

文章编号: 0253-2239(2009)11-3222-05

# 无限长非均匀圆柱对平面波散射的彩虹特性研究

姜会芬<sup>1</sup> 李道勇<sup>1</sup> 韩香娥<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 临沂师范学院, 山东 临沂 276005; <sup>2</sup> 西安电子科技大学理学院, 陕西 西安 710071)

**摘要** 以梯度折射率聚合物光纤为例, 利用非均匀柱粒子的洛伦茨-米氏(Lorenz-Mie)理论和德拜(Debye)级数研究了非均匀柱粒子的一阶、二阶彩虹强度分布特点。针对不同阶次彩虹间存在相干现象这一特点, 提出了低通、带通滤波和逆快速傅里叶变换(IFFT)方法, 将各阶彩虹从相互干涉的强度分布中分离重建出来, 并且与 Debye 级数模拟的结果进行了比较, 吻合得很好; 讨论了分层柱粒子的双重一阶彩虹现象, 利用 Lorenz-Mie 理论和 Debye 级数模拟了双重一阶彩虹的强度分布。

**关键词** 物理光学; 粒度测量; 分层柱; 彩虹; 梯度折射率聚合物光纤

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092911.3222

## Characteristics of Plane Waves' Rainbow Scattered by Infinite Inhomogeneous Cylinder

Jiang Huifen<sup>1</sup> Li Daoyong<sup>1</sup> Han Xiang'e<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Linyi Normal University, Linyi, Shandong 276005, China  
<sup>2</sup> School of Sciences, Xidian University, Xi'an, Shaanxi, 710071, China)

**Abstract** Characteristics of scattering intensity distributions of the first and second order rainbows of graded-index polymer optical fiber (GI-POF) are studied by Lorenz-Mie theory and Debye series. By using low pass filter, band filter and inverse fast Fourier transform to the interference intensity distributions of different order rainbows, the contributions of each order can be recognized. The result conforms to the simulations of Debye series well. Twin first order rainbows are discussed, and the corresponding scattering intensity distributions are simulated by Lorenz-Mie theory and Debye series.

**Key words** physical optics; particle sizing; multilayered cylinder; rainbow; graded-index polymer optical fiber

### 1 引言

粒度分析的光散射法以其快速、非接触测量等优点日益受到人们的重视。彩虹技术的早期研究主要针对均匀折射率粒子, 许多学者已经对均匀球、柱粒子的彩虹强度、频谱分布特点做过大量研究, 并将彩虹技术广泛地应用于粒度测量领域<sup>[1~4]</sup>。近几年, 考虑到许多实际过程中的粒子温度分布通常是非均匀的, 非均匀粒子尺寸和折射率分布的测量在大量工业应用过程中变得尤为重要, 彩虹法是其中最有效、快捷的测试方法之一。

利用广义洛伦茨-米氏(Lorenz-Mie)理论<sup>[5]</sup>和

德拜(Debye)级数<sup>[6]</sup>研究非均匀柱粒子的彩虹特性。以梯度折射率聚合物光纤为例, 模拟了非均匀柱粒子的彩虹强度和频谱分布特点, 针对不同阶次的彩虹存在干涉现象这一特点。提出了低通、带通滤波方法和逆快速傅里叶变换(IFFT)方法<sup>[7]</sup>。重建了相应折射率分布的一阶、二阶彩虹的强度分布, 并与非均匀柱粒子的 Debye 级数模拟结果进行比较, 利用非均匀柱粒子的 Lorenz-Mie 理论和 Debye 级数分析了分层粒子的双重一阶彩虹现象, 为非均匀粒子尺寸参量和折射率分布的测量提供了重要的理论依据。

收稿日期: 2009-03-06; 收到修改稿日期: 2009-04-28

基金项目: 教育部科学技术研究重点项目(106149)资助课题。

作者简介: 姜会芬(1978—), 女, 博士, 讲师, 主要从事小粒子光散射理论及测试技术方面的研究。

E-mail: jianghuifen@lytu.edu.cn

## 2 梯度折射率聚合物光纤一阶、二阶彩虹强度分布

图 1(a)为利用 Lorenz-Mie 理论<sup>[5]</sup>模拟的横磁波(TM)垂直入射梯度折射率聚合物光纤一阶彩虹范围内的散射强度分布。相应的模拟参量:直径  $d=1000 \mu\text{m}$ , 中心折射率和表面折射率分别为  $n_0=1.49$  和  $n_1=1.47$ , 指数分布因子  $g=2.0$ , 分层数  $m=300$ , 入射波长为  $\lambda=632.8 \text{ nm}$ , 角度范围

