

文章编号: 0253-2239(2009)11-3217-05

椭圆柱体对任意入射极化的电磁波的散射

李应乐 王明军 唐高峰

(咸阳师范学院电波传播与散射研究所, 陕西 咸阳 712000)

摘要 基于电磁场的多尺度变换理论,得到了以导体椭圆柱为例的电磁波任意极化,任意垂直入射到目标上的散射场的解析式。将所得结果应用于计算圆柱目标的散射场,结果与文献完全一致。对椭圆柱体的散射宽度随入射波方位角,电磁波频率以及目标尺寸的变化进行了仿真。结果表明,在垂直于电磁波的方向上观测时,椭圆柱的垂直尺寸对散射有较大的影响,电磁波水平极化时散射最强。所用算法适用于介质椭圆柱等目标的散射特性研究,所得结果为目标尺寸、形状遥感电磁测量等实际应用提供了理论依据。

关键词 散射; 椭圆柱体; 多尺度分析

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092911.3217

Scattering From an Elliptic Cylinder Irradiated By an Electromagnetic Wave With Arbitrary Direction and Polarization

Li Yingle Wang Mingjun Tang Gaofeng

(Institute of Radio Wave Propagation & Scattering, Xianyang Normal University, Xianyang, Shaanxi 712000, China)

Abstract Based the three dimensional scales transformation of E. M. theory, the analytical expression of scattering field from a conductor elliptic cylinder is presented, as the electromagnetic wave propagating vertical to the axis of an elliptic cylinder with arbitrary incident angle and polarization. The obtained result is in agreement with that in the reference when we use the analytical expression to calculate the scattering field from a cylinder. The varying of scattering width of this elliptic cylinder with the incident azimuth angle, frequency and sizes of the target is simulated. It is shown that the vertical size of the elliptic cylinder effects greatly the scattering field when we observe it in the direction perpendicular to the direction of incident wave. The scattering field is strong as the polarization direction of incident wave parallels to the axis of the elliptic cylinder. The algorithm used in the article can be able used to investigate the scattering characteristic of other elliptic cylinders. The obtained result offers a theoretical foundation for the practical applications such as electromagnetic remote sensing of target's size and shape.

Key words scattering; elliptic cylinder; scales analysis;

1 引 言

在工业生产、医学成像、海洋生物以及电波传播等许多应用领域的散射体都较为复杂^[1,2],可以近似地看成椭圆柱体,因而圆柱体、椭圆柱体目标的电磁散射特性研究受到国内外学者的普遍关注。1881年瑞利^[3]研究了均匀圆柱体对平面电磁波的散射特性;当平面电磁波垂直入射到无限长非均匀柱体上时,文献^[4]对其散射特性及其相关算法作了进一步的改进;J. A. Kong^[5]研究了电磁波的极化方向与圆柱体的对称轴平行时柱体的散射特性;当入射波沿 x 方向

传播投射到圆柱体上时,文献^[6~8]对多层圆柱体的散射进行了详细的推导;Kozaki^[9]、Mees Loic 等^[10]研究了无限长均匀圆柱对高斯波束的电磁散射特性;文献^[11]讨论了在轴高斯波束入射无限长多层圆柱散射的德拜级数解;Barabäs^[12]、Bussey 等^[13]利用矩阵迭代法计算多层同心介质圆柱的电磁散射,但对圆柱尺寸参量和分层数都有一定的限制。理论上圆柱体作为实际应用的电磁散射模型已有大量的文献进行了较为详细的研究;实际应用上,椭圆柱体是一种比圆柱体更为准确的电磁散射模型。

收稿日期: 2008-11-20; 收到修改稿日期: 2009-03-01

基金项目: 国家自然科学基金(60741003,60801047)和陕西省教育厅自然科学基金(09JK800)资助课题。

作者简介: 李应乐(1961—),男,博士,教授,主要从事毫米波的散射与传播等方面的研究。

E-mail: liyinglexidian@yahoo.com.cn

本文基于电磁场的多尺度理论,研究了电磁波以垂直于圆柱体轴线的方向任意入射、任意极化时圆柱体的电磁散射特性,所得结果与文献一致。所用方法也可以用于多层圆柱体的散射问题研究,算法简单明了,不受目标尺寸等因素的限制。

