

文章编号: 0253-2239(2009)12-3241-07

部分相干厄米-高斯列阵光束通过湍流大气传输的方向性

李晓庆 季小玲

(四川师范大学物理学院, 四川 成都 610068)

摘要 推导出了部分相干厄米-高斯(H-G)列阵光束通过湍流大气传输的二阶矩束宽和远场发散角的解析公式。采用远场发散角作为光束方向性的评价参数,研究了部分相干 H-G 列阵光束通过湍流大气传输的方向性。研究表明:在一定条件下,部分相干 H-G 列阵光束与对应的高斯光束不论在自由空间还是湍流大气中均具有相同的方向性。此外,进一步研究发现,在自由空间中,由远场发散角和归一化远场平均光强分布所表征的部分相干 H-G 列阵光束的方向性是不一致的,但湍流可以使得两种描述相一致。这一结论与高斯-谢尔模型(GSM)列阵光束的相关结论存在差异。在自由空间中,与高斯光束具有相同远场发散角的非相干合成的 GSM 列阵光束与对应的高斯光束具有相同的归一化远场光强分布。

关键词 大气光学;方向性;湍流;部分相干厄米-高斯列阵光束;远场发散角;远场平均光强

中图分类号 O43 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092912.3241

Directionality of Partially Coherent Hermite-Gaussian Array Beams Propagating in Atmospheric Turbulence

Li Xiaoqing Ji Xiaoling

(Department of Physics, Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan 610068, China)

Abstract The closed-form expressions for the mean-squared beam width and the far-field divergence angle of partially coherent Hermite-Gaussian (H-G) array beams propagating in atmospheric turbulence are derived. The far-field divergence angle is chosen as the characteristic parameter of beam directionality, and the directionality of partially coherent H-G array beams propagating in atmospheric turbulence is studied. It is shown that under certain conditions, partially coherent H-G array beams may generate the same directionality as a Gaussian laser beam in free space and also in turbulence. Furthermore, it is found that, the directionality of H-G array beams in terms of the far-field divergence angle is not consistent with that in terms of the normalized far-field average intensity distribution in free space, but both may be consistent in atmospheric turbulence. The result is some different from the behavior of GSM array beams. For the incoherent combination case, GSM array beams with the same far-field divergence angle as a Gaussian beam will have the same normalized far-field intensity distribution as the Gaussian beam in free space.

Key words atmospheric optics; directionality; turbulence; partially coherent Hermite-Gaussian (H-G) array beam; far-field divergence angle; far-field average intensity

1 引言

1978年 Wolf 和 Collett^[1]预言部分空间相干光,例如高斯-谢尔模型(GSM)光束在一定条件下可以产生与完全空间相干光相同的远场辐射强度分

布。之后,这一理论预言被实验证实了^[2]。这意味着完全空间相干性不是实现很好方向性的必要条件。激光束的大气传输特性对遥感、跟踪和远距离光通信等应用有重要的意义^[3]。近来, J. Shirai

收稿日期: 2009-01-14; 收到修改稿日期: 2009-03-25

基金项目: 国家自然科学基金(60778048)资助课题。

作者简介: 李晓庆(1984—),女,硕士研究生,主要从事激光传输方面的研究。E-mail: lixiaoping912@163.com

导师简介: 季小玲(1963—),女,博士,教授,主要从事光束的传输与控制等方面的研究。E-mail: jixl100@163.com

等^[4]把文献[1]中的结论从自由空间推广到湍流大气中,指出在一定的条件下,湍流大气中也存在与高斯光束具有相同远场发散角的等价 GSM 光束。研究发现,除了 GSM 光束,在湍流大气和自由空间中还存在其它与高斯光束具有相同远场发散角的部分相干光^[5,6]。然而,目前研究工作大多集中于单束激光在湍流大气中传输的方向性研究。列阵光束由于在高功率系统、惯性约束聚变和高能武器等方面的应用而日趋受到人们的关注。迄今为止,已有大量文献研究了列阵光束通过自由空间和湍流大气的传输特性^[7~11]。实际激光束存在部分空间相干和高阶模的情况。理论和实验已证明,部分空间相干光较完全空间相干空间光受湍流影响要小^[12~14]。因此,研究部分相干高阶模列阵光束通过湍流大气传输的方向性问题是十分重要的。推导出了部分相干厄米-高斯(H-G)列阵光束通过湍流大气传输的平均光强解析公式,并研究了湍流对部分相干 H-G 列阵光束光强分布以及光束扩展的影响^[11]。

