文章编号: 0253-2239(2009)12-3267-05

光纤光栅的 V-I 传输矩阵法研究

阮 义 裴 丽 祁春慧 赵瑞峰 宁提纲

(北京交通大学全光网络与现代通信网教育部重点实验室,光波技术研究所,北京 100044)

摘要 快速有效地获得级联、超结构、倾斜光纤光栅等大计算量光栅类型的光谱特性,是优化设计基于上述光栅建 立的各种光器件的重要基础和前提保障。从有效折射率法(EIM)出发,验证了用于光纤光栅理论分析的新型方 法——V-I 传输矩阵法的正确性。选择相同参量进行分析,结果表明,V-I 传输矩阵法和经典传输矩阵法模拟分析 的结果基本一致,且与实验结果的误差满足精度要求。该方法简化了传输矩阵,大大提高了计算效率,如果将光栅 分割成 N 层进行分析,则可节约 N 个矩阵的运算时间,N 越大,分析精度越高,本方法快速计算的优势也越明显。 关键词 光栅;传输矩阵;有效折射率法; V-I 传输矩阵法

中图分类号 TN253 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20092912.3267

Research on V-I Transfer Matrix Method for Analyzing Fiber Gratings

Ruan Yi Pei Li Qi Chunhui Zhao Ruifeng Ning Tigang

(Key Laboratary of All Optical Network and Advanced Telecommunication Network, Ministry of Education, Institute of Lightwave Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract To calculate the spectrum of complex structure fiber gratings quickly and effectively is the main basis for analyzing and optimizing the performance of some optical devices, which are composed by superstructure fiber grating, tilted gratings, etc. V-I transfer matrix method is proved by the effective index method (EIM) firstly in this paper. The validity of V-I transfer matrix method is analyzed by numerical simulations and experimental results. Compared to the traditional transfer matrix method (TMM), V-I transfer matrix method could greatly improve the efficiency and save the time of calculating N matrixes for analyzing period chirp fiber Bragg gratings (FBG). With the improvement of the precision, the advantage of V-I transfer matrix method will be more apparent. **Key words** gratings; transfer matrix; effective index method; V-I transfer matrix method

1 引 言

作为光通信系统中的核心器件之一,均匀、啁 啾^[1]以及变迹光纤光栅等各种折射率调制结构的光 纤光栅已经广泛应用在光纤传感与通信系统的各个 领域中。如分布反馈式激光器、光纤激光器、波分复 用(WDM)系统中的光纤滤波器、以及数字或者模 拟系统中的脉冲压缩与色散补偿等^[1~4]。

目前,理论分析光纤光栅特性的方法很多,有以 理论严格著称的耦合模分析法、也有为解决复杂光 栅结构而引入的传输矩阵法(TMM)^[5]和有效折射 率法(EIM)^[6]。但是上述方法的主要问题是整个分 析过程耗费时间过长,尤其体现在分析级联、超结构 等复杂光纤光栅上。Capmany等^[7]在 2003 年提出 了一种新型的分析方法—— V-I 传输矩阵分析方 法,可以大幅度缩短计算时间,提高数倍的计算速 度,但未就 V-I 分析方法的正确性进行讨论。纪荣 栋等^[8]从传输矩阵角度出发对此进行过讨论,但并 未将该方法的模拟分析结论对啁啾光纤光栅进行分 析,且并未与实验结果进行比较。

本文从 EIM 法出发,验证了用于光纤光栅理论

作者简介: 阮 义(1984—),男,博士研究生,主要从事光纤传感方面的研究。E-mail: 08111032@bjtu.edu.cn 导师简介: 裴 丽(1970—),女,教授,主要从事光纤传感、光纤通信等方面的研究。E-mail: lipei@bjtu.edu.cn

收稿日期: 2008-12-19; 收到修改稿日期: 2009-03-09

基金项目:国家自然科学基金(60771008,60837002)、北京市自然科学基金(4082024)和留学回国人员基金和新世纪优秀 人才支持计划(NCET-05-0091)资助课题。