2 电磁波任意垂直入射时圆柱体的散射特性

如图 1 所示,半轴分别为 a 和 b 的圆柱体对称轴与坐标系的 z 轴重合,电磁波以任意方向 φ_0 投射到圆柱体目标上,经尺度变换后,波矢量由 k 变为 k' ,电场强度的大小也要作相应的尺度变换;入射方向角由 φ_0 变成 φ'_0 ,圆柱体变成了圆柱体,如图 2 所示。为了简明起见,本文以导体圆柱为例,但所用方法适用于研究介质圆柱以及涂层圆柱体的电磁散射。

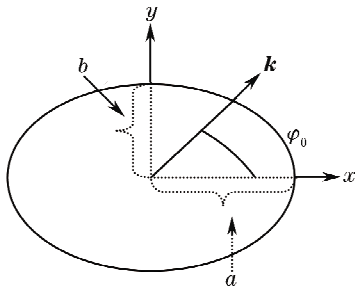


图 1 圆柱体

Fig. 1 An elliptic cylinder

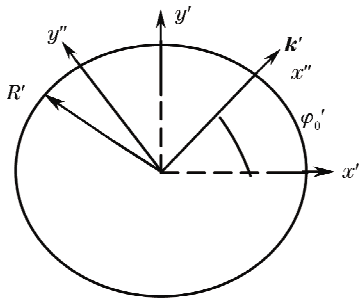


图 2 圆柱体

Fig. 2 A cylinder

2.1 电磁波极化方向平行于 z 轴时圆柱体目标的散射特性

设有一坐标系 Σ , 对应的直角坐标为 x, y 及 z 。入射波在 Σ 中的表达式为

$$E_i = a_z E_0 \exp[-j(k_x x + k_y y)] \quad (1)$$

为了准确起见,选择 x 方向与 y 方向尺度因子分别为

$$s_x = \frac{2a}{a+b}, \quad s_y = \frac{2b}{a+b} \quad (2)$$

由文献[15,16]可知圆柱体在 Σ' 系中(对应的直角坐标为 x', y' 及 z')变成半径为 $R' = 0.5(a+b)$ 圆柱体。入射波传播矢量的分量分别为

$$k'_x = s_x k_x, \quad k'_y = s_y k_y \quad (3)$$

该传播矢量与 x' 轴的夹角为 φ'_0 , 电场强度的大小不变。为了利用现有文献关于圆柱体对电磁波散射的结果,可将 x' 轴绕 z' 旋转 φ'_0 , 从而得到 Σ'' 坐标系(对应的直角坐标为 x'', y'' 及 z'')。容易看出,两坐标系的角度关系为

$$\varphi'' = \varphi' - \varphi'_0 \quad (4)$$

任意矢量的直角变换关系为

$$A'' = TA' \quad (5)$$

其中

$$A'' = \begin{bmatrix} A''_x \\ A''_y \\ A''_z \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} \cos \varphi'_0 & \sin \varphi'_0 & 0 \\ -\sin \varphi'_0 & \cos \varphi'_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A' = \begin{bmatrix} A'_x \\ A'_y \\ A'_z \end{bmatrix}$$

将(3)式代入(5)式并利用文献[16]中三角函数的尺度关系可得

$$k''_x = k/g_0, \quad k''_y = 0 \quad (6)$$

其中

$$g_0 = \left(\frac{\cos^2 \varphi_0}{s_x^2} + \frac{\sin^2 \varphi_0}{s_y^2} \right)^{1/2}$$

由(6)式可见,在 Σ'' 坐标系中,电磁波沿 x'' 坐标轴传播,因此可得散射场为^[16,17]

$$E''_z = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} a_n H_n^{(2)}(k\rho''/g_0) \exp(jn\varphi'')$$

$$a_n = -\frac{J_n(kR''/g_0)}{H_n^{(2)}(kR''/g_0)}$$

其中 $R'' = R'$ 。利用旋转坐标系 Σ'' 与尺度坐标系 Σ' 长度不变的特性以及三个坐标系 Σ, Σ' 和 Σ'' 之间的矢量变换关系、三角函数变换关系可得

$$E_z = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} a_n H_n^{(2)}(k\rho) \left(\frac{\cos n\varphi}{s_x g_n} + j \frac{\sin n\varphi}{s_y g_n} \right) \left(\frac{\cos n\varphi_0}{s_x g_{n0}} - j \frac{\sin n\varphi_0}{s_y g_{n0}} \right) \quad (7)$$

其中

$$g_n = \left(\frac{\cos^2 n\varphi}{s_x^2} + \frac{\sin^2 n\varphi}{s_y^2} \right)^{1/2}$$

$$g_{n0} = \left(\frac{\cos^2 n\varphi_0}{s_x^2} + \frac{\sin^2 n\varphi_0}{s_y^2} \right)^{1/2}$$