本文采用积分变换的技巧,推导出了部分相干 H-G 列阵光束通过湍流大气传输的二阶矩束宽和远场发散角的解析公式,并以远场发散角作为光束方向性的特征参数,对部分相干 H-G 列阵光束通过

大气湍流的方向性做了详细研究,而 GSM 列阵光束方向性问题可作为其特例处理。另一方面,光束的方向性可用远场辐射强度分布或远场发散角来描述,对于 GSM 光束来说,两种描述是一致的^[1,4,15]。然而,文献[16]指出,与 GSM 光束不同,用远场辐射强度分布和远场发散角描述的部分相干双曲余弦高斯光束方向性是不一致的。还进一步对用远场发散角和归一化远场平均光强分布所表征的部分相干 H-G 列阵光束的方向性的一致性问题进行探讨,并与 GSM 列阵光束的相关结论做了比较研究。

2 远场发散角和方向性

2.1 交叉谱密度函数叠加

如图 1 所示,假设在直角坐标系下, $z=0$ 平面内有 M 束部分相干 H-G 光束沿 x 轴排列,相邻子光束间的间距为 x_d 。 M 取奇数,当 $M=1$ 时,图 1 所示的一维(1D)列阵部分相干 H-G 光束简化为一束位于坐标原点的部分相干 H-G 光束。假设这 M 束子光束是相同的,而位于两个不同子光束相同位置处的两点是完全相干的。因此, $z=0$ 平面处部分相干 H-G 列阵光束的交叉谱密度函数可表示为^[9~11]

$$W^0(x'_1, x'_2, z=0) = \sum_{p=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \sum_{q=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} H_m \left[\frac{\sqrt{2}(x'_1 - px_d)}{\omega_0} \right] H_m \left[\frac{\sqrt{2}(x'_2 - qx_d)}{\omega_0} \right] \times \exp \left[-\frac{(x'_1 - px_d)^2 + (x'_2 - qx_d)^2}{\omega_0^2} \right] \exp \left\{ -\frac{[(x'_1 - px_d) - (x'_2 - qx_d)]^2}{2\sigma_0^2} \right\}, \quad (1)$$

式中 ω_0 为 TEM₀₀ 基模束腰宽度, σ_0 为在源场处光束的空间相干长度, H_m 为 m 阶厄米多项式。

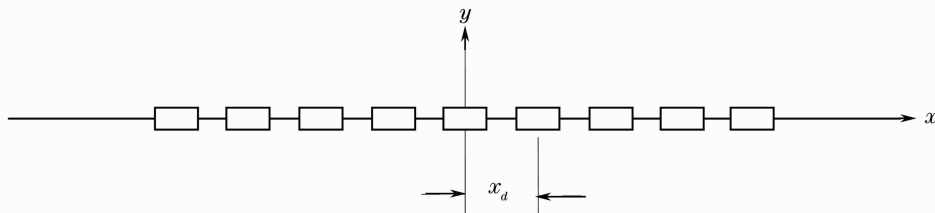


图 1 一维光束列阵示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the one-dimensional beam array

根据广义惠更斯-菲涅耳原理,由(1)式表征的部分相干 H-G 列阵光束通过大气湍流传输的平均光强为^[3]

$$\langle I(x, z) \rangle = \frac{k}{2\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx'_1 dx'_2 W^0(x'_1, x'_2, z=0) \exp \left\{ \frac{ik}{2z} [(x'_1 - x'_2) - 2(x'_1 - x'_2)x] \right\} \times \langle \exp[\psi(x'_1, x) + \psi^*(x'_2, x)] \rangle_m, \quad (2)$$

式中波数 $k = 2\pi/\lambda$ (λ 为波长), $\psi(x', x)$ 为大气湍流对球面波影响的随机相位因子, $\langle \rangle_m$ 表示系综平均。采用 Rytov 相位结构函数的二次近似,文献[17]得到

$$\langle \exp[\psi(x'_1, x) + \psi^*(x'_2, x)] \rangle_m \cong \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{\rho_0^2}\right], \quad (3)$$

式中 $\rho_0 = (0.545C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$, ρ_0 为球面波通过大气湍流的相干长度, C_n^2 为折射率结构常数, 它表征湍流的强弱。值得指出的是, Rytov 相位结构函数的二次近似与实际是相符合的^[17,18]。

