

文章编号: 0253-2239(2009)11-3197-05

基于滑动平均的速率偏频激光陀螺静态角 速率测量算法

战德军 秦石乔 王省书 张宝东

(国防科学技术大学光电科学与工程学院光信息科学与技术系, 湖南 长沙 410073)

摘要 提高速率偏频激光陀螺静态角速率测量精度在其应用领域具有重要的作用。通过对速率偏频激光陀螺随机漂移数据进行分析处理,发现量化噪声对陀螺精度有较大的影响,进而提出了一种基于滑动平均的速率偏频激光陀螺静态角速率测量算法,并进行了理论分析及数值模拟。结果表明,通过合理的选择分组参数,该算法可以有效地降低量化噪声对速率偏频激光陀螺静态角速率测量精度的影响。实验结果也验证了该算法的有效性,可以应用于其它类似需要降低量化噪声的场合。

关键词 激光技术;激光陀螺;速率偏频;滑动平均;算法

中图分类号 V241.5⁺58 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092911.3197

Algorithm of Measuring Rate Biased Laser Gyro Static Angle Rate Based on Moving Average

Zhan Dejun Qin Shiqiao Wang Xingshu Zhang Baodong

(Department of Optics Information Science and Technology, Institute of Opto-Electronic Science and Engineering,
National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract Improving measuring accuracy of rate biased laser gyro angle rate is important to its application field. The quantization error is found important influence to laser by analyzing random drift of rate biased laser gyro, then a new static angle rate algorithm based on moving average theory is presented, which is also analyzed and simulated. The results shows that with properly grouping parameter selection, the influence of quantization error on rate biased laser gyro angle rate is reduced prominently, and the validity of the algorithm is also proved experimentally. The algorithm can be used in other situation, in which quantization reduction is significant.

Key words laser technique; laser gyro; rate biased; moving average; algorithm

1 引 言

速率偏频激光陀螺(RBRLG)^[1~4]以其过锁区次数少、精度高的优点,正成为高精度测角领域的重要角传感器,而提高 RBRLG 静态角速率测量精度对于其应用领域具有重要的意义。由于 RBRLG 的角度输出为激光陀螺的角度输出减去角编码器测量得到的角度值,角编码器的使用会带来额外的量化误差,在需要短时间内测量静态角速率的场合,量化误差将成为主要的误差因素,虽然量化误差的影响与测量时间成反比,但是降低量化误差提高静态角

速率的测量精度,一是可以缩短测量时间,提高测量效率;二是有些场合对测量时间的要求比较苛刻。例如,导航或姿态测量系统在某些场合需要短时间内完成静基座对准,对 RBRLG 建立温度补偿模型, RBRLG 在指北仪中的应用等。

RBRLG 静态角速率测量时的误差因素总体上可分为常值零偏(即常值漂移)、标度因数误差和随机漂移。常值零偏一般可以通过变换位置的方法或者使用温度补偿模型得到,由于标度因数,标校精度通常可达 10^{-6} 量级,所以对测量精度影响很小(可以忽

收稿日期: 2008-11-04; 收到修改稿日期: 2009-03-18

基金项目: 国家 863 计划(2006AA09Z208)资助项目。

作者简介: 战德军(1979—),男,博士研究生,主要从事虚拟仪器和激光陀螺等方面的研究。E-mail: zdj4444@sohu.com

导师简介: 秦石乔(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事光电仪器与测控技术和光电精确制导技术的研究。

E-mail: sqqin8@nudt.edu.cn

略),所以随机漂移是激光陀螺的主要误差因素。根据激光陀螺误差模型^[5~8],随机漂移主要由零偏不稳定、角度随机游走和量化噪声三项组成,在短时间测量的情况下,量化误差又是主要的误差因素,降低量化误差的影响进而提高 RBRLG 静态角速率(即地球自转在 RBRLG 敏感轴上的分量)测量精度对其实际应用具有重要的意义。文献[9]利用滑动平均滤波方法降低了激光陀螺测试中量化噪声的影响,加快了陀螺测试速度。因此,首先分析了 RBRLG 的各项误差所占的比重,然后基于滑动平均提出了一种新的测量算法,该算法将滑动平均应用于计算有限数据最优值中,通过降低量化噪声的影响提高了 RBRLG 的静态角速率的测量精度。