(7)式是原坐标系中圆柱体对平面电磁波散射的场的表达式。可以得出,圆柱体散射场的大小不仅与观察方位有关,而且还与圆柱体的尺寸大小、电磁波的入射角有关。

2.2 电磁波极化方向在 x - y 平面内时椭圆柱体的散射特性

设入射波在 Σ 中的表达式为

$$E_i = (-\sin \varphi_0 a_x + \cos \varphi_0 a_y) E_0 \cdot \exp[-j(k_x x + k_y y)] \quad (8)$$

利用前面所得结果并将(8)式代入(5)式以及文献[12]中三角函数的尺度关系可得:在 Σ'' 坐标系中,电磁波沿 x'' 坐标轴传播、沿 y'' 极化,因此可得椭圆柱体的散射场为^[13,14]

$$E''_{\varphi} = jE_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} b_n H_n^{(2)'}(k\rho''/g_0) \exp(jn\varphi'')$$

$$b_n = -\frac{J'_n(kR''/g_0)}{H_n^{(2)'}(kR''/g_0)}$$

利用旋转坐标系 Σ'' 现尺度坐标系 Σ' 长度不变的特性以及三个坐标系 Σ, Σ' 和 Σ'' 之间的矢量变换关系,三角函数变换关系可得

$$E''_{\varphi} = jE_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} b_n H_n^{(2)'}(k\rho) \times \left(\frac{\cos n\varphi}{s_x g_n} + j \frac{\sin n\varphi}{s_y g_n} \right) \left(\frac{\cos n\varphi_0}{s_x g_{n0}} - j \frac{\sin n\varphi_0}{s_y g_{n0}} \right) \quad (9)$$

值得注意的是,(9)式的右端是坐标系 Σ 中的物理量,左端是 Σ'' 坐标系中物理量的大小,因此还需在坐标系 Σ 中研究散射场的分布特性。为简单起见,仅给出算法:1)利用柱坐标系与直角坐标系矢量分量的变换关系得出 Σ'' 系中散射场的直角分量表达式;2)利用(5)式得出伸缩坐标系中散射场的表达式;3)利用伸缩坐标系 Σ' 与原坐标系 Σ 之间的尺度关系得出 Σ 系中散射场的直角分量解析式;4)再利用柱坐标系与直角坐标系矢量分量的变换关系得出 Σ 系中散射场的柱坐标分量表达式。即

$$E_{\varphi} = \frac{E''_{\varphi}}{s_y g_1 g_0} \cdot \left[\frac{\sin \varphi \sin(\varphi - \varphi_0) + \cos^2 \varphi \cos \varphi_0}{s_x^2} + \frac{\cos \varphi \sin \varphi \sin \varphi_0}{s_y^2} \right] \quad (10)$$

其中

$$g_1 = \left(\frac{\cos^2 \varphi}{s_x^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{s_y^2} \right)^{1/2}$$

由(10)式可以得出,椭圆柱目标的散射场是其形状的复杂函数,同时也是入射角的复杂函数。

2.3 讨论与应用

利用(7)式与(10)式可以得出电磁波任意方向垂直入射到椭圆柱体上时散射场的表达式。显然,当 $a = b$ 时,尺度因子 $s_x = s_y = 1$,椭圆柱体变为半径 $R = a$ 的圆柱体,此时 $g_n = g_0 = g_1 = g_{n0} = 1$,

结果(7)式和(10)式变为

$$E_{\Sigma} = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} a_n H_n^{(2)}(k\rho) \exp[jn(\varphi - \varphi_0)] \quad (11)$$

$$E_{\Sigma'} = jE_0 \cos \varphi_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} b_n H_n^{(2)'}(k\rho) \exp[jn(\varphi - \varphi_0)] \quad (12)$$

(11)式和(12)式分别是平面电磁波以 φ_0 角垂直入射到圆柱体目标上时与两种极化状态相对应的散射场的解析式。由(11)式和(12)式可见,当入射角为零时,所得结果与文献[13]完全一致,说明本算法的正确性。

