

等效球模型模拟冰晶云反射的误差分析

孙贤明 申 晋 刘 伟 王海华

(山东理工大学电气与电子工程学院, 山东 淄博 255049)

摘要 用射线光学理论计算了具有一定尺度分布的六角冰晶粒子在可见和近红外光谱区一系列波长上(0.2~5 μm)的单次散射特性。利用米氏(Mie)理论,计算了与六角冰晶具有相同截面积的球形粒子的单次散射特性。根据辐射传输理论,应用累加法,分别计算了由冰晶粒子和等效球形粒子构成的卷层云的多次散射特性,计算结果表明当入射波长 $\lambda \approx 3.0 \mu\text{m}$ 时,等效球 Mie 理论可以很好地用于计算卷层云的反射特性,但是当 $\lambda < 2.8 \mu\text{m}$ 时,尤其在可见光区,将引起显著的误差。最后提出了计算冰云光学特性的两种方案。

关键词 物理光学;冰晶粒子;射线光学理论;Mie 理论;累加法

中图分类号 TN011.3 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20092911.2963

Error Analysis of Equivalent Spheres Model for Computing the Reflection Properties of Ice Clouds

Sun Xianming Shen Jin Liu Wei Wang Haihua

(School of Electrical and Electronic Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255049, China)

Abstract The single scattering properties of the hexagonal ice crystals with a gamma particle size distribution were calculated by using the ray-optical theory at some wavelengths located in the visible and infrared spectral region (0.2~5 μm). The single scattering properties of the sphere particles having equal surface area with hexagonal ice crystals are calculated with Mie theory. Based on radiative transfer theory, the reflection properties of cirrostratus consisting of hexagonal ice crystals or equivalent spheres are computed by using the adding-doubling method, respectively. The results show that the Mie scattering calculations at the region of $\lambda \approx 3.0 \mu\text{m}$ give good agreement with the hexagonal ice crystals. However, there are large errors at the region of $\lambda < 2.8 \mu\text{m}$, especially, at the visible region. Finally, the schemes for calculations of the optical properties of ice clouds are proposed.

Key words physical optics; crystal particles; ray optical theory; Mie theory; adding method

1 引 言

水云中包含的粒子大多为球形粒子,因此其光学特性可以由精确的米氏(Mie)理论求解^[1~3],而由六角形冰晶粒子构成的冰云可以由射线光学理论计算^[4]。由于射线光学理论计算大尺寸参数粒子时,所耗费的时间是 Mie 理论的几十倍甚至上千倍,而且在进行冰晶云的遥感反演时需要多个波长进行计算,所以,迄今为止,在冰云辐射特性及其参数化的研究中多采用等效球 Mie 理论。

在可见光波段,球形粒子和六角冰晶粒子的单次散射特性存在很大的差异,在可见光波段,水云的

相函数中有彩虹现象,而冰云的相函数图案呈现出一个强的 22° 和 46° 的晕峰值。因此利用等效球来代替六角冰晶计算冰云的反射特性,究竟会引起多大的误差,需要详细的研究。本文根据射线光学理论计算了卷层云中的六角冰晶的单次散射特性,利用 Mie 理论计算了等效球的散射特性。利用累加法计算了卷层云的多次散射特性。通过数值计算,我们发现,在 $\lambda \approx 3.0 \mu\text{m}$ 附近的波段上,等效球模型可以很好地模拟卷层云中的冰晶粒子。在我们以前的研究工作中发现^[5,6],恰恰在这个波段上,可以利用冰云和水云反射特性的差异进行遥感。

收稿日期: 2008-05-13; 收到修改稿日期: 2008-08-29

基金项目: 国家自然科学基金(60877050)资助课题。

作者简介: 孙贤明(1979—),男,博士,主要从事大气辐射传输研究。E-mail: xmsun@mail.xidian.edu.cn

2 六角冰晶粒子的射线光学方法

当一个冰晶的尺寸远大于入射波长时,可以考虑将光线看作一束由一系列的分立平行光线组成,在平面上这些平行光线由斯涅耳定律确定冰晶外部和内部的反射和折射。假设总场由衍射光线、反射光线和折射光线组成。其中衍射光线会绕过冰晶,而照在冰晶上的光线会经历局域的反射和折射^[4]。