报

分析的新方法—— V-I 传输矩阵法的正确性。选择 相同参量对啁啾光纤光栅进行分析,结果表明,V-I 传输矩阵法和经典传输矩阵法模拟分析的结果基本 一致,且与实验结果的误差满足精度要求。

2 理论分析

2.1 V-I 传输矩阵法

光栅两端传输的是复杂导波,因此光纤可以看做是复杂的导波系统,与电路分析方法相似,光纤这个复杂的导波系统(电磁场问题)可以转化为简单的电路问题(电压与电流问题),可应用微波网络 V-I 之间的关系进行分析。

微波网络中场分布模型如图1所示[7],且满足



图 1 微波网络中场分布模型图

Fig. 1 Field distribution model in microwave network

应用到光栅分析中,令
$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$
,输入输出

关系表示如下:

$$\begin{cases} V_{X} = E_{X}^{+} + E_{X}^{-}, \\ I_{X} = \frac{E_{X}^{+} - E_{X}^{-}}{Z_{X}}, \end{cases} \quad X \in 1, 2$$
 (2)

其中 $Z_x = 120\pi/n$ 为微波网络阻抗, n 为有效折射率, 可得光纤光栅反射率 r 和透射率 t 如下:

$$r = \frac{A + B/Z_2 - CZ_1 - DZ_1/Z_2}{A + B/Z_2 + CZ_1 + DZ_1/Z_2},$$

$$t = \frac{2}{A + B/Z_2 + CZ_1 + DZ_1/Z_2}.$$
 (3)

当光穿越两种均匀介质中时,边界传输矩阵为[7]

$$\boldsymbol{t}_{1} = \frac{n_{1} + n_{2}}{2n_{1}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{n_{1} - n_{2}}{n_{1} + n_{2}} \\ \frac{n_{1} - n_{2}}{n_{1} + n_{2}} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}.$$
(4)

光在均匀介质里传送的时候,只产生相位偏移, 传输矩阵为^[7]

$$\boldsymbol{t}_{2} = \begin{bmatrix} \exp(\mathrm{i}\varphi) & 0 \\ 0 & \exp(-\mathrm{i}\varphi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}. (5)$$

将(4)式和(5)式代入(3)式,可得两种均匀介质间基于 V-I 传输网络总传输矩阵:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \varphi & iZ_2 \sin \varphi \\ \frac{i \sin \varphi}{Z_2} & \cos \varphi \end{bmatrix},$$
$$\varphi = \frac{2\pi n Z}{\lambda}.$$
 (6)

将光栅分割成 N 层,运用 V-I 传输矩阵法来分 析光栅时的原理如图 2 所示。由(6)式可以看出,在 计算传输矩阵 $T = \prod_{j=1}^{N} T_j$ 过程中,分段光栅之间界 面矩阵转化为单位矩阵,使用传统的传输矩阵分析 方法需要连乘 2N 个系数矩阵,而使用 V-I 传输矩 阵分析法连乘的 2N 个矩阵中有 N 个属于单位矩 阵,计算速度极大提高,大大节约了运算时间。



图 2 V-I 传输矩阵分析法原理图

Fig. 2 Principle of V-I transfer matrix method

2.2 有效折射率方法验证 V-I 传输矩阵

针对文献[7]中提出的 V-I 传输矩阵方法的物理 意义,本文从经典有效折射率分析方法(EIM)^[6]出发进 行深入的验证和探讨,并且在此过程中验证了其方法 的正确性。光波导光栅结构图可以表示如图 3 所示。