实际上,当入射电磁波的极化方向与 z 轴夹角为 θ_0 并以 φ_0 角垂直入射到椭圆柱体目标上时,垂直于轴线 z 与平行于轴线 z 的分量分别为 $E_0 \sin \theta_0$ 和 $E_0 \cos \theta_0$ 。那么,总散射场为

$$E_s = z E_0 \cos \theta_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^{-n} a_n H_n^{(2)}(k\rho) \cdot \left(\frac{\cos n\varphi}{s_x g_n} + j \frac{\sin n\varphi}{s_y g_n} \right) \left(\frac{\cos n\varphi_0}{s_x g_{n0}} - j \frac{\sin n\varphi_0}{s_y g_{n0}} \right) + \varphi \frac{E''_{\varphi} \sin \theta_0}{s_y g_1 g_0} \cdot \left[\frac{\sin \varphi \sin(\varphi - \varphi_0) + \cos^2 \varphi \cos \varphi_0}{s_x^2} + \frac{\cos \varphi \sin \varphi \sin \varphi_0}{s_y^2} \right] \quad (13)$$

二维散射问题的研究通常用微分散射宽度来描述^[13,14],定义为

$$K(\varphi) = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left| \frac{E_s}{E_i} \right|^2 \quad (14)$$

因此只要将(7)式,(10)式,(13)式代入(14)式,就可得到椭圆柱的微分散射宽度。部分结果如下:

图3~图5为电磁波沿轴线方向极化时的散射宽度变化情况。图3中所选参数为 $f = 30$ MHz,圆柱体半径 $R = 1$ m,电磁波的入射角为 $\varphi_0 = \pi/4$ 。实线为利用(7)式计算圆柱体散射场所得结果,“+”为将文献[13]结果变换成入射角为 $\varphi_0 = \pi/4$ 所得结果,可见本文结果与文献结果的一致性。图4所用频率与图3相同,电磁波入射角为 $\varphi_0 = \pi/6$ 。从图4可以看出,椭圆柱体在前向方向散射最强,在这一区域,椭圆柱体的横向尺寸明显地影响着散射宽度。在后向散射区域,椭圆柱体的尺寸对散射宽度的影响不太明显。图5是在观察方位一定时散射宽度随入射角的变化。曲线表明:在前向散射方向观测,散射宽度较大,且敏感地随观测方位的变化而变化,在后向散射区,散射宽度受尺寸的影响不大。图6,图7表明:当观察角与入射角之差为 π 时,散射宽度最大,因此椭圆柱的散射具有后向增强效应。图8入

射波的角度为 $\pi/4$ 。由此可以得出：椭圆柱的两个半轴对前向散射宽度的影响大约相同，垂直观测时椭圆柱的垂直尺寸对散射有较大的影响，水平尺寸对后向散射有明显的影。图 9 是任意极化状态下椭圆柱体散射宽度随入射角、极化角的变化。可以得出：极化状态对散射宽度有明显的影响，水平极化时散射最强；当入射角为 $\pi/2$ 、极化角为 0 时散射效应最为明显，这是由于此状态下目标被照射的尺度最大，目标上的二次辐射源最强而引起的。