在射线光学追迹方法中,首先需要确定光线的方向,如图 1。

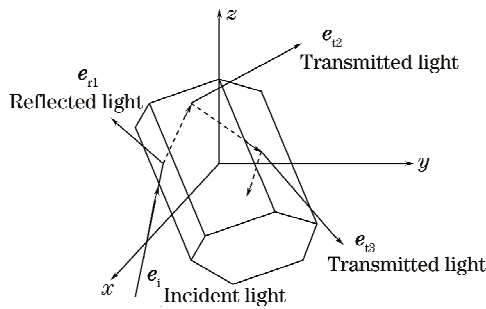


图 1 冰晶的光线追迹几何光路

Fig. 1 Geometrical light-path of crystal's ray tracing

这些光线可以由如下的单位矢量确定:

$$e_{rp} = x_p - 2(x_p \cdot n_p)n_p, p = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

$$e_{tp} = \frac{1}{m_p} \{ x_p - (x_p \cdot n_p)n_p - [m_p^2 - 1 + (x_p \cdot n_p)^2]^{1/2} n_p \}, p = 1, 2, 3, \dots, \quad (2)$$

$$x_p = \begin{cases} e_i, & p = 1 \\ e_{t1}, & p = 2 \\ e_{r(p-1)}, & p \geq 3 \end{cases} \quad (3)$$

其中下标 i, r 和 t 分别表示入射光、反射光和透射光; $p = 1$ 时, $m_p = m$, $p > 1$ 时, $m_p = 1/m$, m 为折射率; n_p 表示垂直于平面的单位矢量。当 $m_p^2 < 1 - (x_p \cdot n_p)^2$ 时发生全反射。根据菲涅耳公式可以计算与光线有关的电场强度,即

$$\begin{cases} E_{rl} = R_l E_{il}, \\ E_{tl} = T_l E_{il}, \\ E_{rv} = R_v E_{iv}, \\ E_{tv} = T_v E_{iv}. \end{cases} \quad (4)$$

当考虑冰晶粒子的吸收时,振幅系数为

$$\begin{cases} R_l = \frac{N_r \cos \theta_i - \cos \theta_t}{N_r \cos \theta_i + \cos \theta_t} \\ R_v = \frac{\cos \theta_i - N_r \cos \theta_t}{\cos \theta_i + N_r \cos \theta_t} \end{cases} \text{和} \begin{cases} T_l = \frac{2 \cos \theta_i}{N_r \cos \theta_i + \cos \theta_t} \\ T_v = \frac{2 \cos \theta_i}{\cos \theta_i + N_r \cos \theta_t} \end{cases}, \quad (5)$$

其中下标 l 和 v 分别表示平行和垂直的偏振分量,且

$$N_r = \frac{\sqrt{2}}{2} \{ m_s^2 - m_x^2 + \sin^2 \theta_i +$$

$$[(m_s^2 - m_i^2 - \sin^2 \theta_i)^2 + 4m_i^2 m_s^2]^{1/2} \}^{1/2}, \quad (6)$$

式中 m_s 和 m_x 分别为折射率的实部和虚部。

对于一给定的小散射角间隔,在给定的方向上对光线的能量求和,可以得到散射过程分量的相函数。令反射和折射分量以及衍射分量的相函数分别表示为 $P_r(\theta)$ 和 $P_d(\theta)$, 则归一化的相函数为

$$P(\theta) = (1 - f_d)P_r(\theta) + f_d P_d(\theta), \quad (7)$$

其中 $f_d = 1/[2\bar{\omega}(1 - f_d)]$, 它是与两个相互平行的棱镜面产生的 0° 折射有关的 δ 透射; $\bar{\omega}$ 为单次散射反照率,可根据单根光线的吸收和恒定消光效率来确定。

不对称因子为辐射传输中的一个重要参数,它表示了前向散射的相对强度。其定义为相函数的一阶矩,即

$$g = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(\cos \theta) \cos \theta d\cos \theta. \quad (8)$$