2 RBRLG 漂移数据分析

RBRLG 结构如图 1 所示,激光陀螺(RLG)敏感轴与速率转台(Rate table)旋转轴重合,通过控制转台正、反向交替旋转为激光陀螺提供偏频。转台转过的角度可以通过光栅角编码器(OAE)和读数头(Read head)测量,光栅环上的参考基准(Reference mark)作为转台的零位,激光陀螺的输出减去转台相对零位转过的角度即为 RBRLG 相对惯性系的角度输出。

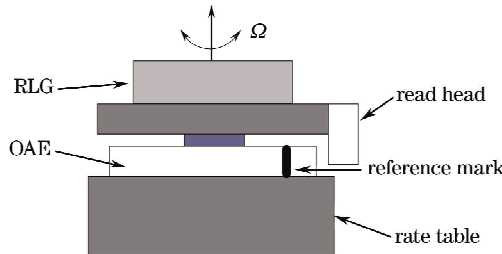


图 1 速率偏频激光陀螺结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of RBRLG

转台以 $\Omega = 150^\circ/\text{s}$ 的转速,正、反转各 2 圈的周期旋转方式为激光陀螺提供偏频,则 RBRLG 的输出角度 $\Delta\theta = \theta - \phi$,其中 θ 为激光陀螺输出角度, ϕ 为转台转过的角度。为了排除光栅角编码器自身各种角度误差^[10]对转台转角 ϕ 的测量精度的影响,在 RBRLG 的测量过程中,以某次过零位为初始位置,对每次旋转过零位时的 RBRLG 输出进行同步采样。设第 i 次过零位时的采样时间间隔为 τ_i ,根据 RBRLG 的误差特点,忽略常值零漂的影响,则第 i 次采样得到的角度输出 $\Delta\theta_i$ 可表示为

$$\Delta\theta_i = \omega_0 \tau_i + \omega_{bi} \tau_i + \Delta\omega_{bi} \tau_i + \xi_i + Q_i - Q_{i-1}, \quad (1)$$

式中 ω_0 为需要测量的 RBRLG 静态角速率,即为地

球自转在陀螺敏感轴上的分量; ω_{bi} 为激光陀螺常值零偏,一般可以通过变换位置的方法或者使用温度补偿模型得到,为了分析方便,将 ω_{bi} 归结到 ω_0 中一同考虑; $\Delta\omega_{bi}$ 为由零偏不稳定性误差引起的采样周期内激光陀螺零偏的变化; ξ_i 表示角度随机游走误差, $\xi_i = \sigma_R \sqrt{\tau_i}$,其中 σ_R 为角度随机游走系数; Q_i 代表 RBRLG 过零位时的量化噪声,设其方差表示为 σ_Q^2 ,主要包括零位定位误差、陀螺输出的角度白噪声以及脉冲计数引入的量化噪声。一般认为(1)式中各误差项均值为 0,且各自独立。

在采用高精度转速控制的情况下,忽略转速不稳定引起的测时误差,再根据正、反转各旋转 2 圈的偏频方式,下式成立:

$$\tau_i = \tau_{i+4}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

根据(2)式,设连续 4 次过零位为一个偏频周期,则在各个偏频周期内的累计采样时间相等,为了便于分析,使采样时间长度相等,在测量过程中一般利用整数个偏频周期的采样数据。当 RBRLG 完成 K 个偏频周期时,共采集 $N = 4K$ 个数据,测量时间长度为 $T = \sum_{i=1}^N \tau_i$,使用求均值算法得到的静态角速率表达式为

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_0 &= \frac{\sum_{i=1}^N \Delta\theta_i}{T} = \\ &= \omega_0 + \frac{\sum_{i=1}^N (\Delta\omega_{bi} \tau_i)}{T} + \frac{\sum_{i=1}^N \xi_i}{T} + \frac{Q_N - Q_0}{T}, \quad (3) \end{aligned}$$

