

文章编号: 0253-2239(2009)11-2958-05

# 部分相干涡旋光束在大气湍流中的远场传输特性

付文羽 李高清 刘小军

(陇东学院物理与电子工程学院, 甘肃 庆阳 745000)

**摘要** 运用广义惠更斯-菲涅耳原理,详细研究了部分相干涡旋光束在湍流介质中的远场传输规律。研究表明,部分相干涡旋光束的光谱相干度及光强分布与光束的拓扑电荷数、空间相对相干长度及湍流介质的折射率结构常数等因素有关。在湍流介质中,光谱相干度存在相位奇点,并且随着空间相对相干长度的增大,相干涡旋逐渐演化为强度涡旋,而湍流介质的强弱对部分相干涡旋光束的影响则相反,随着湍流介质的折射率常数的增大,强度涡旋逐渐演化为相干涡旋。

**关键词** 物理光学;相干涡旋;部分相干光束;大气湍流;光谱相干度

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092911.2958

## Propagation of Partially Coherent Vortex Beams in the Turbulent Atmosphere

Fu Wenyu Li Gaoqing Liu Xiaojun

(Department of Physics, Long-Dong University, Qingyang, Gansu 745000, China)

**Abstract** Based on the extended Huygens-Fresnel principle, the spatial correlation properties of partially coherent vortex beams in the turbulent atmosphere are studied synthetically in the paper. It is shown that the spectral degree of coherence and intensity of partially coherent vortex beams depend on topological charges, spatial relative coherence length and refractive index fluctuation et al. In the turbulent atmosphere, the spectral degree of coherence is shown to possess phase singularities, with the increase of spatial relative coherence length, coherence vortex gradually evolves into intensity vortex. Oppositely, with the increase of refractive index fluctuation, intensity vortex evolves into coherence vortex.

**Key words** physics optics; coherence vortex; partially coherent beams; turbulent atmosphere; spectral degree of coherence

### 1 引 言

激光束在大气湍流中的传输特性对于遥感、跟踪以及远距离通讯等应用有着相当重要的意义<sup>[1~5]</sup>,然而,由于大气湍流会引起完全相干光的快速扩展而使其在大多数实际应用中受到了限制。自1990年来,Wu等<sup>[1]</sup>从理论上证明,在一定的条件下,部分相干光较完全相干光受到大气湍流的影响要小以来,部分相干光在随机介质中的传输已成为一个研究的热点。

近来,具有相位奇点的光束——涡旋光束由于其

奇异的特性和潜在的应用价值引起了人们的广泛关注,并逐步形成了现代光学的前沿之一——奇点光学<sup>[6~15]</sup>。奇点光学的研究范畴最初主要限于完全空间相干单色光,近年来,Wolf等将奇点光学的范围进一步拓展,包括研究多色光的光谱异变行为和部分相干光的相位奇异性等。文献[8,9]分析了准单色部分相干光的奇点,指出传统的强度涡旋可视为相干涡旋的特例,当光场的空间相干性增加时相干涡旋可逐渐演变为强度涡旋。文献[10]研究了部分相干涡旋光束在自聚焦非线性介质中的传输,文献[11]证实了光

收稿日期: 2008-09-10; 收到修改稿日期: 2008-11-14

基金项目: 甘肃省高校研究生导师科研项目计划(0810-1)资助课题。

作者简介: 付文羽(1963—),男,硕士,教授,主要从事衍射光学及光电微弱信号检测等方面研究。

E-mail: qytcfwy@sina.com.cn

学涡旋能够存在于增益(损耗)介质中。到目前为止,有关部分相干涡旋光束在湍流介质中的传输规律的研究很少,因此,研究这种光束在湍流介质的传输及其应用具有相当重要的意义。

本文从具有相干奇点的高斯-谢尔模型光束出发,运用广义惠更斯-菲涅耳原理,详细研究了部分相干涡旋光束在湍流介质中的远场传输规律,证实湍流介质中存在稳定的相干涡旋,分析了光束的拓扑电荷数、湍流强弱及光束的空间相对相干长度对光束相干涡旋的影响,并对结果给出了物理解释。

## 2 理论分析

部分相干光束在入射面  $z = 0$  处的交叉谱密度函数可表示为

$$W_0(\rho_{10}, \rho_{20}, 0) = [E^*(\rho_{10}, \varphi_{10}, 0) \cdot E(\rho_{20}, \varphi_{20}, 0)], \quad (1)$$

式中  $\rho_{10}, \rho_{20}, \varphi_{10}, \varphi_{20}$  分别为柱坐标系下光源平面上任意两点的位置矢量及相应的角坐标,  $E(\rho, 0)$  为光源平面内光束的电场分量,角标 \* 表示复共轭,  $\langle \rangle$  表示对光场的系综平均。

根据描述部分相干光的高斯-谢尔模型光束,设入射到源平面上具有拓扑荷为  $\pm m$  的部分相干涡旋光束的交叉谱密度函数为<sup>[8~9]</sup>

$$W_0(\rho_{10}, \rho_{20}, 0) = E_0^2 \cdot \left(\frac{\rho_{10} \cdot \rho_{20}}{w_0}\right)^m \cdot \exp\left[-\frac{(\rho_{10} - \rho_{20})^2}{\sigma_0^2} - \frac{\rho_{10}^2 + \rho_{20}^2}{w_0^2}\right] \cdot \exp[-im(\varphi_{10} + \varphi_{20})] \quad (2)$$