3 六角冰晶粒子和等效球形粒子的单次散射特性

云中冰晶粒子的典型形状为六角柱状和盘状,我们假设冰晶粒子为六角盘状。 L 代表盘状粒子的棱长, r 代表半径。根据实测结果^[7], 两者的关系为:

$$L = 2.4883r^{0.474}, \quad (9)$$

如果知道了等效球形粒子的截面积,根据两者截面积相等,以及(1)式可以得到冰盘的棱长和半径。冰晶的尺度分布用伽玛函数表示,即

$$n(r) = C \times r^\alpha \exp\left(-\frac{\alpha r}{r_c}\right), \quad (10)$$

其中 C 为归一化常数, r_c 为粒子的有效半径,定义为

$$r_c = \frac{\int Vn(r)dr}{\int An(r)dr}, \quad (11)$$

其中 V 为粒子的体积, A 为粒子的截面积。

由于冰晶云中的盘状冰晶颗粒是非球形粒子,因此对于一群非球形粒子来说,其散射特性由各个粒子相对于入射光束的方位和大小来决定。因此对于空间中任意取向、大小服从一定分布的非球形粒子来说,其散射相函数为^[14]:

$$P(\theta) = \frac{1}{2\pi\sigma_s} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} n(r) P(\alpha', \gamma', r) \sigma'_s(\alpha', \gamma', r) \sin \alpha' d\alpha' d\gamma' dr, \quad (12)$$

其中散射截面 σ_s 为^[4]：

$$\sigma_s = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} n(r) \sigma'_s(\alpha', \gamma', r) \sin \alpha' d\alpha' d\gamma' dr, \quad (13)$$

我们计算了典型的卷层云^[8]的单次散射特性，其有效半径为 $r_e = 42 \mu\text{m}$ ，(10)式中 α 取为 4。

图 2 给出了不对称因子随波长的变化，当 $\lambda < 2.0 \mu\text{m}$ 时，两者的差别较大，而且波长越短差别越大；当 $\lambda > 2.0 \mu\text{m}$ 时，两者的差别很小。冰晶粒子对所采用的 6 个波长的折射率分别为 $1.31 + i1.088 \times 10^{-6}$ ， $1.30 + i1.96 \times 10^{-6}$ ， $1.27 + i1.244 \times 10^{-3}$ ， $1.03 + i6.8 \times 10^{-2}$ ， $1.39 + i0.605$ ， $1.34 + i1.74 \times 10^{-2}$ ，其中虚数部分代表了吸收。图 3~图 5 所采用的计算波长和粒子尺寸与图 2 相同。

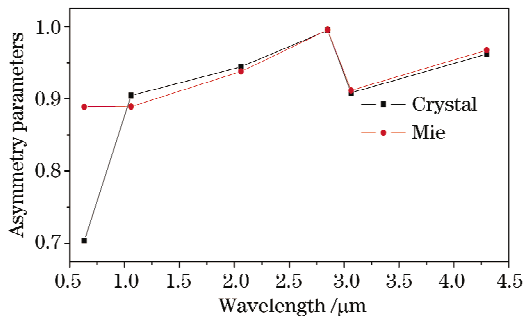


图 2 根据射线光学理论和 Mie 理论计算的两种不同构成冰晶云的不对称因子

Fig. 2 Asymmetry factors of two types of ice crystal clouds obtained from ray optics theory and Mie theory

图 3 给出了卷层云中六角盘状冰晶和等效球形粒子的单次散射反照率随波长的变化，在可见光波段两者的差别很小，在近红外的各个波长上，两者的差别较大，在 $2.849 \mu\text{m}$ 处，单次散射反照率有一个极小值，这是因为在这个波段，冰的折射率实部接近于 1，虚部也很大，导致吸收占据了支配地位。