由(3)式中右面的最后三项构成了 RBRLG 静态角速率的主要误差源,分别为零偏不稳定性误差、角度随机游走误差和量化噪声。

为了评价求均值算法的测量精度,对测量结果 $\tilde{\omega}_0$ 进行方差分析,设 $D[\]$ 代表方差算子,则(3)式的方差分析结果为

$$\begin{aligned} \sigma_{\tilde{\omega}_0}^2 &= D\left[\frac{\sum_{i=1}^N \Delta\theta_i}{T}\right] = D\left[\frac{\sum_{i=1}^N (\Delta\omega_{bi} \tau_i)}{T}\right] + \\ &= \frac{1}{T^2} \cdot \left\{ D\left[\sum_{i=1}^N \xi_i\right] + D(Q_N - Q_0) \right\}, \quad (4) \end{aligned}$$

根据零偏不稳定误差特点,式中 $D\left[\frac{\sum_{i=1}^N (\Delta\omega_{bi} \tau_i)}{T}\right]$ 应为常值,设为 B^2 ,再根据(1)式、 $D[Q_N - Q_0] = D[Q_N] + D[Q_0] = 2\sigma_Q^2$ 和 $D\left[\sum_{i=1}^N \xi_i\right] = (\sigma_R)^2 T$, $\tilde{\omega}_0$

的方差可简单表示为

$$\sigma_{\omega_0}^2 = B^2 + \sigma_R^2/T + 2\sigma_0^2/T^2. \quad (5)$$

为了分析各误差项对实际 RBRLG 静态角速率测量精度的影响,对某型号 RBRLG 于常温下进行

了长时间采样(样本长度为 12000 点),使用(5)式对使用求均值算法测量结果的方差进行拟合(设 T 为测量时间,单位为 h),表 1 为对两个编号 RBRLG 的方差拟合结果。

表 1 RBRLG 静态角速率的方差拟合结果

Table 1 Variance fitting result of RBRLG static angle rate

RBRLG	Experiment	Variance fitting results /($^{\circ}$ /h) 2
No. 1	1	$2.1 \times 10^{-8} + 1.7 \times 10^{-8}/T + 9.1 \times 10^{-10}/T^2$
	2	$2.3 \times 10^{-8} + 1.84 \times 10^{-8}/T + 6.8 \times 10^{-10}/T^2$
No. 2	1	$2.8 \times 10^{-8} + 2.24 \times 10^{-8}/T + 1.04 \times 10^{-9}/T^2$
	2	$2.6 \times 10^{-8} + 2.01 \times 10^{-8}/T + 1.2 \times 10^{-9}/T^2$

从表 1 中可以发现,在短时测量情况下(一般测量时间为几百秒),拟合公式的第一项即零偏不稳定性误差对测量精度的影响非常小,而随机游走和量化噪声是主要误差因素。故针对速率偏频测量的特点(测量时采样间隔时间比较长,有限测量时间内可供处理的数据量少)基于滑动平均设计了一种新的静态角速率测量算法,有效的降低了量化噪声的影响。

3 滑动平均算法

针对 RBRLG 误差的特点,为了简化分析过程

又不失一般性,设采样时间间隔 τ_i 为一恒定值 τ ,忽略(1)式中对测量精度影响很小的 $\Delta\omega_{bi}$,设共进行了 N 次采样,则根据(1)式,第 i 次采样的角度输出 $\Delta\theta_i$ 表示为

$$\Delta\theta_i = \omega_0\tau + \xi_i + Q_i - Q_{i-1}. \quad (6)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N$$

3.1 理论分析

由于提出的算法是基于滑动平均的理论,所以将其命名为滑动平均算法。首先将测量过程中的 N 个采样数据分为 M 组,进行如下滑动平均处理

$$\begin{cases} F_1 = (\Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 + \dots + \Delta\theta_{N-M+1})/(N-M+1), \\ F_2 = (\Delta\theta_2 + \Delta\theta_3 + \dots + \Delta\theta_{N-M+2})/(N-M+1), \\ \vdots \\ F_M = (\Delta\theta_M + \Delta\theta_{M+1} + \dots + \Delta\theta_N)/(N-M+1). \end{cases} \quad (7)$$

则使用滑动平均算法得到的测量结果 $\tilde{\omega}_m$ 表达式为

$$\tilde{\omega}_m = \frac{\sum_{k=1}^M F_k}{M\tau}, \quad (8)$$

计算可得 $\tilde{\omega}_m$ 的数学期望 $E[\tilde{\omega}_m] = \omega_0$, (8)式即为所提出的滑动平均测量算法,从公式形式上可以发现,该算法具有计算简单、占用计算资源少的特点。