为了得到解析结果, 引入新的积分变量

$$u = [(x'_1 - px_d) + (x'_2 - qx_d)]/2, \quad v = (x'_2 - qx_d) - (x'_1 - px_d). \quad (4)$$

将(1)式, (3)式和(4)式代入(2)式, 得到

$$\begin{aligned} \langle I(x, z) \rangle &= \frac{k}{2\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dudv \sum_{p=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \sum_{q=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} H_m\left[\frac{\sqrt{2}}{\omega_0}\left(u - \frac{1}{2}v\right)\right] H_m\left[\frac{\sqrt{2}}{\omega_0}\left(u + \frac{1}{2}v\right)\right] \exp\left(-\frac{2u^2 + v^2/2}{\omega_0^2}\right) \times \\ &\exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_0^2}\right) \exp\left\{-\frac{[v - (p-q)x_d]^2}{\rho_0^2}\right\} \exp\left\{\frac{ik}{z}x[v - (p-q)x_d]\right\} \times \\ &\exp\left\{-\frac{ik}{2z}[v - (p-q)x_d][2u + (p+q)x_d]\right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

二阶矩束宽定义为^[19]

$$\omega^2(z) = \frac{4 \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \langle I(x, z) \rangle dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \langle I(x, z) \rangle dx}. \quad (6)$$

将(5)式代入(6)式, 并利用以下积分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \exp(-i2\pi xs) dx = -\delta''(s)/(2\pi)^2, \quad (7)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) H_m(x+y) H_m(x+z) dx = 2^m \sqrt{\pi} L_m(-2yz), \quad (8)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta''(x) dx = f''(0), \quad (9)$$

式中 L_m 为 m 阶拉盖尔多项式; δ 表示 Dirac delta 函数, δ'' 为其二阶导数; f 为任意函数, f'' 为该函数的二阶导数; 经过复杂的积分运算后得到

$$\omega^2(z) = A + \frac{B}{k^2} z^2 + F z^{16/5}, \quad (10)$$

式中

$$A = \sum_{p=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \sum_{q=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} C \{ \omega_0^2 [L_m(D) - 2L'_m(D)] + (p+q)^2 x_d^2 L_m(D) \} / \left[\sum_{p=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \sum_{q=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} C L_m(D) \right], \quad (11)$$

$$B = \sum_{p=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \sum_{q=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} 4C V / \left[\sum_{p=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \sum_{q=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} C L_m(D) \right], \quad (12)$$

$$F = 8(0.545C_n^2)^{6/5} k^{2/5}, \quad (13)$$

$$C = \exp\left[-\left(\frac{1}{2\omega_0^2} + \frac{1}{2\sigma_0^2}\right)(p-q)^2 x_d^2\right], \quad (14)$$

$$D = (p-q)^2 x_d^2 / \omega_0^2, \quad (15)$$

$$V = \frac{L_m(D) - 2L'_m(D)}{\omega_0^2} + \frac{L_m(D)}{\sigma_0^2} - \left[\frac{L_m(D) - 4L'_m(D) + 4L''_m(D)}{\omega_0^2} + \frac{\omega_0^2 L_m(D)}{\sigma_0^4} + \frac{2L_m(D) - 4L'_m(D)}{\sigma_0^2} \right] D, \quad (16)$$

式中 L'_m 和 L''_m 分别为拉盖尔多项式的一阶和二阶导数。

(10)式为交叉谱密度函数叠加情况下部分相干 H-G 列阵光束通过湍流大气传输的二阶矩束宽表达式,它是本文得到的主要解析结果之一。(10)式右边的前两项为合成光束在自由空间中的光束扩展,而第三项为湍流引起的光束扩展。

由(10)式得到交叉谱密度函数叠加的部分相干 H-G 列阵光束在湍流中传输的远场发散角为

$$\theta_{sp}(z) \equiv \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{w(z)}{z} = \sqrt{B/k^2 + Fz^{6/5}}. \quad (17)$$

式中右边的第一项为合成光束在自由空间中的角扩展,而第二项为湍流引起的角扩展。由(17)式可知,自由空间中部分相干 H-G 列阵光束的角扩展与参数 B 有关,即与光束参数(M, m, x_d, σ_0 , 和 w_0)有关,而湍流引起的角扩展与这些光束参数无关。这说明无论在自由空间还是在湍流大气中,具有相同 B (假定 λ 相同)的不同部分相干 H-G 列阵光束都将获得相同的远场发散角。