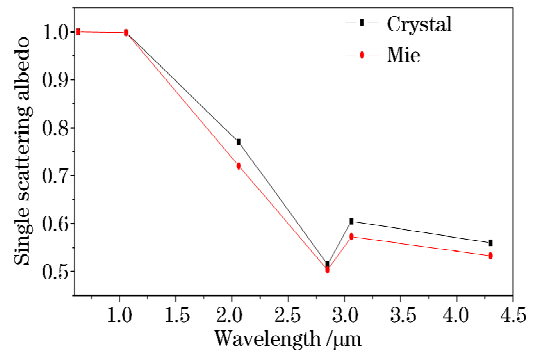


图 3 两种不同构成云层的单次散射反照率

Fig. 3 Single scattering albedos of two types of clouds

图 4 给出了几种不同波长的太阳光入射时具有伽玛分布的六角冰晶和具有相同截面积的球形粒子的相函数，从图中可以看出，当 $\lambda < 2.8 \mu\text{m}$ 时，球体的相函数在约 140° 的彩虹角处有极大值；而基于六边形的冰晶的相函数，则呈现出一个强的 22° 和 46° 晕峰值。很显然两种相函数有着显著的不同。但是当 $\lambda > 2.8 \mu\text{m}$ 时，由于冰的吸收，两种相函数的差别很小，而且彩虹和晕现象都消失了，而只有前向衍射峰。

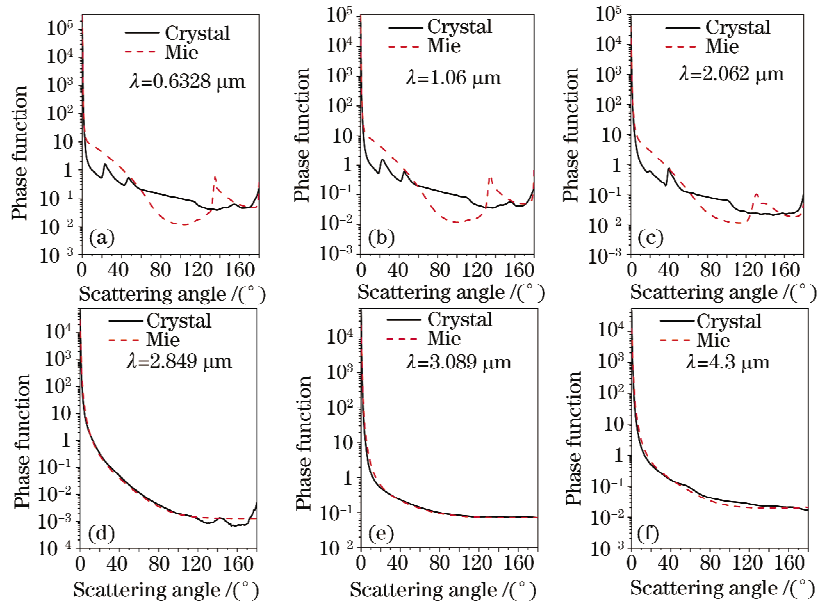


图 4 两种模型的冰晶云的相函数

Fig. 4 Phase functions of two types of ice crystal clouds

4 冰晶云的多次散射特性

光波在云层中传输时,需要经历多次散射,辐射强度满足辐射传输方程^[9]

$$\begin{aligned} \cos \theta \frac{dI(\tau, \vartheta, \vartheta_0, \phi)}{d\tau} + I(\tau, \vartheta, \vartheta_0, \phi) = \\ \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi' \int_0^\pi I(\tau, \vartheta', \vartheta_0, \phi') P(\theta) \sin \vartheta' d\vartheta' + \\ \frac{\omega_0}{4\pi} SP(\theta) \exp(-\tau \sec \vartheta_0), \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $I(\tau, \vartheta, \vartheta_0, \phi)$ 为光学厚度为 τ 处的辐射强度(辐射亮度),而 $P(\theta)$ 为相函数,并且 θ 为散射角, ω_0 为云层的单次散射反照率, S 为入射光方向的太阳通量密度。散射角与入射角以及观测角的关系为^[2]:

$$\begin{aligned} \cos \theta' &= \cos \vartheta \cos \vartheta' + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos(\phi - \phi') \\ \cos \theta &= \cos \vartheta \cos \vartheta_0 + \sin \vartheta \sin \vartheta_0 \cos \phi, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 ϑ_0 表示入射角, ϑ 为观测角, $\phi - \phi'$ 为入射角和观测角的方位角之差。