图 3 周期光波导光栅结构图 Fig. 3 Grating configuration of periodic optical wave guide

 w_k , h_k 分别为第k层宽度和有效折射率调制, 光线传播方向为z方向。第k层的电场可以表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}_{k}(x,y,z) = \boldsymbol{E}_{\mathrm{f}k}(x,y,z) + \boldsymbol{E}_{\mathrm{b}k}(x,y,z), \\ \boldsymbol{E}_{\mathrm{f}k}(x,y,z) = A_{k}\boldsymbol{E}_{\mathrm{t}k}(x)\exp(-\mathrm{i}\beta_{k}z), \\ \boldsymbol{E}_{\mathrm{b}k}(x,y,z) = B_{k}\boldsymbol{E}_{\mathrm{t}k}(x)\exp(\mathrm{i}\beta_{k}z), \end{cases}$$
(7)

式中 E_{ik} , E_{bk} 为前向(z)和后向(-z)的传播电场, $E_{ik}(x)$, $\beta_k = 2\pi N_k / \lambda$ 为电场模式包络和传播常数, N_k 为k层的有效折射率,其中k为奇数。结合麦克斯 韦电磁场方程 $\bigtriangledown \times E = -i\omega uH$:

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{k}(x,y,z) = \mathbf{H}_{ik}(x,y,z) + \mathbf{H}_{bk}(x,y,z), \\ \mathbf{H}_{ik}(x,y,z) = \frac{-\beta_{k}}{\omega u} \mathbf{E}_{ik}(x,y,z), \\ \mathbf{H}_{bk}(x,y,z) = \frac{\beta_{k}}{\omega u} \mathbf{E}_{bk}(x,y,z). \end{cases}$$
(8)

结合图 3,由(7)式和(8)式,可以看出第 k 层的 传输矩阵与第 k - 1 层和第 k + 1 层有着密切的联 系,表示为^[6]

$$\mathbf{v}_{k-1} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{ik-1}(x, y, z_k^-) \\ \mathbf{E}_{bk-1}(x, y, z_k^-) \end{bmatrix} = \mathbf{v}_k \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{ik}(x, y, z_k^+) \\ \mathbf{E}_{bk}(x, y, z_k^+) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -N_k & N_k \end{bmatrix}.$$
(9)

同时第 k 层的传播场可以表示为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_{ik}(x,y,z_{k}^{+}) \\ \boldsymbol{E}_{bk}(x,y,z_{k}^{+}) \end{bmatrix} = \boldsymbol{u}_{k} \begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_{ik}(x,y,z_{k+1}^{-}) \\ \boldsymbol{E}_{bk}(x,y,z_{k+1}^{-}) \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{u}_{k} = \begin{bmatrix} \exp\left[w_{k}\left(\frac{\mathrm{i}2\pi N_{k}}{\lambda} - g_{k}\right)\right] & 0 \\ 0 & \exp\left[-w_{k}\left(\frac{\mathrm{i}2\pi N_{k}}{\lambda} - g_{k}\right)\right] \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中gk为介质增益,结合(9)式,可以得到

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{ik-1}(x,y,z_k^-) \\ \mathbf{E}_{bk-1}(x,y,z_k^-) \end{bmatrix} = \mathbf{v}_{k-1}^{-1} \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{ik}(x,y,z_{k+1}) \\ \mathbf{E}_{bk}(x,y,z_{k+1}) \end{bmatrix},$$

所以第 k 层的传输矩阵 $t_k = v_{k-1}^{-1} u_k v_k$,在一个周期内的传输矩阵为 $t_k t_{k+1} = t_j$ 。经过一系列运算和简化,使用 有效折射率时的一个周期内传输矩阵表达式^[6]为

$$\boldsymbol{t}_{j} = \begin{bmatrix} -\exp[2w_{k}(\mathrm{i}\delta_{k} - g_{k})] & \frac{-\Delta\beta_{k}}{\beta_{k}} \\ \frac{-\Delta\beta_{k}}{\beta_{k}} & -\exp[-2w_{k}(\mathrm{i}\delta_{k} - g_{k})] \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中 $\delta_k = \frac{1}{2} \left[(\beta_k + \beta_{k+1}) - \frac{\pi}{w_k} \right]$ 表示与本地中心布拉格波长的偏移量。

