ 时,目标函数使解包裹相位梯度与测量相位梯度的误差绝对值最小,是基本的网络流原理二维相位解包裹算法的目标函数,因此可以把 L^1 范数方法称为基于网络流的算法,最小不连续算法归于此类。

3) 当 $p > 0$ 且 $p \neq 1$ 时,目标函数使真实相位梯度与包裹相位梯度的均 p 次方差最小,(1)式即为一般的最小 L^p 范数算法的目标函数,尤其当 $p = 2$ 时,为最小二乘相位解包裹算法,是最小 L^p 范数法的一个特例。

L^p 范数准则在理论上将经典的二维相位解包裹算法归为三类,建立起了分割线算法、品质图引导的路径积分算法、掩膜割线算法、最小不连续法、最小二

乘法、最小范数法等经典算法及其衍生算法之间的数学函数关系,给研究各种算法的适用性和优劣提供了理论依据,也给了今后新算法研究的方向和思路。

3 二维相位解包裹算法

相位解包裹技术最早出现在 20 世纪 70 年代初,主要采用路径积分的方法做一维相位解包裹算法的研究。到 90 年代后,由于合成孔径雷达等二维图像处理的需要,二维相位解包裹技术得到了飞速发展。目前相位解包裹算法已有接近 40 种,包括前述的几种经典算法和其改进的衍生算法。

3.1 基于路径跟踪的 L^0 范数方法

该类算法思路是用不同方法在包裹相位图中寻找避开误差点和欠采样点的最佳积分路径,并沿该路径进行逐点比较。

3.1.1 Goldstein 分割线算法

经典的路径积分算法,由 Goldstein 等人在 1988 年提出。它可以快速并且有效的产生理想的积分路径。基本思路是:识别正负误差点,并连接邻近的误差点对或多个误差点,实现误差点“极性平衡”,生成最优分割线,确定不经过分割线的积分路径,防止误差沿积分路径传递。Goldstein 分割线算法执行的速度比较快,效果也比较好。但是由于忽视了相位值的可靠性问题,可能会导致分割线的位置出现错误。为了避免这些问题,一些可以指导分割线设置的辅助信息(如品质图)显然是必需的。

3.1.2 品质图引导的路径积分算法

品质图描述了干涉图的每一点的数据质量。这种算法假设一个好的品质图完全可以正确的引导积分的路径而不会包围任何非平衡误差点。尽管该假设并没有确切的理论证明,但在实际应用中却非常可靠而且有效。该算法首先选择一个具有高品质值的像素作为起始点,将其四邻域解包裹并记录到毗邻表中。从毗邻表中取出品质值最高的点,其四邻域的点,如果还未解包裹,则按同样的方式将其解包裹并记录到该毗邻表中。如此循环取出品质值最高的点并解包裹其四邻域,直到所有的点都已解包裹为止。这样,所有品质值高的像素首先解,然后才是那些品质值低的像素。

3.1.3 掩膜割线算法

针对 Goldstein 分割线算法中分割线位置经常放置不当的问题,1996 年 Flynn 给出了详细的算法,称之为掩膜割线算法。该方法实际是将 Goldstein 的分割线算法与基于品质图的路径积分算法结合起来:像

分割线算法一样,它首先识别出误差点,并用分割线将它们连接起来,使解包裹积分路径不穿过分割线;像品质图引导的路径积分算法一样,由每个像元的品质值决定掩模的生长,它跟踪质量最低的像元从一个误差点到另一个,直到一个掩模内的误差点能够平衡,即正的误差点与负的误差点数目相同。

3.2 基于网络流的 L^1 范数方法

该类算法将相位解包裹看作估值问题,认为由于包裹相位图中在某些点存在相位跳变,使解包裹后的相位梯度和包裹相位梯度相差 2π 的整数倍。以最小不连续法为例,这里设 $k_{i,j}^x$ 为 (i,j) 点水平向解包裹前后相位梯度差, $k_{i,j}^y$ 为 (i,j) 点垂直向解包裹前后相位梯度差,其它字母同(1)式定义,则

$$\begin{aligned} k_{i,j}^x &= (\Delta\varphi_{i,j}^x - \Delta\psi_{i,j}^x)/2\pi, \\ k_{i,j}^y &= (\Delta\varphi_{i,j}^y - \Delta\psi_{i,j}^y)/2\pi. \end{aligned} \quad (2)$$