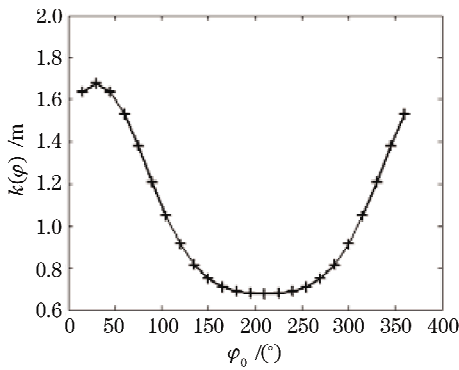


图 3 圆柱体的散射宽度

Fig. 3 Scattering width of a cylinder

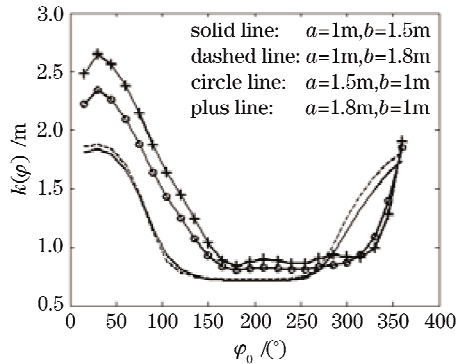


图 4 尺寸对散射宽度的影响

Fig. 4 The influence induced by sizes on scattering width

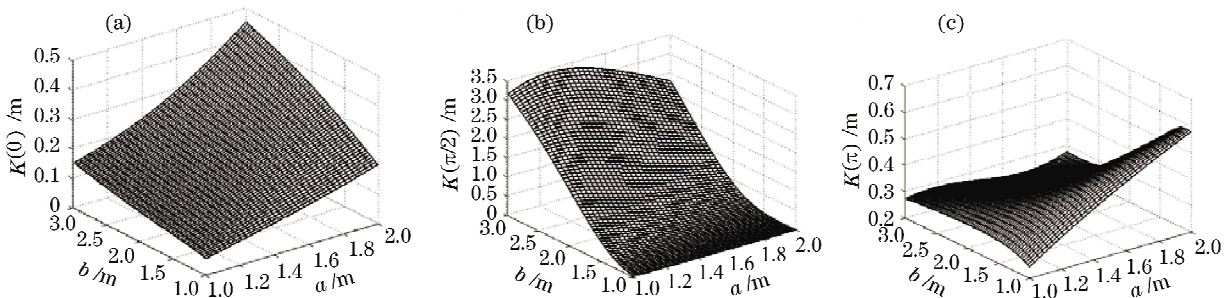


图 8 (a)前面观测,(b)垂直观测,(c)后向观测时尺寸对散射宽度的影响

Fig. 8 The influence induced by sizes on scattering width in forward direction(a), in vertical direction(b), and in backward direction

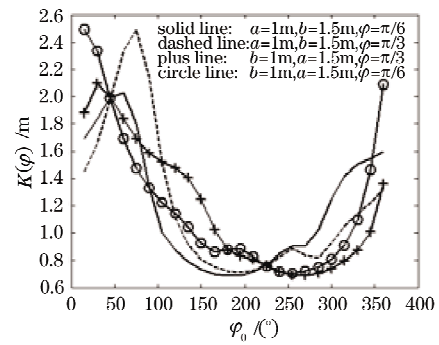


图 5 散射宽度随入射角 φ₀ 的变化

Fig. 5 Scattering width versus angle φ₀

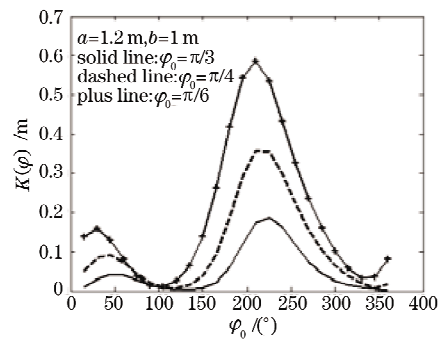


图 6 散射宽度随观察角的变化

Fig. 6 Scattering width versus observing angle

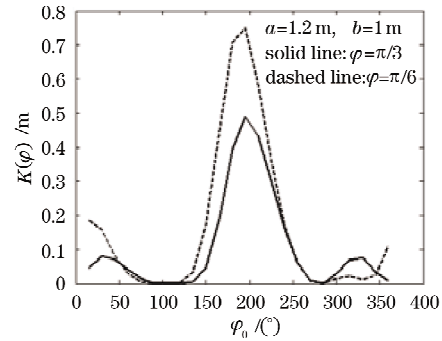


图 7 散射宽度随入射角 φ₀ 的变化

Fig. 7 Scattering width versus angle φ₀

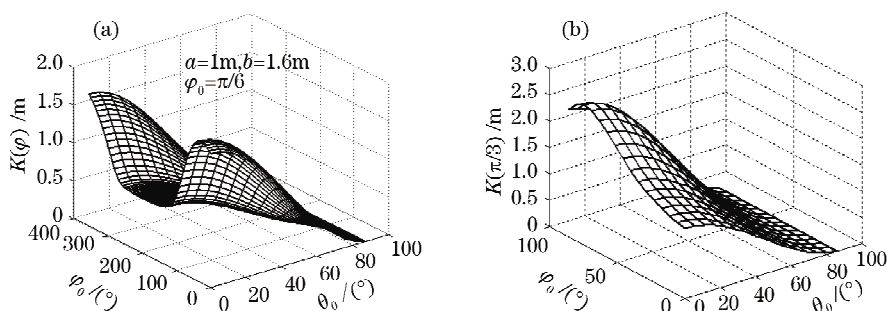


图9 (a)极化角,(b)角度个数对散射宽度的影响

Fig. 9 The influence induced by polarized angle (a) and angles parameter (b) on scattering width