实际上,(10)式和(17)式包含了几种非常重要的特例。例如,当 $m=0$ 时,(10)式和(17)式分别简化为 GSM 列阵光束在湍流大气中传输的二阶矩束宽和远场发散角的解析表达式;当 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ 时,(10)式和(17)式简化为完全相干 H-G 列阵光束对应的解析公式;当 $m=0, \sigma_0 \rightarrow \infty$ 时,(10)式和(17)式简化为完全相干高斯列阵光束对应的解析公式。此外,(10)式和(17)式还可以简化为几种单束光束(如部分相干 H-G 光束,完全相干 H-G 光束和 GSM 光束)在湍流大气中传输的二阶矩束宽和远场发散角的解析公式。由于限于篇幅,各简化公式均省略。

特别地,当 $M=1, m=0, \sigma_0 \rightarrow \infty$ 时,(10)式和(17)式分别简化为一束高斯光束(用下角标“Gs”表示)的二阶矩束宽和远场发散角公式,即

$$w_{Gs}^2(z) = w_{0Gs}^2 + \frac{4}{k^2 w_{0Gs}^2} z^2 + Fz^{16/5}, \quad (18)$$

$$\theta_{sp}(z) |_{Gs} = \sqrt{\frac{4}{k^2 w_{0Gs}^2} + Fz^{6/5}}. \quad (19)$$

2.2 光强叠加

假设构成列阵光束的这 M 束子光束是不相关的,即列阵光束为非相干合成,而非相干合成是按光强叠加的。采用 2.1 节中类似的方法可以得到光强叠加的部分相干 H-G 列阵光束通过湍流大气传输的二阶矩束宽和远场发散角解析表达式分别为

$$w^2(z) = \left[(1+2m)w_0^2 + \frac{M^2-1}{3}x_d^2 \right] + \frac{4}{k^2} \left(\frac{1+2m}{w_0^2} + \frac{1}{\sigma_0^2} \right) z^2 + Fz^{16/5}, \quad (20)$$

$$\theta_{sp}(z) = \sqrt{\frac{4}{k^2} \left(\frac{1+2m}{w_0^2} + \frac{1}{\sigma_0^2} \right) + Fz^{6/5}}. \quad (21)$$

由(21)式可以看出,光强叠加(非相干合成)的部分相干 H-G 列阵光束的远场发散角与子光束数 M 无关。实际上,非相干合成的部分相干 H-G 列阵光束的远场发散角与一束部分相干 H-G 光束的远场发散角相同。其物理原因是对于非相干合成各子光束的传输是独立,因此其远场发散角都是相同的。

由(17)式,(19)式和(21)式可知,若 k 相同(本文数值计算中取 $k=10^7 \text{ m}^{-1}$),只要满足条件

$$B = 4 \left(\frac{1+2m}{w_0^2} + \frac{1}{\sigma_0^2} \right) = \frac{4}{w_{0Gs}^2}, \quad (22)$$

的交叉谱密度函数叠加和光强叠加的部分相干 H-G 列阵光束都可以产生与一束高斯光束相同的方向性(假定以远场发散角作为光束方向性的评价参数)。此结论不论在自由空间还是在湍流大气中均成立。

图 2 是满足条件(22)式光束的二阶矩束宽 $w(z)$ 随传输距离 z 的变化曲线,其中 a 为高斯光束; b 为交叉谱密度函数叠加的 GSM 列阵光束; c 和 d 为交叉谱密度函数叠加的部分相干 H-G 列阵光束; e 为光强叠加的 GSM 列阵光束; f 为光强叠加的部分相干 H-G 列阵光束。实线和虚线分别表示湍流大气($C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$)和自由空间($C_n^2 = 10$)中的 $w(z)$ 。图 2 表明,随着传输距离 z 的增加,各 $w(z)$ 曲线互相靠近,这说明满足条件(22)式的交叉谱密度函数叠加和光强叠加的部分相干 H-G 列阵光束和 GSM 列阵光束与对应的高斯光束具有相同的方向性。