而解包裹的目标就是使 $k_{i,j}^x$ 和 $k_{i,j}^y$ 绝对值之和尽量小,即使目标函数 K 最小:

$$K = \sum_i \sum_j \omega_{i,j}^x |k_{i,j}^x| + \sum_i \sum_j \omega_{i,j}^y |k_{i,j}^y|, \quad (3)$$

其中 ω 为权值,该目标函数揭示了该类基于网络流的算法实质就是 $p = 1$ 的加权最小 L^p 范数算法。

3.3 最小 L^p 范数方法

不依赖路径的全局算法。采用数值计算的方法,计算量大,但是对误差点的控制很好。需要解出解包裹相位的相邻像素相位差和包裹相位的相邻像素相位差最小 L^p 范数意义上的解。也就是说,最小 L^p 范数解必须使(1)式中 J 取到极小值。

最小 L^p 范数法实质是进行曲面拟合,因此问题关键是如何选取范数,如果 $p \gg 2$,则解包裹曲面过于平滑,与真实梯度面相差很大;如果 $p < 2$ 时,结果与局部梯度较匹配,但权重的作用就变的很大。为确保计算得到的梯度与包裹梯度保持一致, $p = 2$ 成为目前研究得最多的最小范数解包裹方法,即为最小二乘法,可将解包裹过程转化为泊松方程,再用迭代方法求解。

$$\begin{aligned} &(\varphi_{i+1,j} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i-1,j}) + \\ &(\varphi_{i,j+1} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j-1}) = \rho_{i,j}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{其中 } \rho_{i,j} = (\Delta_{i,j}^x - \Delta_{i-1,j}^x) + (\Delta_{i,j}^y - \Delta_{i,j-1}^y). \quad (5)$$

4 实验分析

结合上述分析,本文应用七种经典算法对数字全息实验结果进行了验证,对算法的运算效率和可靠性等方面进行了分析研究。数字全息实验中采用离轴菲涅耳数字全息光路,参量为: CCD 1317 pixel \times 1035 pixel,相元尺寸 $6.8 \mu\text{m}$,照明光波长 632.8 nm 。实验物体为圆形玻璃罩顶部一小区域,认为是纯相位型物体。各解包裹算法的运算耗费时间如表 1(计算机配置为 Core Solo 1.86 GHz,内存 1 GB),实验所得全息图如图 1,由图 1 再现出的包裹相位图如图 2,相位解包裹运算结果如图 3。其中灰度值表示相位信息。图 3(a)为 Goldstein 分割线算法, (b)为品质图引导的路径积分算法, (c)为掩模割线算法; (d)为最小不连续法; (e)为非加权最小二乘法; (f)为加权最小二乘法; (g)为最小 L^p 范数法; (h), (f)为三维显示效果。

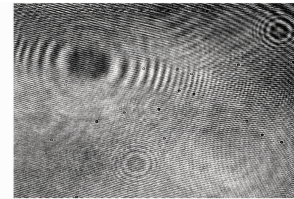


图 1 数字全息图

Fig. 1 digital hologram

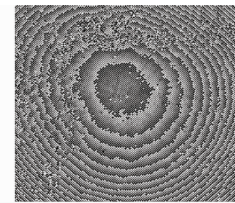


图 2 包裹相位图

Fig. 2 wrapped phase map

表 1 相位解包裹算法耗费时间统计表

Table 1 Statistic of phase unwrapping time

Algorithms	Time /s		Type
	256 \times 256	512 \times 512	
Goldstein branch-cut	1.5	2	L^0
Quality guided path following	1.7	6	L^0
Muskcut algorithm	21.8	287	L^0
Minimum disconnected	2.5	84	L^1
Unweighted least-squares	1.5	2	L^p
Weighted least-squares	2.5	7	L^p
Minimum L^p norm	20.1	77	L^p