根据(6)式,使用 V-I 传输矩阵法来计算分析光栅特性时,对于每段周期的传输矩阵,表达为[8]

$$\boldsymbol{t}_{\mathrm{V-I}} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\mathrm{N}} & \mathrm{i} Z_{\mathrm{N}} \sin \varphi_{\mathrm{N}} \\ \frac{\mathrm{i} \sin \varphi_{\mathrm{N}}}{Z_{\mathrm{N}}} & \cos \varphi_{\mathrm{N}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\mathrm{N+1}} & \mathrm{i} Z_{\mathrm{N+1}} \sin \varphi_{\mathrm{N+1}} \\ \frac{\mathrm{i} \sin \varphi_{\mathrm{N+1}}}{Z_{\mathrm{N+1}}} & \cos \varphi_{\mathrm{N+1}} \end{bmatrix}.$$
(12)

为了用有效折射率方法验证 V-I 传输矩阵法正确性,结合(2)式,得到

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{N}^{+} \\ \mathbf{E}_{N}^{-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1+Z_{N}/Z_{N+1})\exp[i(\varphi_{N}+\varphi_{N+1})]}{2} & \frac{(1-Z_{N}/Z_{N+1})\exp[i(\varphi_{N}-\varphi_{N+1})]}{2} \\ \frac{(1-Z_{N}/Z_{N+1})\exp[-i(\varphi_{N}-\varphi_{N+1})]}{2} & \frac{(1+Z_{N}/Z_{N+1})\exp[-i(\varphi_{N}+\varphi_{N+1})]}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{N+2}^{+} \\ \mathbf{E}_{N-2}^{+} \end{bmatrix}.$$
(13)

(13)式简化后可以得到最后关于电场物理量的传输 矩阵:

$$\mathbf{t}'_{j} = \begin{bmatrix} -\exp\left(\mathrm{i}2w_{k}\delta_{k}\right) & -\Delta\beta_{k}/\beta_{k} \\ -\Delta\beta_{k}/\beta_{k} & -\exp\left(-\mathrm{i}2w_{k}\delta_{k}\right) \end{bmatrix}.$$
(14)

对照(11)式与(14)式,发现两式相差指数倍的 $2w_kg_k$,由于在光纤光栅有效折射率分析方法中,为了 使两边的有效折射率变化尽量的少,就会大大增加分 段数 N,每个分段层中,介质增益系数与宽度的乘积 $w_kg_k \ll 1$,因此 $t_j \approx t'_o$ 相对应的物理意义就是说,从 通过有效折射率分析方法验证 V-I 传输矩阵法过程 中,可以看到,无论 EIM 还是 V-I 传输矩阵法或者 TMM,最后都殊途同归。用分段的方法,选用不同的 参量进行近似分析,V-I 传输矩阵法的优点是把两边 的物理参量 *E*,*H* 用相对复杂的(2)式来代替,但是换 来的是分析过程中光栅分段边界上传输矩阵的单位 化,从而减少了 *N* 个矩阵的运算时间。

3 实 验

使用相位掩膜板扫描法制作光栅^[9,10],采用光谱 仪 OSA 的观察光栅反射/透射率变化。实验中采用 普通光敏光纤 $n_{\rm eff} = 1.45$,光栅长度为 4 cm,Lambda Physik 波长 248 nm 激光器,相位掩膜板周期 1070± 0.68 nm,尺寸 140 nm×3 mm,零级衍射 1.2%。

图 4 为实验获得的光纤光栅中心波长 λ_c = 1550.1 nm,反射率约为 90%,3 dB带宽 Δλ=0.475 nm。



图 4 光栅反射、透射谱实验结果 Fig. 4 Experimental results of reflection and transmission spectrum