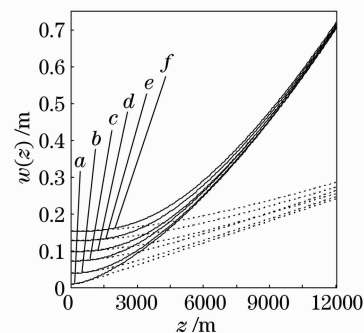


图 2 $w(z)$ 随 z 的变化

Fig. 2 $w(z)$ versus z

以上仅研究了一维部分相干 H-G 列阵光束的情况。实际上,在直角坐标系下,源场处($z=0$)的交叉谱密度函数和广义惠更斯-菲涅耳衍射积分表达式中的 x 和 y 都可以分离变量。因此,以上结果能够直接推广到二维情况。设二维部分相干 H-G 列阵光束沿 y 轴排列的 N 行子光束相邻间距均为 y_d 。对于交叉谱密度函数叠加情况,二维(2D)部分相干 H-G 列阵光

束在 $z=0$ 处的交叉谱密度函数可表示为

$$W_{2D}^{(0)}(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2, z=0) = W^{(0)}(x'_1, x'_2, z=0)W^{(0)}(y'_1, y'_2, z=0), \quad (23)$$

式中 $W^{(0)}(y'_1, y'_2, z=0)$ 由(1)式将 x 换成 y , M 换成 N , x_d 换成 y_d , m 换成 n 得到, 其中 n 为沿 y 方向厄米多项式的阶数。这样, 将(10)式和(17)式中的 M 换成 N , x_d 换成 y_d , m 换成 n 即可得到在湍流大气中二维部分相干 H-G 列阵光束的沿 y 方向的二阶矩束宽和远场发散角的解析公式。同理, 可以将(20)式和(21)式推广到光强叠加情况的二维部分相干 H-G 列阵光束的对应结果。

3 远场光强分布

讨论由远场发散角和归一化远场平均光强分布所表征的部分相干 H-G 列阵光束方向性的一致性。由于在直角坐标系下二维部分相干 H-G 列阵光束平均光强的 x 和 y 也是可以分离变量的, 因此我们仅讨论一维部分相干 H-G 列阵光束情况, 其结果能够直接推广到二维情况。

将(1)式, (3)式代入(2)式, 经过复杂的积分运算后得到交叉谱密度函数叠加的部分相干 H-G 列阵光束通过湍流的平均光强为^[11]

$$\langle I(x, z) \rangle = \sum_{p=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \sum_{q=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \frac{k}{2zPQ} \left(1 - \frac{2}{\omega_0^2 P^2}\right)^{m/2} \exp\left\{-\frac{Rk^2}{4z^2}x^2 + \left[\left(\frac{ikJ}{zQ^2} - 2\right)(p-q)x_d - RG\right]\frac{ik}{2z}x + S\right\}T, \quad (24)$$

式中

$$G = \frac{ik}{z}px_d - \frac{2}{\rho_0}(p-q)x_d, \quad (25)$$

$$P = \sqrt{\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2}\right) - \frac{ik}{2z}}, \quad (26)$$

$$Q = \sqrt{\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2}\right) + \frac{ik}{2z} - \frac{1}{4P^2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2}\right)^2}, \quad (27)$$

$$R = \frac{1}{P^2} + \frac{J^2}{Q^2}, \quad (28)$$

$$J = 1 - \frac{1}{2P^2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2}\right), \quad (29)$$

$$S = \frac{1}{4}RG^2 + \frac{ik}{2z}(p^2 - q^2)x_d^2 - \left(\frac{k^2}{4z^2Q^2} + \frac{1}{\rho_0^2}\right)(p-q)^2x_d^2 - \frac{ikJG}{2zQ^2}(p-q)x_d, \quad (30)$$

$$T = \sum_{n=0}^m \sum_{r=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \sum_{l=0}^{\min(m, n-2r)} \binom{m}{n} \binom{m}{l} \frac{n!}{r!(n-2r-l)!} 2^{-(m/2)+l} \left[\frac{\omega_0}{P\sqrt{2(\omega_0^2 P^2 - 2)}}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2}\right)\right]^n \left(1 - \frac{2}{\omega_0^2 Q^2}\right)^{(m+n)/2-r-l} \times \left[1 - \frac{2P^2}{\omega_0^2}(\omega_0^2 P^2 - 2)\left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{2}{\rho_0^2}\right)^{-2}\right]^r H_{m-n} \left[-\frac{1}{P\sqrt{\omega_0^2 P^2 - 2}}\left(\frac{ik}{z}x - G\right)\right] \times H_{m+n-2r-2l} \left[\frac{ikJx + ik(p-q)x_d - JGz}{\sqrt{2}Q(Q^2\omega_0^2 - 2)^{1/2}z}\right]. \quad (31)$$