为了分析滑动平均算法对测量精度的提高,同样使用方差分析方法,设 $\sigma_{\tilde{\omega}_m}^2$ 表示 $\tilde{\omega}_m$ 的方差,则

$$\sigma_{\tilde{\omega}_m}^2 = D \left[\frac{\sum_{k=1}^M \left(\sum_{j=k}^{N-M+k} \Delta\theta_j \right) / (N-M+1)}{M\tau} \right], \quad (9)$$

将(4)式代入(9)式并分解得

$$\sigma_{\tilde{\omega}_m}^2 = D \left[\frac{\sum_{k=1}^M \left(\sum_{j=k}^{N-M+k} \xi_j \right)}{M(N-M+1)\tau} \right] + D \left[\frac{\sum_{k=1}^M (Q_{N-M+k} - Q_{k-1})}{M(N-M+1)\tau} \right], \quad (10)$$

设 $\text{net}[(N+1)/2]$ 表示不大于 $(N+1)/2$ 的最大整数,计算(10)式右边的第一项得

$$D \left[\frac{\sum_{k=1}^M \left(\sum_{j=k}^{N-M+k} \xi_j \right)}{M(N-M+1)\tau} \right] = \begin{cases} \frac{-4M^2 + 3M + 1 + 3MN}{3M(N-M+1)^2\tau} \sigma_R^2, & M \leq \text{net}[(N+1)/2] \\ \frac{-4M^2 + 5M - 2N + 5MN - N^2}{3M^2(N-M+1)\tau} \sigma_R^2. & M > \text{net}[(N+1)/2] \end{cases} \quad (11)$$

由(3)式,计算(10)式右边第二项得

$$D \left[\frac{\sum_{k=1}^M (Q_{N-M+k} - Q_{k-1})}{M(N-M+1)\tau} \right] = \begin{cases} \frac{2\sigma_Q^2}{M(N-M+1)^2\tau^2}, & M \leq \text{net}[(N+1)/2] \\ \frac{2\sigma_Q^2}{M^2(N-M+1)\tau^2}, & M > \text{net}[(N+1)/2] \end{cases} \quad (12)$$

为了与使用求均值算法测量的精度进行比较,按照(5)式的结构,将通过滑动平均算法得到的测量方差 $\sigma_{\omega_m}^2$ 表示为 $\sigma_{\omega_m}^2 = \frac{\sigma_{R'}^2}{T} + \frac{2\sigma_Q^2}{T^2}$, 其中采样时间长度 $T = N\tau$, $\sigma_{R'}$ 和 σ_Q^2 分别表示使用新算法后等效的角度随机游走系数和量化噪声方差,则

$$\sigma_{R'}^2 = \begin{cases} \frac{(-4M^2 + 3M + 1 + 3MN)N}{3M(N-M+1)^2} \sigma_R^2, & M \leq \text{net}[(N+1)/2] \\ \frac{(-4M^2 + 5M - 2N + 5MN - N^2)N}{3M^2(N-M+1)} \sigma_R^2, & M > \text{net}[(N+1)/2] \end{cases} \quad (13)$$

$$\sigma_Q^2 = \begin{cases} \frac{N^2}{M(N-M+1)^2} \sigma_Q^2, & M \leq \text{net}[(N+1)/2] \\ \frac{N^2}{M^2(N-M+1)} \sigma_Q^2, & M > \text{net}[(N+1)/2] \end{cases} \quad (14)$$

通过计算(14)式可得,当 $M = \text{net}[(N+1)/3]$ 时, σ_Q 为最小值,即量化误差得到最大程度的降低。

3.2 数值模拟

为了直观的观察滑动平均算法对提高测量精度的作用,图2是当 $N = 100$, M 从1到100之间变化时,分别根据(13)式和(14)式仿真得到的曲线图,实曲线A表示 σ_Q/σ_Q 随着 M 的变化趋势,虚曲线B表示 $\sigma_{R'}/\sigma_R$ 随着 M 的变化趋势。