在这里要求的是云层的上反射,因此只需要求出 $I(0, \vartheta, \vartheta_0, \phi)$, 或者求出反射函数 $R(\mu_0, \mu, \phi)$ (μ_0 为入射角 ϑ_0 的余弦, μ 为观测角 ϑ 的余弦, ϕ 为方位角):

$$R(\mu_0, \mu, \phi) = \frac{I_r(\mu_0, \mu, \phi)}{I^*(\mu_0)}, \quad (16)$$

其中 $I_r(\mu_0, \mu, \phi)$ 为反射和透射的辐射强度(辐射亮度), $I^*(\mu_0) = I_0 \mu_0$ 为被理想的 Lambertian 反射体反射的光强, πI_0 为垂直于入射方向上单位面积的入射光的辐照度。

平面反照率可以由反射函数得到,即

$$A_p(\mu_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \mu d\mu \int_0^{2\pi} R(\mu_0, \mu, \phi) d\phi, \quad (17)$$

辐射传输方程的求解是一个比较困难的问题,已有的解法主要有:累加法^[10],离散坐标法^[11]等。本文利用累加法来计算云层的多次散射。我们假设云层为平面平行的半无界各向同性粒子层。

图 5 给出了半无界冰晶云对六种波长的光波的平面反照率。从图中可以看出,当 $\lambda = 2.849 \mu\text{m}$ 时,六角冰晶粒子和球形粒子的平面反照率的差别最小,当 $\lambda < 2.0 \mu\text{m}$ 时,即在可见光和近红外波段时,两者的差别较大。这是因为,在这些波长上,冰的吸收较小,光波在云层中传输时要经历很多次散射,单次散射相函数的差异将起到重要的作用。而当 $\lambda = 2.849 \mu\text{m}$ 时,吸收占据了主导地位,导致两者的相函数非常接近,而且散射的次数大大减少。因此在 $\lambda < 2.0 \mu\text{m}$ 的波段上用等效球 Mie 理论来计算卷层云的反射将造成较大的误差。但是,太阳辐射能的 95% 以上集中在 $\lambda < 2.0 \mu\text{m}$ 波段,所以在这个波段卷层云光学特性的较大误差,必然导致卷层云辐射特性的较大误差,因此等效球 Mie 理论是不适用的。可能的解决方法有两种,一是在大量数值试验的基础上,建立冰云光谱光学特性的参数化公式;二是建立 Mie 理论散射特性参数与射线光学理论散射特性参数的关系来修正 Mie 理论的计算结果,可使 Mie 理论有效地用于冰云散射或辐射问题的研究。