4 数值模拟与分析

利用 V-I 传输矩阵法分析光栅反射、透射特性时,可以利用方波信号傅里叶级数展开的谐波特性^[7]。例如,周期为 2,幅度为±1 的方波信号 *f*(*t*)可以表示为无数正弦信号叠加而成:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty, n\neq 0}^{\infty} Sa\left(\frac{n\pi}{2}\right) \exp\left(\frac{in\pi t}{2}\right)$$

对比图 3 中折射率调制一个周期内的方波信号,采 用基波(一次谐波分量)信号近似,计算中在一个周 期内取两点,基波信号峰值($\pm \pi/4$)点,仿真结果如 图 5 中实线所示,采用与实验相同的参数:光栅长度 为 4 cm,折射率调制深度为 0.0001,啁啾系数为5× 10^{-8} nm/cm,光栅条纹可见度为 1, n_{eff} =1.45。图 5 中虚线为使用经典传输矩阵法分析同样参数光栅仿 真结果图。两种分析方法都取 N=50,N 为光栅总 长分割的层数。在此基础上,把上述参数光栅两条 级联,采用 TMM 方法和 V-I 方法分析,比较差异 性。为了计算方便,仿真程序中设置两条光栅间的 相位差为π,模拟结果如图 7 所示。



图 5 V-I 传输矩阵法与经典传输矩阵法分析 啁啾光栅反射谱线图

Fig. 5 Reflection speatrum of chirped grating analyzed by V-I TMM and traditional TMM

图 4 实验结果与图 5 V-I 传输矩阵法仿真结果 比较可知:1)两者都具有 90%的反射率,但是 V-I 传输矩阵法在反射峰上有剧烈波动,主要是由于在 使用 V-I 传输矩阵法分析光纤光栅时利用了方波的 正弦叠加特性,采用了一次谐波近似,同时将一次正 弦波按波峰/波谷离散化采样所致。2)V-I 传输矩 阵法分析结果的 3 dB 带宽 Δλ 略大于实验结果。这 是可以理解的,因为在光栅制作过程中有各种人为 因素干扰,初步分析可能与相位掩膜板和光纤放置 的位置偏大有关。总体上仿真结果与实验结果基本 一致,证明了 V-I 传输矩阵法的正确性。

图 5 中可以看出,两种分析方法仿真结果基本一 致,仅略有差异,如图6所示,但是差异结果保持在较 小的数量级。分析原因在于:1)使用 V-I 传输矩阵法 进行分析时使用了傅里叶级数基波近似的方法,略去 了二次谐波以后的所有分量。2)两种方法分析光栅 时分段大小不同,V-I 传输矩阵法根据本地周期把光 栅分成不等长段,传统传输矩阵法把光栅分成等长 段。从分析时间上观察,仿真过程在 Intel(R) Core (TM) T2350(1.86 GHz), 512 MB内存微机上使用 Matlab 6.5 软件完成,经典传输矩阵法需时 14.36 s, 而 V-I 传输矩阵法仅需要 5.16 s,提高了近乎 3 倍的 计算时间。同样图 7 中使用经典传输矩阵法和 V-I 传输矩阵法分析两条相位间隔 π 的啁啾光栅形成的 F-P 腔,两种分析方法保持了良好的一致性,中心波 长均在λ_e=1550 nm 附近。图 8显示了两者具体差 异,差异保持在较小的数量级(小于 0.1)。但是考虑 仿真程序计算时间,使用 V-I 传输矩阵法需时9.11 s, 而使用经典传输矩阵法需要 40.36 s。



12 期

图 6 两种仿真方法分析啁啾光栅反射率差异图 Fig. 6 Reflectivity discrepancy of chirped grating analyzed by V-I TMM and traditional TMM



图 7 V-I 传输矩阵法与经典传输矩阵法分析 两条级联光栅反射谱线图

Fig. 7 Reflection spectrum of two concatenation grating analyzed by V-I TMM and trditional TMM



图 8 两种仿真方法分析级联光栅反射谱差异图 Fig. 8 Reflectivity discrepaney of concatenation grating analyzed by V-I TMM and traditional TMM