同样, 可以得到光强叠加(非相干合成)的部分相干 H-G 列阵光束通过湍流大气传输的平均光强为

$$\langle I(x, z) \rangle = \sum_{p=-(M-1)/2}^{(M-1)/2} \frac{k}{2zPQ} \left(1 - \frac{2}{\omega_0^2 P^2}\right)^{m/2} \times \exp\left[-\frac{Rk^2}{4z^2}(x - px_d)^2\right]T'. \quad (32)$$

式中 T' 可由(31)式中令 $p=q$ 时得到。

图 3(a)和(b)为交叉谱密度函数叠加情况下 GSM 列阵光束“b”、部分相干 H-G 列阵光束“c”和

对应的高斯光束“a”分别在自由空间和湍流大气中的归一化远场平均光强 $\langle I(x, z) \rangle / \langle I(0, z) \rangle$ 分布 ($z = 30$ km), 其光束参数满足条件(22)式。在自由空间中, 虽然列阵光束“b”和“c”与高斯光束“a”有相同的远场发散角(如图 2 所示), 但是列阵光束“b”和“c”与高斯光束“a”的 $\langle I(x, z) \rangle / \langle I(0, z) \rangle$ 分布存在很大的差异[如图 3(a)所示]。列阵光束的 $\langle I(x, z) \rangle / \langle I(0, z) \rangle$ 分布均出现旁瓣, 而高斯光束的 $\langle I(x, z) \rangle / \langle I(0, z) \rangle$ 为高斯分布。然而, 图 3(b)表

明,在湍流大气中,“a”、“b”和“c”对应的三条 $\langle I(x,z) \rangle / \langle I(0,z) \rangle$ 分布曲线相重合,且均为高斯分布。因此,交叉谱密度函数叠加情况下,在自由空

间中由远场发散角和归一化远场光强分布所表征的部分相干 H-G 列阵光束和 GSM 列阵光束的方向性是不一致的,但湍流可以使得两种描述相一致。

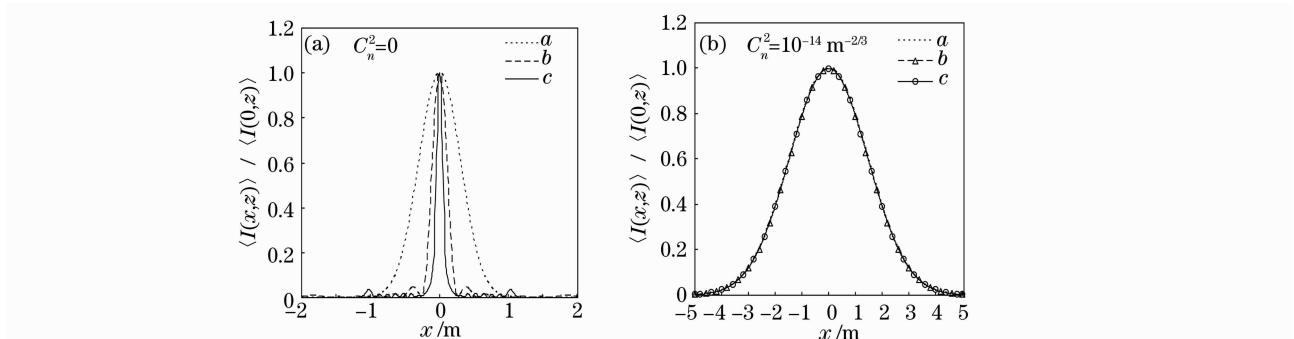


图 3 交叉谱密度函数叠加情况下 $\langle I(x,z) \rangle / \langle I(0,z) \rangle$ 分布

Fig. 3 $\langle I(x,z) \rangle / \langle I(0,z) \rangle$ for the superposition of the cross-spectral density function