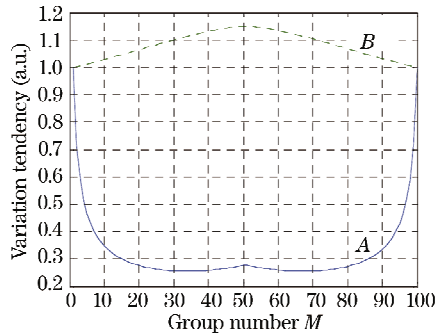


图2 不同分组数对测量精度的影响

Fig. 2 Influence of different grouping parameter on measuring accuracy

从图2可以看出,使用新的测量算法,通过合理地选择分组参数 M , 可以有效的降低量化噪声,随机游走误差仅有少量增加。

图3是当 $M = 10$, N 从20到100之间变化时,分别根据(13)式和(14)式仿真得到的曲线图,实曲线A表示 σ_Q/σ_Q 随着 N 的变化趋势,虚曲线B表示 $\sigma_{R'}/\sigma_R$ 随着 N 的变化趋势。

从图3看出在分组数 M 给定的情况下,随着测量时间增加,量化噪声和随机游走误差都随之降低。

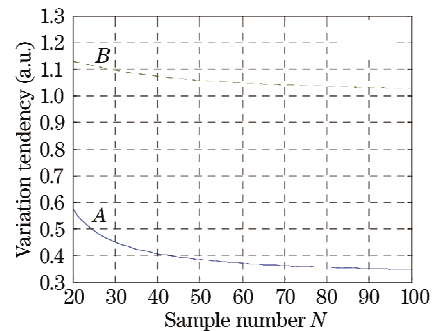


图3 采样点数对测量精度的影响

Fig. 3 Influence of sampling number on measuring accuracy

从上面的数值模拟结果可以发现,当量化噪声为主要的误差因素时,使用滑动平均算法,通过选取合适的分组参数,可以有效的提高静态角速率的测量精度。

4 实验验证

为了验证滑动平均算法对测量精度的提高,使用该算法对表1使用的一个RBRLG实验数据样本进行处理。为了使分组后每组数据的采样时间长度相等,使用滑动平均算法计算RBRLG漂移时,分组参数 M 的选取须保证每组中所包含的采样点数 P ($P = N - M + 1$) 为整数个偏频周期,当分组参数 $M = 13$, 分别计算 $N = 40, 44, 48, \dots, 160$ 时测量结果的均方差 σ_{ω_m} , 图4为新算法与求均值算法测量结果的均方差比较图。

表 2 滑动平均算法测量的方差拟合结果

Table 2 Variance fitting results from moving average algorithm

RBRLG	Experiment	Variance fitting results /($^{\circ}/h$) ²
No. 1	1	$2.3 \times 10^{-8} + 1.9 \times 10^{-8}/T + 3.1 \times 10^{-10}/T^2$
	2	$2.6 \times 10^{-8} + 1.97 \times 10^{-8}/T + 2.1 \times 10^{-10}/T^2$
No. 2	3	$3.1 \times 10^{-8} + 2.29 \times 10^{-8}/T + 2.6 \times 10^{-10}/T^2$
	4	$2.5 \times 10^{-8} + 1.9 \times 10^{-8}/T + 3.1 \times 10^{-10}/T^2$

分别对表 1 使用的 4 个实验数据样本采用滑动平均算法进行处理, 然后对采用不同测量时间的计算结果使用(5)式进行方差拟合, 结果如表 2 所示。

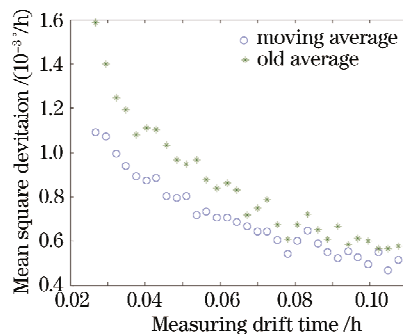


图 4 两种算法测量结果的均方差比较

Fig. 4 Mean square deviation compare of measuring results by two algorithms

从表 2 中可以发现, 与表 1 中的拟合结果相比较, 量化噪声得到了明显的降低, 而其它两个误差项影响不大。按照前面的理论分析结果, $\sigma_{\alpha}^2/\sigma_0^2$ 应约为 0.16, 与实际结果有些差异, 经分析主要是因为拟合本身存在一定的误差, 量化噪声只是近似白噪声^[11], 以及实验结果具有一定随机性等因素的影响。