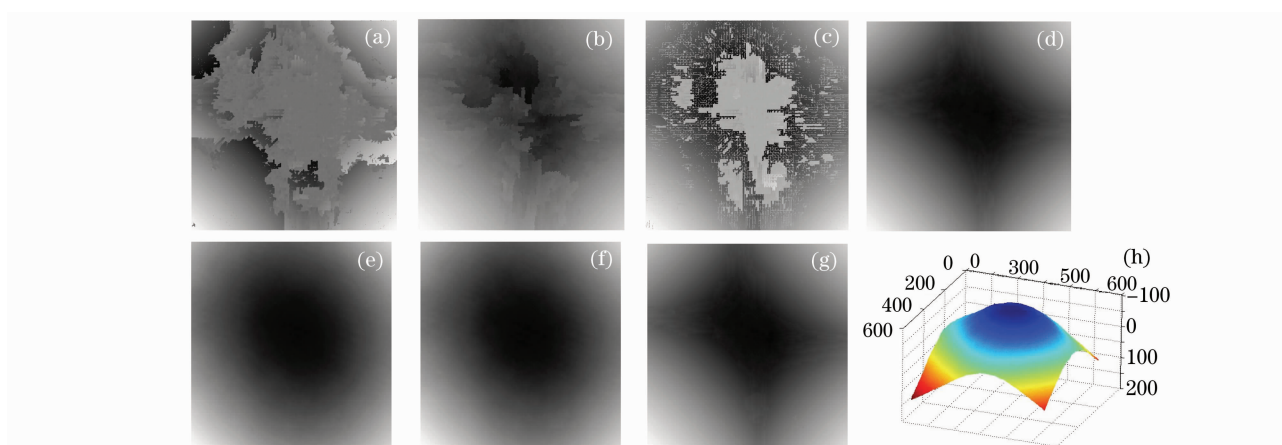


图 3 相位解包裹结果

Fig. 3 Phase unwrapping results

由于所得全息图噪声较严重,所得相位图受噪声污染较大。 L^0 范数方法,包括 Goldstein 分割线算法、品质图引导的路径积分算法和掩模割线算法所得的结果图,由于解包裹结果和积分路径关系密切,导致误差信息沿积分路径传播的“拉线”现象,因此在解包裹图像存在较大的斑块,严重影响了三维信息的获取。虽然该类方法效率高,用时最短,但是在现有实验条件下,不能获得正确的解包裹相位图。

最小不连续法归于基于网络流的 L^1 范数方法,计算结果大体上看,和最小 L^p 范数法相当,所得相位图平滑、连续性较好,但是在本实验中所得相位图整体产生畸变。而且由于该算法的高复杂性,迭代次数多,其耗时最多,无法满足准实时测量的需要。

最小 L^p 范数法,算法较复杂,进行了两层的多次迭代,导致其耗时较多,但是运算结果曲面产生畸变,和真实相位不符。而最小二乘法、加权最小二乘法均得到了较好的全局解,并且其耗时较少,满足了准实时测量的要求,是数字全息相位解包裹过程中可取的方法。

5 结 论

在 L^p 范数框架下研究了二维相位解包裹算法统一的数学模型,从理论上揭示出分割线算法、基于品质图的路径积分算法、最小范数法和最小二乘算法等经典二维相位解包裹算法及其衍生算法,实际上可以在 L^p 范数框架下,表征为 L^0 范数、 L^1 范数、 L^p 范数形式。分别运用七种经典算法对数字全息实验得到的包裹相位图进行了二维相位解包裹,并对各类方法的运算效率和运算结果进行了分析比较。根据分析可知,在包裹相位图中噪声情况比较严重的情况下,虽然 L^0 范数方法总体上计算效率最高,

但由于噪声点过多而不能得到正确的结果; L^1 范数方法能够获得较好的全局解,但还是有一定方向上的畸变,并且该算法耗时最多;最小 L^p 范数算法,耗时较多,进行了两层的多次迭代,计算结果却有畸变,而最小二乘法 and 加权最小二乘法,计算效率较高,满足准实时测量的要求,并且得到比较理想的结果,是数字全息显微中可取的相位解包裹算法。

下一步可通过引入一些外部数据进行相位解包裹的精度评定,寻求有效的滤波方法,在不破坏包裹相位图跳变线边缘的前提下进行有效的去噪声,以得到更精确的数字全息三维重建结果。