图 4 为光强叠加情况下 GSM 列阵光束“e”、部分相干 H-G 列阵光束“f”和对应的高斯光束“a”的归一化远场平均光强 $\langle I(x,z) \rangle / \langle I(0,z) \rangle$ 分布 ($z = 30 \text{ km}$),其光束参数满足条件(22)式(即列阵光束“e”和“f”与高斯光束“a”有相同的远场发散角)。图 4(a)表明,在自由空间中,部分相干 H-G 列阵光束“f”与高斯光束“a”的 $\langle I(x,z) \rangle / \langle I(0,z) \rangle$ 分布仍然存在很大的差异,但是 GSM 列阵光束“e”与高斯光束“a”的 $\langle I(x,z) \rangle / \langle I(0,z) \rangle$ 分布曲线相重合。然而,在湍流大气中,部分相干 H-G 列阵光束“f”和 GSM 列阵光束“e”均与高斯光束“a”具有相同的 $\langle I(x,z) \rangle / \langle I(0,z) \rangle$ 分布。因此,光强叠加(非相干合成)情况下,在自由空间中,部分相干 H-G 列阵光束的由远场发散角和归一化远场光强分布所表征的方向性是不一致的,而对于 GSM 列阵光束两者是

一致的。但是,在湍流大气中,与高斯光束具有相同远场发散角的部分相干 H-G 列阵光束和 GSM 列阵光束都会与对应高斯光束具有相同的归一化远场平均光强分布。造成这一结果的物理原因是,对于非相干合成,各子光束的传输是独立,而又假定在源场处每一子光束的场分布是相同的,因此列阵光束的归一化远场光强分布与每一子光束产生的归一化远场光强分布相同。另一方面,GSM 光束的远场光强为高斯分布,满足(22)式的 GSM 光束就可以产生与相应高斯光束相同的归一化远场光强分布。但是,一般来说,部分相干 H-G 光束的远场光强为非高斯分布,这就导致即使满足(22)式的部分相干 H-G 光束也不能够与相应高斯光束具有相同的归一化远场光强分布。对应于图 2~图 4,并满足(22)式的光束计算参数如表 1 所示。

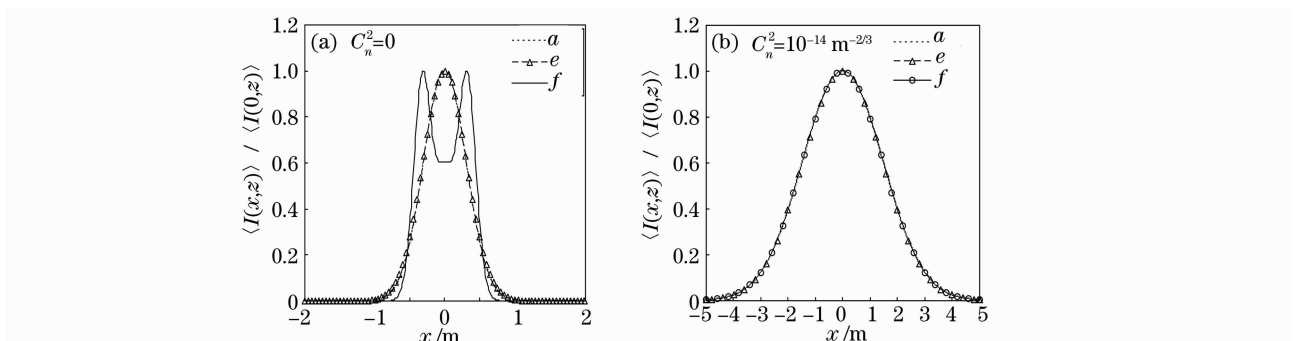


图 4 光强叠加情况下 $\langle I(x,z) \rangle / \langle I(0,z) \rangle$ 分布

Fig. 4 $\langle I(x,z) \rangle / \langle I(0,z) \rangle$ for the superposition of the intensity

表 1 光束计算参数

Table 1 Beam parameters relating

		M	m	x_d/mm	σ_0/mm	w_0/mm
Superposition of the cross-spectral density function	a Gaussian beam	1	0	\	∞	10
	b GSM array beam	7	0	10	10	5.7
	c Partially coherent H-G array beam	5	2	20	30	15.2
	d Partially coherent H-G array beam	9	2	18	40	13.1
Superposition of the intensity	e GSM array beam	11	0	20	15	13.4
	f Partially coherent H-G array beam	7	2	36	50	22.8