5 结 论

通过对 RBRLG 的误差进行分析, 得出量化噪声是制约 RBRLG 短时静态角速率测量精度提高的主要误差源, 提出了一种基于滑动平均思想的测量算法, 并从理论分析和数值模拟的角度研究了该算法对抑制量化噪声的作用, 通过根据采样数据点数选取合理的分组参数可以显著的降低量化噪声的影响。对实际的 RBRLG 实验数据计算表明, 与求均值算法相比, 滑动平均算法可以显著降低量化噪声对 RBRLG 静态角速率测量精度的影响。该算法也可以应用于其它类似的场合。

参 考 文 献

1 Zhan Dejun, Qin Shiqiao Zhang Baodong *et al.*. Analysis of the error characteristic of rate-biased laser gyro passing through lock-in [J]. *J. Chinese Inertial Technology*, 2007, **15**(6): 730~731

战德军, 秦石乔, 张宝东等. 速率偏频激光陀螺过锁区误差特性分析[J]. *中国惯性技术学报*, 2007, **15**(6): 730~731

2 Qin Shiqiao, Huang Zongsheng, Wang Xingshu. Feature analysis of the scale factor variation on a constant rate biased ring laser gyro[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(3): 138~141

3 Wang Jinyu. *Research on Laser Gyro Using Rate Biased Technique* [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2000

王锦瑜. 激光陀螺速率偏频技术研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2000

4 Han Zonghu, Feng Peide. Theoretical research on improving the accuracy of laser gyro using rate biased technique[J]. *J. Chinese Inertial Technology*, 2001, **9**(2): 41~59

韩宗虎, 冯培德. 速率偏频技术提高激光陀螺精度的理论研究[J]. *中国惯性技术学报*, 2001, **9**(2): 41~59

5 Zheng Jiahua, Wang Hongli, Zhang Mingyuan *et al.*. Process of laser gyro drift data base on time sequence model [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2008, **27**(1): 102~104

郑佳华, 王宏力, 张明源等. 基于时间序列模型的激光陀螺随机漂移数据处理[J]. *传感器与微系统*, 2008, **27**(1): 102~104

6 Ling Mingxian, Zhang Shuxia. Ring laser gyro random noise analysis and its performance characterization [J]. *J. Chinese Inertial Technology*, 1998, **6**(4): 51~55

凌明祥, 张树侠. 激光陀螺随机噪声分析及其性能评价[J]. *中国惯性技术学报*, 1998, **6**(4): 51~55

7 Ma Xiaoyan, Fu Li. Application of wavelet de-noise in ring laser gyro drift signal analysis and procession [J]. *J. Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2005, **25**(3): 151~154

马小艳, 富立. 小波去噪在激光陀螺漂移信号分析与处理中的应用[J]. *弹载与制导学报*, 2005, **25**(3): 151~154

8 Zhang Daibing. Laser gyro performance estimate method based on allan variance [J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2004, **25**(4): 715~717

张代兵. 一种基于 Allan 方差方法的激光陀螺性能评价方法[J]. *仪器仪表学报*, 2004, **25**(4): 715~717

9 Mark J, Brown A, Matthews T. Quantization reduction for evaluating laser gyro performance using moving average filter[J]. *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing* 1984, **30**(14): 1~4

10 Huang Zongsheng, Qin Shiqiao, Wang Xingshu *et al.*. Error analysis of optical angular encoder and its calibration with ring laser gyro[J]. *Chinese J. Scientific Instrument*. 2007, **28**(10): 1866~1869

黄宗升, 秦石乔, 王省书等. 光栅角编码器误差分析及用激光陀螺标校的研究[J]. *仪器仪表学报*, 2007, **28**(10): 1866~1869

11 Rao Guyin, Li Guangzhu, Yuan Baolun. Countering error in random error test of ring laser gyro [J]. *J. Chinese Inertial Technology*, 2006, **14**(2): 78~8

饶谷音, 李广柱, 袁保伦. 环形激光陀螺随机误差测试中的计数误差[J]. *中国惯性技术学报*, 2006, **14**(2): 78~8