参 考 文 献

- 1 J. W. Goodman, R. W. Lawrence. Digital image formation from electronically detected holograms [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1967, 11: 77~79
- 2 M. A. Kronrod, N. S. Merzlyakov, L. P. Yaroslavskii. Reconstruction of a hologram with a computer [J]. *Sov. Phys. Tech. Phys.*, 1972, 17: 333~334
- 3 Coppol A G, Iodice M, Finizio A *et al.*. Digital holography microscope as tool for microelectromechanical systems characterization and design [J]. *J. Microlith., Microfab., Microsyst.*, 2005, 4(1): 013012~1
- 4 Novak E. MEMS metrology techniques [C]. *SPIE*, 2005, 5716: 173~181
- 5 A. Kim K. Quantitative phase-contrast microscopy by angular spectrum digital holography[C]. *SPIE*, 2006, 6090: 50~57
- 6 B. Kemper, G. Bally. Digital holographic microscopy for live cell applications and technical inspection [J]. *Appl. Opt.*, 2008, 47(4): A52~A61
- 7 J. Muller, V. Kebbel, W. Juptner. Digital holography as a tool for testing high-aperture micro-optics [J]. *Opt. Lasers Eng.*, 2005, (43): 739~751
- 8 Y. Emery, E. Cuche *et al.*. DHM (Digital Holography Microscope) for imaging cells[J]. *J. Phys.*, 2007, 61(2007): 1317~1321
- 9 L. Aiello, D. Riccio, P. Ferraro *et al.*. Green's formulation for robust phase unwrapping in digital holography [J]. *Opt. Lasers Eng.*, 2007, 45(2007): 750~755
- 10 F. Charriere, T. Colomb. Shot-noise influence on the

- reconstructed phase image signal-to-noise ratio in digital holographic microscopy [J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(29): 7667~7673
- 11 Dong Keping, Qian Xiaofan, Zhang Lei *et al.*. Digital holographic microscopy study for cells [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(11): 2013~2016
董可平, 钱晓凡, 张磊 等. 数字全息显微术对细胞的研究[J]. *光子学报*, 2007, **36**(11): 2013~2016
- 12 Di Jianglei, Zhao Jianlin, Fan Qi *et al.*. Phase correction of wavefront reconstruction in digital holographic microscopy [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 56~61
邸江磊, 赵建林, 范琦 等. 数字全息显微术中重建物场波前的相位校正[J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 56~61
- 13 Zhong Liyun, Zhang Yimo, Lü Xiaoxu *et al.*. Analysis of some fundamental issue about digital hologram [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(4): 465~471
钟丽云, 张以谟, 吕晓旭 等. 数字全息中的一些基本问题分析 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(4): 465~471
- 14 Wang Huaying, Wang Dayong, Xie Jianjun. Reconstruction of object wave front in digital holography microscopy [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(6): 1023~1027
王华英, 王大勇, 谢建军. 显微数字全息中物光波前重建方法研究和比较[J]. *光子学报*, 2007, **36**(6): 1023~1027
- 15 Li Shiyang. *Applications of Digital Holography for Microstructure Measurements* [D]. *Northwestern Polytechnical University*, 2005
李世扬. 数字全息术在微结构测量中的应用研究 [D]. 西北工业大学, 2005
- 16 D. C. Ghiglia and M. D. Pritt, *Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software* [M]. John Wiley and Sons, Inc. New York 1998
- 17 D. C. Ghiglia, L. A. Romero, Minimum L^p -norm two-dimensional phase unwrapping [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1996, **13**(10): 1999~2013

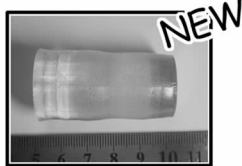


全球领先的激光晶体和非线性光学晶体制造商



磁光晶体系列

铽镱石榴石 (TGG)



BBO Q-开关

BBO 普克尔盒的应用

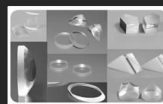
- 1、高重复频率DPSS中Q开关的理想选择
- 2、用于高重复频率再生放大系统的控制
- 3、腔倒空系统
- 4、削波



Q开关驱动源



超长 Nd:YVO₄ 晶体



光学产品

产品系列

1. 非线性光学晶体
2. 激光晶体
3. 绿光、蓝光晶体组件
4. 声光和电光晶体
5. 双折射晶体
6. 闪烁晶体
7. 激光光学产品
8. 通讯光学产品
9. 光通讯薄膜滤光片
10. 红外光学产品
11. Q-开关、温控炉等

地址: 中国福建省福州市杨桥西路155号

电话: +86-591-83710533

传真: +86-591-83711593

Http://www.castech.com

E-mail:sales@castech.com