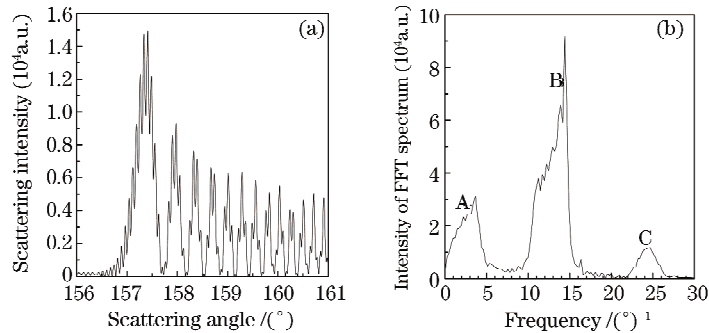


图 1 一阶彩虹角范围内的散射强度分布(a)及对应于图 1(a)的强度微分频谱分布(b)

Fig. 1 (a) Scattering intensity distribution of the first order rainbow and (b) intensity differential spectrum structure corresponding to Fig. 1(a)

图 2(a)为二阶彩虹角范围内的散射强度分布, 模拟参量:  $d=1000 \mu\text{m}$ ,  $n_0=1.49$ ,  $n_1=1.47$ ,  $g=2.0$ ,  $m=300$ , 入射波长为  $\lambda=632.8 \text{ nm}$ 。可见散射强度中除了二阶彩虹低频和高频结构之外还存在有其他成分, 而且不能仅用表面波来解释。图 2(b)中频谱分布更明显地说明这一点。频谱分布中除了二阶彩虹的频谱结构之外, 还有其他更高

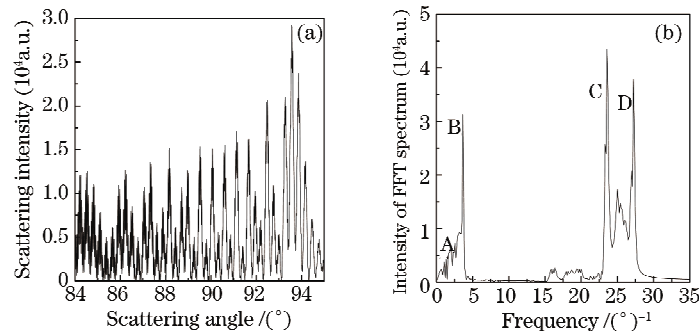


图 2 (a)二阶彩虹角范围内的散射强度分布, (b) 对应于图 2(a)的强度微分频谱分布

Fig. 2 (a) Scattering intensity distribution of the second order rainbow and (b) intensity differential spectrum structure corresponding to Fig. 2(a)

## 3 梯度折射率聚合物光纤一阶、二阶彩虹强度分布的重建

根据一阶、二阶彩虹强度和频谱分布特点, 利用

$156^\circ \sim 161^\circ$ , 角度步长为  $0.002^\circ$ 。图 1(b)为一阶彩虹对应的强度微分频谱分布, 其频谱结构可以分为 A, B, C 三部分其参量与图 1(a)同。A 部分对应于一阶彩虹的低频艾里(Airy)结构; B 部分对应于叠加在 Airy 分布之上的高频涟波(ripple)结构, 其中有一个非常强的谱峰, 对应的频率称之为 ripple 频率, 记为  $f_{\text{ripple}}$ ; C 部分频谱可以解释为表面波对一阶彩虹的影响<sup>[8]</sup>。

频率成分, 并且强度非常大, 决不能仅仅解释为表面波的影响。文献[7]中提到对一定折射率的均匀粒子的彩虹现象中存在低阶彩虹(一阶、二阶)与高阶彩虹(三阶以上)的干涉叠加现象。下文利用非均匀柱粒子的 Debye 级数<sup>[6]</sup>清楚地解释了这种干涉叠加现象。