可以预见,随着 N 和光栅长度增加,将 V-I 传输 矩阵法用于分析更多级联和超结构光栅时,可以极大 地缩短分析时间。总体上两种分析方法仿真结果基 本一致,体现了 V-I 传输矩阵方法独特的高效性。

5 结 论

本文从光纤光栅有效折射率分析方法出发,证 明了 V-I 传输矩阵分析方法的正确性同时深入探讨 了其物理意义与本质。利用 V-I 传输矩阵法分析啁 啾光栅的仿真结果与实验室制作同样参数光栅得到 的反射、透射谱线图比较,从实验角度出发验证了该 方法的正确性,分析了引起误差的因素。与经典传 输矩阵分析方法在 Matlab 6.5 软件中比较分析时 间,验证了 V-I 传输矩阵法的高效性,解释了不同分 析方法的运算原理,指出在节省计算时间、提高运算 效率的同时,V-I 传输矩阵法的分析误差在可接受 范围内。V-I 传输矩阵法的显著优点体现在它的高 效性,从分析过程中可以清楚地看到每种分析方法 都是殊途同归,具体不同之处在于采用何种影响光 栅性能的参数来进行近似。V-I 传输矩阵法以增加 光栅两端参量的复杂性来提高分段分析过程中的简 洁度,这在对分析时间要求比较高的场合和分析复 杂光栅、级联时将带来很大的便利。

下一步要做的工作是结合光纤光栅传感课题, 将此方法用在多个串联布拉格光栅的分析中,同时 考虑用该方法分析各种数十个乃至上百个级联光栅 以及长周期光栅。

参考文献

- 1 D. K. Lam, B. K. Garside. Characterization of single-mode optical fiber filter [J]. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(3): 440~450
- 2 G. Meltz, W. W. Morey. Bragg grating formation and germanosilicate fiber photosensitivity[C]. SPIE, 1991, 1516: 185~199
- 3 K. O. Hill, G. Metlz. Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview [J]. *IEEE J. Lightwave Technology*, 1997, 15(8): 1263~1276
- 4 E. Devevaque. Optical fiber design for strong gratings photoimprinting with radiation mode suppression [C]. *OFC*, 1995, Postdeadline Session, PD5
- 5 M. Yamada, K. Sakuda. Analysis of almost-periodic distributed feedback slab waveguide via a fundamental matrix approach [J]. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(16): 3474~3478
- 6 K. A. Winick. Effective-index method and coupled-mode theory for almost periodic waveguide gratings: a comparison[J]. Appl. Opt., 1992, 31(6): 757~764
- 7 J. Capmany, M. A. Muriel. Microwave V-I transmission matrix formalism for the analysis of photonic circuits: application to fiber bragg gratings [J]. J. Lightwave Technol., 2003, 21 (2): 3125~3134
- 8 Ji Rongdong, Shi Jielong, Chen Guanqun et al.. V-I transmission matrix formalism for the analysis of fiber Bragg gratings[J]. Chinese J. Quant. Electron., 2008, 25(1): 99~104 纪荣栋, 施解龙,陈冠群等. V-I 传输矩阵方法在布拉格光栅分 析中的运用[J]. 量子电子学报, 2008, 25(1): 99~104
- 9 Li Bin, Liu Yan, Tan Zhongwei et al.. Linearly chirped fiber gratings using uniform phase mask [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(3): 414~418
- 李 彬,刘 艳,谭中伟等.利用均匀相位掩模板制作线性啁啾 光纤光栅[J].光学学报,2008,28(3):414~418
- 10 Lu Shaohua, Xu Ou, Feng Suchun *et al.*. Design and application of optical filters based on chirped phase-shifted fiber gratings [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(9): 1675~1680
 鲁韶华,许 鸥,冯素春等.基于啁啾相移光纤光栅的滤波器设 计及应用[J]. 光学学报, 2008, **28**(9): 1675~1680