4 结 论

基于广义惠更斯-菲涅耳原理,并采用 Rytov 相位结构函数的二次近似和积分变换的技巧,推导出了部分相干 H-G 列阵光束通过湍流大气传输的二阶矩束宽和远场发散角的解析公式。GSM 列阵光束通过湍流大气传输的二阶矩束宽和远场发散角公式可作为本文结果的特例给出。采用远场发散角作为光束方向性的评价参数,研究了部分相干 H-G 列阵光束通过湍流大气传输的方向性。研究表明,满足条件(22)式的部分相干 H-G 列阵光束与对应的高斯光束不论在自由空间还是湍流大气中均具有相同的方向性。另一方面进一步研究了由远场发散角和归一化远场平均光强分布所表征的部分相干 H-G 列阵光束的方向性的一致性。研究表明,在自由空间中,由远场发散角和归一化远场平均光强分布所表征的部分相干 H-G 列阵光束的方向性是不一致的,但湍流可以使得两种描述相一致。这一结论与 GSM 列阵光束的相关结论存在差异。非相干合成情况下,在自由空间中,与高斯光束具有相同远场发散角的 GSM 列阵光束也会与对应高斯光束具有相同的归一化远场光强分布。本文所得结论具有重要的理论和实际应用意义。

参 考 文 献

- 1 E. Wolf, E. Collett. Partially coherent sources which produce the same far-field intensity distribution as a laser [J]. *Opt. Commun.*, 1978, **25**(4): 293~296
- 2 P. De Santis, F. Gori, G. Guattari *et al.*. An example of a Collett-Wolf source [J]. *Opt. Commun.*, 1979, **29**(4): 256~260
- 3 L. C. Andrews, R. L. Phillips. *Laser Beam Propagation Through Random Media* [M]. Bellingham, Washington: SPIE Press, 1998
- 4 T. Shirai, A. Dogariu, E. Wolf. Directionality of Gaussian schell-model beams propagating in atmospheric turbulence [J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(8): 610~612
- 5 X. L. Ji, X. W. Chen, B. D. Lü. Spreading and directionality of partially coherent Hermite-Gaussian beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2008, **25**(1): 21~28
- 6 X. W. Chen, X. L. Ji. Directionality of partially coherent annular flat-topped beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Opt. Commun.*, 2008, **281**(18): 4765~4770
- 7 B. D. Lü, H. Ma. Beam propagation properties of radial laser arrays [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, **17**(11): 2005~2009
- 8 Y. J. Cai, Q. Lin. Decentered elliptical Hermite-Gaussian beam [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2003, **20**(21): 1111~1119
- 9 Y. B. Zhu, D. M. Zhao, X. Y. Du. Propagation of stochastic Gaussian-Schell model array beams in turbulent atmosphere [J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(22): 18437~18442
- 10 X. L. Ji, E. T. Zhang, B. D. Lü. Superimposed partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2008, **25**(5): 825~833
- 11 X. Q. Li, X. Chen, X. L. Ji. Influence of atmospheric turbulence on the propagation of superimposed partially coherent Hermite-Gaussian beams [J]. *Opt. Commun.*, 2009, **282**(1): 7~13
- 12 T. Shirai, Dogariu, E. Wolf. Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2003, **20**(6): 1094~1102
- 13 A. Dogariu, S. Amarande. Propagation of partially coherent beams: turbulence-induced degradation [J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(1): 10~12
- 14 Wang Tao, Pu Jixiong. Propagation of besse-related partially coherent hollow beams in the turbulent atmosphere [J]. *Acta Phys. Sin.*, 2007, **56**(11): 6754~6760
王 涛, 蒲继雄. 部分相干空心光束在湍流介质中的传输特性 [J]. *物理学报*, 2007, **56**(11): 6754~6760
- 15 J. T. Foley, M. S. Zubairy. The directionality of Gaussian schell-model beams [J]. *Opt. Commun.*, 1978, **26**(3): 297~300
- 16 S. Y. Lü, B. D. Lü. The directionality of partially coherent beams expressed in terms of the far-field divergence angle and of the far-field radiant intensity distribution [J]. *Opt. Commun.*, 2008, **281**(13): 3514~3521
- 17 S. C. H. Wang, M. A. Plonus. Optical beam propagation for a partially coherent source in the turbulent atmosphere [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1979, **69**(9): 1297~1304
- 18 J. C. Leader. Atmospheric propagation of partially coherent radiation [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1978, **68**(2): 175~185
- 19 A. E. Siegman. New developments in laser resonators [C]. *SPIE*, 1990, **1224**: 2~14