低通和带通滤波方法<sup>[7]</sup>, 一阶、二阶彩虹的低频 Airy 结构和单纯的一阶、二阶彩虹可以重建出来。对图 1(b)中 A 部分频谱范围为  $0 \sim 7.0 (\text{°})^{-1}$  进行滤波重建, 得到图 3(a)星号线所示的一阶彩虹的低频 Airy

分布。利用非均匀柱粒子的 Debye 级数展开<sup>[6]</sup>对相同参量的一阶彩虹的 Airy 分布进行模拟,具体参量为  $d=1000 \mu\text{m}$ ,  $n_1=1.47$ ,  $n_0=1.49$ ,  $m=1000$ , 光线与柱粒子表面相互作用次数  $p=2$ , 模拟结果见图 3(a) 中虚线所示。结果表明二者吻合得很好。

对图 2(b)中(A+B)频谱范围为  $0\sim 17.0(^{\circ})^{-1}$  部分进行滤波重建,得到曲线图 3(b)星号线所示的单纯的一阶彩虹的归一化的散射强度分布,摒除了

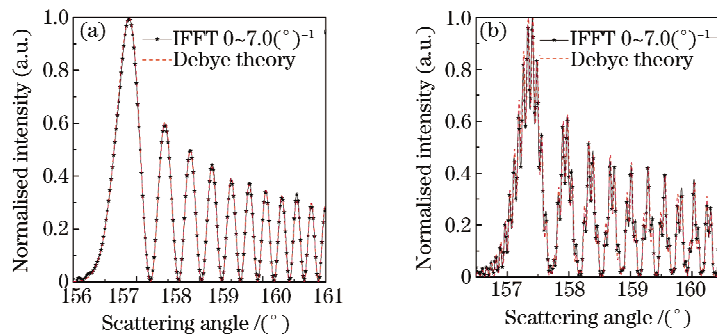


图 3 (a)重建的一阶彩虹的 Airy 分布,(b)重建的一阶彩虹强度分布与 Debye 级数模拟结果

Fig. 3 (a) The reconstruction of airy intensity distribution of the first rainbow simulated by IFFT and Debye series and the (b) reconstruction of intensity distribution of the first rainbow simulated by IFFT and Debye series

同样,利用低通和带通滤波的方法<sup>[7]</sup>,对图 2(b)中的频谱 A 与 B 部分频谱范围为  $0\sim 5(^{\circ})^{-1}$  进行 IFFT 可以得到单纯的二阶彩虹的强度分布,如图 4 星号线所示。并与非均匀柱粒子的 Debye 级数<sup>[6]</sup>模拟的二阶彩虹的强度分布(图 4 虚线所示)进行比较。结果表明,二者的强度分布角位置吻合得非常好。

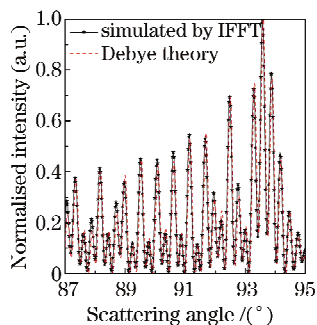


图 4 重建的二阶彩虹的强度分布和 Debye 级数模拟结果

Fig. 4 The reconstruction of intensity distribution of the second order rainbow simulated by Debye series

为了更清楚地解释图 2 中高频成分,利用非均匀柱粒子的 Debye 级数<sup>[6]</sup>数值模拟了二阶彩虹( $p=3$ )和十五阶彩虹( $p=16$ )的 Airy 分布曲线,如图 5。可见,二阶彩虹的分布范围为  $83^{\circ}\sim 95^{\circ}$ , 各个 Airy 峰的角位置是朝小角度排列的。15 阶彩虹的分布范围为

表面波的影响。利用非均匀柱粒子的 Debye 级数<sup>[6]</sup>展开模拟了相同参量的一阶彩虹的强度分布,具体参量为  $d=1000 \mu\text{m}$ ,  $n_1=1.47$ ,  $n_0=1.49$ ,  $m=1000$ ,  $p=2+p_{\text{diff}}+p_{\text{ref}}$ 。其中  $p_{\text{diff}}$  表示被粒子衍射的光线与柱粒子表面相互作用次数,  $p_{\text{ref}}$  表示被粒子表面直接反射的光线与柱粒子表面相互作用次数。图 3(b)中虚线表示一阶彩虹的强度分布。比较结果表明,二者的强度角分布的角位置吻合得非常好。