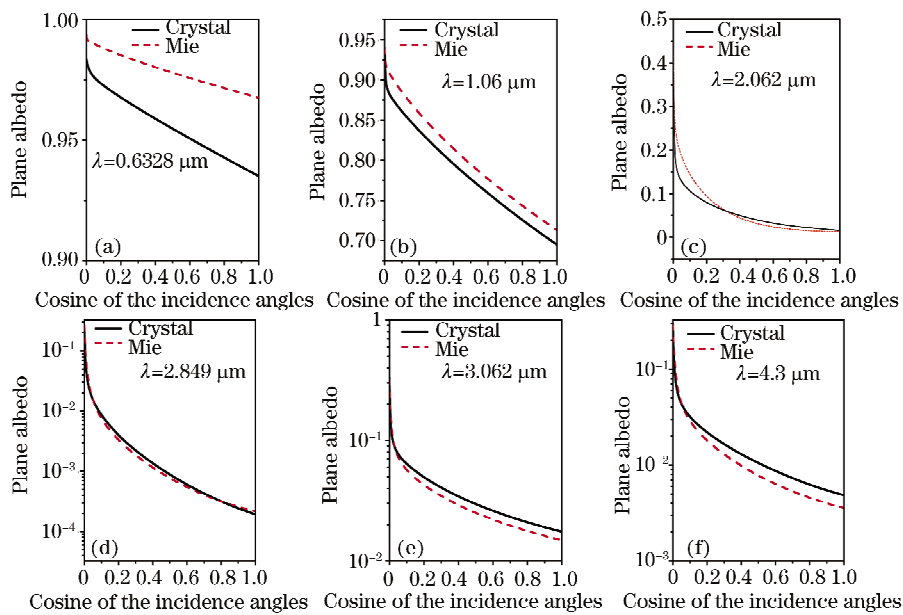


图 5 两种模型的卷层云的平面反照率

Fig. 5 Phase albedos of two types of clouds

5 结 论

本文利用射线光学理论和 Mie 理论对由六角冰晶粒子和等效球形粒子构成的卷层云, 在 $0.2 \sim 5 \mu\text{m}$ 之间的六个波长上, 计算了其单次散射和多次散射特性。在 $\lambda < 1.0 \mu\text{m}$ 时, 单次散射反照率误差很小, 但是不对称因子和相函数的误差很大。随着波长的增加, 不对称因子的差别越来越小, 平面反照率的差别相对较大。当 $\lambda = 2.849$ 和 $3.089 \mu\text{m}$ 时, 平面反照率的差别最小, 随着波长的增大两者的差别又开始增大, 因此在 $\lambda = 3.0 \mu\text{m}$ 附近的波长上, 等效球模型是可以用来模拟卷层云中的六角冰晶粒子的。而在我们以前的研究工作中发现, 恰恰在这个波段上, 可以利用冰云和水云反射特性的差异进行遥感, 因此本文的研究具有重要的实际意义。

参 考 文 献

- 1 Han Yiping, Du Yungang. Electromagnetic scattering for a non-spherical aerosols with arbitrary shaped beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(4): 630~633
韩一平, 杜云刚. 非球形大气粒子对任意波束的电磁散射特性[J]. *光学学报*, 2006, **26**(4): 630~633
- 2 Hao Zengzhou, Pan Delu, Gong Fang *et al.*. Optical radiance characteristics of sea fog based on remote sensing[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(12): 2420~2426
郝增周, 潘德炉, 龚芳等. 海雾的遥感光学辐射特性[J]. *光学学报*, 2008, **28**(12): 2420~2426
- 3 Jiang Huifen, Han Xiange, Li Renxian. Improved algorithm of electromagnetic scattering by a multilayered cylinder of infinite length for normal incidence and its application[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 265~271
姜会芬, 韩香娥, 李仁先. 垂直入射时无限长分层柱电磁散射的改进算法及应用[J]. *光学学报*, 2007, **27**(2): 265~271
- 4 Liou K. N. An introduction to atmospheric radiation [M]. (second edition) Elsevier Science, 2002
- 5 Sun Xianming, Han Yiping. Absorption and scattering of light by ice-water mixed clouds[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(2): 682~689
孙贤明, 韩一平. 冰水混合云的吸收和散射特性[J]. *物理学报*, 2006, **55**(2): 682~689
- 6 Sun Xiangming, Han Yiping. Reflection of polarized light in ice-water mixed clouds[J]. *J. Electromagn. waves and Appl*, 2006, **20**(2): 1655~1665
- 7 Yang P, Liou K. N. Parameterization of the scattering and absorption properties of individual ice crystals[J]. *J. Geophysical Research*, 2000, **105**(4): 4699~4718
- 8 Liou K. N, Takano Y, Ou S C, Johnson M. W. Laser transmission through thin cirrus clouds[J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(27): 4886~4894
- 9 Van de Hulst HC. Multiple lights scattering; tables, formulas and application [M]. New York: Academic Press, 1980; 150~200
- 10 Hansen J E, Travis L D. Light scattering in planetary atmospheres[J]. *Space Science Reviews*, 1974, **16**: 527~610
- 11 K. Stamnes, S. C. Tsay, W. Wiscombe *et al.*. Numerically stable algorithm for discrete-ordinate-method radiative transfer in multiple scattering and emitting layered media[J]. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(12): 2502~2509