3 结 论

基于电磁场的多尺度分析,以导体椭圆柱为例得到了电磁波任意极化、任意垂直入射到椭圆柱目标上的散射场的解析式,将所得结果应用于计算圆柱目标的散射场,结果与文献完全一致。得到了椭圆柱的散射宽度,对散射宽度与椭圆柱的纵向尺寸、横向尺寸、电磁波的入射角、极化角以及观察方位等的关系进行了仿真;所用算法不仅适用于导体椭圆柱散射特性的研究,而且适用于介质椭圆柱、分层介质椭圆柱以及涂层椭圆柱等复杂目标的散射特性研究。算法能够得出在给定入射电磁波条件下,散射场与椭圆柱体尺寸大小、入射角等因素的解析关系,所得结果为雷达目标识别、太空目标尺寸电磁测量等实际应用提供了理论依据。如何利用散射特性确定椭圆柱体目标的尺寸、姿态等将是下一步继续开展的研究工作。

参 考 文 献

- 1 Tang Hong, Sun Xiaogang, Yuan Guibin. Application on circular cylinder particle size distribution based on anomalous diffraction approximation [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(3): 411~416
唐红,孙晓刚,原桂彬. 反常衍射近似在测量圆柱形粒子粒径分布中的应用[J]. *中国激光*, 2007, **34**(3): 411~416
- 2 Han Yiping, Du Yungang. Electromagnetic scattering for a non-spherical aerosols with arbitrary shaped beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(4): 630~633
韩一平,杜云刚. 非球形大气粒子对任意波束的电磁散射特性[J]. *光学学报*, 2006, **26**(4): 630~633
- 3 Lord Rayleigh. On the electromagnetic theory of light [J]. *Philos. Mag.*, 1881, **12**: 81~101
- 4 Jiang Huifen, Han Xiang'e, Li Renxian. Improved algorithm of electromagnetic scattering by a multilayered cylinder of infinite length for normal incidence and its application [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 265~271
姜会芬,韩香娥,李仁先. 垂直入射时无限长分层柱电磁散射的改进算法及应用[J]. *光学学报*, 2007, **27**(2): 265~271
- 5 J. A. Kong. *Electromagnetic Wave Theory* [M]. Wiley-Interscience, New York, 2000
- 6 M. Kerker. *The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation* [M]. New York, Academic Press, 1969
- 7 C. F. Bohren, D. R. Huffman. *Absorbing and Scattering of Light by Small Particles* [M]. New York, Wiley, 1983
- 8 Wu Zhensen, Guo Lixin, Cui Suomin. Internal and external electromagnetic fields for multilayered cylinder at normal incidence [J]. *Acta Electronica Sinica*, 1995, **23**(6): 114~116
吴振森,郭立新,崔索民. 垂直入射时无限长多层介质圆柱的内、外场计算[J]. *电子学报*, 1995, **23**(6): 114~116
- 9 S. Kozaki. Scattering of a Gaussian beam by a homogeneous dielectric cylinder [J]. *J. Appl. Phys.*, 1982, **53**(11): 7195~7200
- 10 Mees Loic, Ren Kuanfang, Grehan Gerard *et al.*. Scattering of a Gaussian beam by an infinite cylinder with arbitrary location and arbitrary orientation; numerical results [J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(9): 1867~1876
- 11 Li Haiying, Wu Zhensen. Debye series of scattering by an infinite multi-layered cylinder in an on-axis gaussian beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(10): 1846~1851
李海英,吴振森. 在轴高斯波束入射无限长多层圆柱散射的德拜级数解[J]. *光学学报*, 2007, **27**(10): 1846~1851
- 12 M. Barabás. Scattering of a plane wave by a radially stratified tilted cylinder [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1987, **4**(12): 2240~2248
- 13 H. E. Bussey, J. H. Richmond. Scattering by a lossy dielectric circular cylindrical multilayer, numerical values [J]. *IEEE Trans. on Antennas & Propag.*, 1975, **23**(5): 723~725
- 14 Li Yingle, Huang Jiying. The Scale-transformation of electromagnetic theory and its applications [J]. *Chin. Phys.*, 2005, **14**(4): 646~656
- 15 Li Yingle, Huang Jiying. Scales transformation theory of electromagnetic field and its applications [M]. Xi'an: xidian university press, 2006. 102~116
李应乐,黄际英著. 电磁场的多尺度变换理论及其应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2006. 102-116
- 16 Wang yipping, Chen Dazhang. *Engineering Electrodynamics* [M]. Xi'an: xidian university press, 1985. 308~311
王一平,陈达章. *工程电动力学*[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1985年, 308~311
- 17 Ishimaru A. *Wave Propagation and Scattering in Random Medium* [M]. Part I, New York: Academic Press, 1978