$83^{\circ}\sim 110^{\circ}$ 左右,并且各个 Airy 峰的角位置是朝大角度排列的。二者有一定的重叠区域,因此在图 2(a)中除了二阶彩虹的成分外,更高频率的成分包含 15 阶彩虹以及二阶和 15 阶彩虹的相干成分。

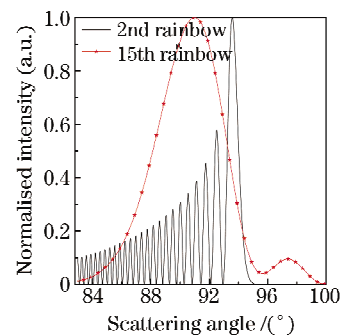


图 5 利用 Debye 级数模拟的二阶彩虹和十五阶彩虹归一化的 Airy 分布曲线

Fig. 5 The reconstruction of normalized airy intensity distribution of the second and the fifteenth order rainbows simulated by Debye series

#### 4 双层柱粒子的双重一阶彩虹现象

如图 6,当平面电磁波垂直照射到在轴双层柱粒子上时,一部分光线(用  $\alpha$  表示)在内层 1 中经过一次内表面反射后透射出来,另一部分光线(用  $\beta$  表示)在外层 2 内表面经过一次反射后透射出来。由

于各层的折射率不同,这两部分光线对应的彩虹 Airy 峰角位置也不同,因此出现了所谓的双一阶彩虹现象<sup>[8]</sup>,利用双一阶彩虹现象可以测量双层粒子的厚度。

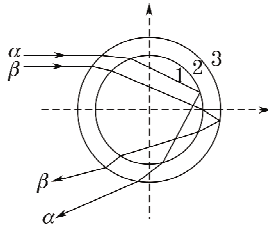


图 6 双一阶彩虹的 Debye 模型

Fig. 6 Debye model of twin first order rainbows

图 7 为分别利用 Lorenz-Mie 理论<sup>[5]</sup>和 Debye 级数<sup>[6]</sup>模拟的双层柱粒子对平面波散射的一阶彩虹强度角分布图,其计算参量为: $\lambda=632.8\text{ nm}$ , $n_3=1$ , $n_1=1.333$ , $n_2=1.2$ , $x_1=4825$ , $x_2=5000$ 。图中实线表示利用 Lorenz-Mie 理论模拟的一阶彩虹范围总的散射强度分布,从图中可以明显地看出双一阶彩虹现象,其中  $\alpha$  彩虹是  $\alpha$  光线经内层 1 粒子内表面一次反射后干涉形成的, $\beta$  彩虹是由  $\beta$  光线经外层 2 内表面经过一次反射后透射出来形成的。由于两部分光线在粒子中经过的路径不同,散射强度肯定包含了不同的粒子信息,因此可以用来反演粒子直径、折射率分布等参量。同样利用 Debye 级数模拟了上述参量的  $132^\circ\sim 146^\circ$  范围内总的散射强度分布,包括粒子表面直接反射的光线和衍射光线的作用, $p$  的取值范围为  $1\sim 300$ ,如图 7 中星号线所示。结果表明二者吻合得很好。

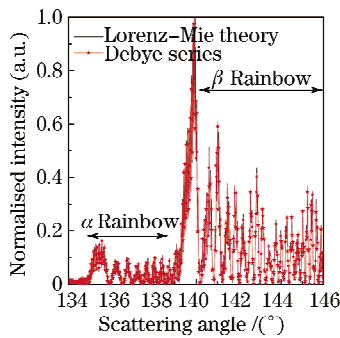


图 7 归一化双一阶彩虹强度角分布

Fig. 7 Normalized scattering intensity distribution of twin first order rainbows

如果不考虑粒子对平面波的直接反射和衍射的作用,仅仅考虑经历内层和外层一次内表面反射的光线(即  $p=2$ )对散射场的贡献,模拟结果见图 8。其计

算参量为: $\lambda=632.8\text{ nm}$ , $n_3=1$ , $n_1=1.333$ , $n_2=1.2$ , $x_1=4825$ , $x_2=5000$ 。图 8 仅仅给出了  $\alpha$  光线和  $\beta$  光线干涉形成的双一阶彩虹的低频 Airy 结构。

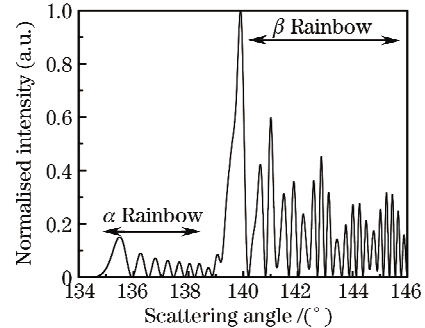


图 8 归一化双一阶彩虹 Airy 强度角分布

Fig. 8 Normalized Airy scattering intensity distribution of twin first order rainbows

图 9 为利用 Debye 级数<sup>[6]</sup>模拟了分别由  $\alpha$  光线和  $\beta$  光线形成的一阶彩虹的 Airy 强度分布,其计算参量为: $\lambda=632.8\text{ nm}$ , $n_3=1$ , $n_1=1.333$ , $n_2=1.2$ , $x_1=4825$ , $x_2=5000$ 。曲线  $\alpha, \beta$  依次代表内层和外层的一阶彩虹 Airy 角分布,可以明显看出,外层彩虹角位置相对于内层的彩虹角位置发生了明显地偏移,相应的 Airy 峰也出现了显著增强地变化。

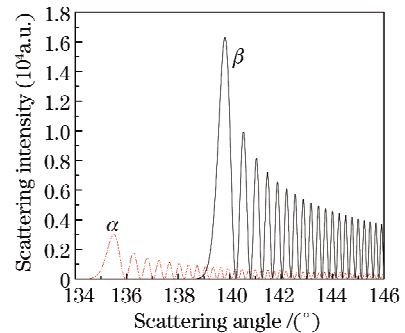


图 9 双一阶彩虹 Airy 分布 Debye 级数模拟

Fig. 9 Airy scattering intensity distribution of twin first order rainbows simulated by Debye series

## 5 结 论

以梯度折射率聚合物光纤为例,利用非均匀柱粒子对平面波散射的散射场计算的改进算法和 Debye 级数,模拟了特定折射率分布的非均匀柱粒子一阶、二阶彩虹的散射强度分布。根据强度分布特点,利用 IFFT 重建了单纯的一阶、二阶彩虹的散射强度角分布。还讨论了双层柱粒子的双重一阶彩虹现象。

## 参 考 文 献

- 1 James Hom, Norman Chigier. Rainbow refractometry: simultaneous measurement of temperature, refractive index, and size of droplets[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(10): 1899~1907
- 2 Maria Rosaria Vetrano, Jeronimus Petrus Antonius Johannes van Beeck, Michel Leon Riethmuller. Global rainbow thermometry: improvements in the data inversion algorithm and validation technique in liquid-liquid suspension [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(18): 3600~3607
- 3 X. Han. Study of refractometry of rainbow and applications to the measurement of instability and temperature gradient of a liquid jet[D]. Rouen, Rouen University, 2000
- 4 Hiroyuki Hattori. Simulation study on refractometry by the rainbow method[J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(19): 4037~4045
- 5 Jiang Huifen, Han Xiang'e, Li Renxian. Improved algorithm of electromagnetic scattering by a multilayered cylinder and its application[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 265~271  
姜会芬,韩香娥,李仁先. 垂直入射时无限长分层柱电磁散射的改进算法及应用[J]. 光学学报, 2007, **27**(2): 265~271
- 6 Renxian Li, Xiang'e Han, Huifen Jiang *et al.*. Debye series of normally incident plane wave scattering by an infinite multilayered cylinder[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(24): 6255~6262
- 7 Jiang Huifen, Han Xiang'e, Ren Kuanfang *et al.*. Reconstruction of intensity of the second and fifth rainbows and its applications to homogeneous droplet[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(11): 1561~1565  
姜会芬,韩香娥,任宽芳等. 均匀球形液滴二阶和五阶彩虹的重建及应用[J]. 光学学报, 2004, **24**(11): 1561~1565
- 8 Charles L. Adler, James A. Lock, Justin K. Nash *et al.*. Experimental observation of rainbow scattering by a coated cylinder: twin primary rainbows and thin-film interference[J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(9): 1548~1558