式中  $E_0$  为光强常数,  $w_0$  为光束腰斑半径,  $\sigma_0$  为光束的空间相干长度,  $m$  为涡旋光束的拓扑荷。根据广义惠更斯-菲涅耳原理,在  $z > 0$  平面内任意一点光束的电场分量  $E(\rho, z)$  可由光源平面内光束的电场分量  $E(\rho, 0)$  确定如下

$$E(\rho, z) = \frac{ik}{2\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(\rho, 0) \cdot \exp\left[-\frac{ik}{2z}(r - \rho)^2 + \Psi(r, \rho, z)\right] d^2 r, \quad (3)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  为入射光波长,  $\Psi(r, \rho, z)$  代表光束从源平面传输到观察平面的过程中,大气湍流对其复相位的扰动。在  $z > 0$  平面内,光场的交叉谱密度函数为

$$W(\rho_1, \rho_2, z) = [E^*(\rho_1, \varphi_1, z) \cdot E(\rho_2, \varphi_2, z)], \quad (4)$$

式中  $\rho_1, \rho_2, \varphi_1, \varphi_2$  分别为柱坐标系下观察平面上任意两点的位置矢量及相应的角坐标,  $E(\rho, z)$  为光源平面内光束的电场分量。

将(3)式代入(4)式得到湍流介质中光场的交叉谱密度函数为<sup>[12]</sup>

$$W(\rho_1, \rho_2, z) = \frac{k^2}{4\pi^2 z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_0(\rho_{10}, \rho_{20}, 0) \cdot \exp\left[-\frac{ik}{2z}(r_1 - \rho_1)^2 + \frac{ik}{2z}(r_2 - \rho_2)^2\right] \times \\ \{\exp[\Psi(r_1, \rho_1, z) + \Psi^*(r_2, \rho_2, z)]\} d^2 r_1 d^2 r_2, \quad (5)$$

其中  $\{\exp[\Psi(r_1, \rho_1, z) + \Psi^*(r_2, \rho_2, z)]\} = \exp[-0.5D_\phi(r_1 - r_2)] = \exp\left[-\frac{1}{\rho_0^2}(r_1 - r_2)^2\right]$ , (6)

式中  $D_\phi(r_1 - r_2)$  为相位结构常数,  $\rho_0 = (0.545C_n^2 \cdot k^2 \cdot z)^{-3/5}$  为球面波在湍流介质中传输的相干长度,  $C_n^2$  为折射率结构常数,用来表征湍流的强弱。

为了研究部分相干涡旋光束在湍流介质中的传输规律,本文取光束的拓扑电荷数  $m = 1, 2, 3$ ,并将(6)式柱面坐标系中各量转换为直角坐标系中各量,在远场近似条件下经过复杂运算可得湍流介质中不同拓扑电荷数时光场的交叉谱密度函数,由于篇幅所限,本文给出了  $m = 1$  时光场的交叉谱密度函数为

$$W(x_1, y_1, x_2, y_2, z) = \frac{k^2 \pi^2}{4z^2 (g^2 - \gamma^2)^2} \left[ \frac{\gamma \cdot g^2}{(g^2 - \gamma^2)} (x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2) + \frac{g^2 + \gamma^2}{g^2 - \gamma^2} (x_1 x_2 + y_1 y_2) + \frac{4z^2 \gamma}{k^2} + \right. \\ \left. i(x_2 y_1 - x_1 y_2) \right] \exp\left[ \frac{k^2 g (x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2) + 2\gamma k^2 (x_1 x_2 + y_1 y_2)}{4z^2 (g^2 - \gamma^2)} \right], \quad (7)$$

式中

$$g = -(1/\sigma_0^2 + 1/w^2 + 1/\rho_0^2), \quad (8)$$

$$\gamma = 1/\sigma_0^2 + 1/\rho_0^2, \quad (9)$$

由(7)式可得涡旋光束的光谱相干度为

$$\mu(x_1, y_1, x_2, y_2, z) = \frac{W(x_1, y_1, x_2, y_2, z)}{[I(x_1, y_1, z) \cdot I(x_2, y_2, z)]^{1/2}} \quad (10)$$

式中

$$I(x_i, y_i, z) = W(x_i, y_i, x_i, y_i, z), \quad (i = 1, 2) \quad (11)$$

表示光场中任意点  $(x_i, y_i)$  的光强。从(10)–(11)式可以看出,部分相干涡旋光束的光谱相干度及光强分布与光束的空间相对相干长度  $\sigma_0/w_0$ , 光束的拓扑电荷数  $m$ , 光波在湍流介质中传输的的折射率结构常数  $C_n^2$  以及观察点的位置  $(x_i, y_i)$  等因素有关。

### 3 数值计算及分析

为了更清楚的阐明部分相干涡旋光束在湍流介质中的传输规律,利用(10)、(11)式进行了数值计算,计算所用光源参数为  $w_0 = 10^{-2} \text{ m}$ ,  $\lambda = 6.328 \times$

$10^{-7} \text{ m}$ ,瑞利长度  $z_0 = k \cdot w_0^2/2$ 。观察场点选择在  $z = 20z_0$  的平面上,其余计算参数如图所示。图1给出了不同的拓扑电荷数、不同的强弱的湍流介质及不同的空间相对相干长度时,光束在观察平面上光强分布。从图1可以看出,随着光束的拓扑电荷数的增大及空间相对相干长度  $\sigma_0/w_0$  的增大,部分相干涡旋光束的中心光强逐渐减小,光强分布由高斯分布转化为空心分布[图1(a)、图1(b)],而随着湍流介质的折射率常数  $C_n^2$  的增大,部分相干涡旋光束的中心光强则逐渐增大,光强分布由空心分布逐渐转化为高斯分布[图1(c)]。

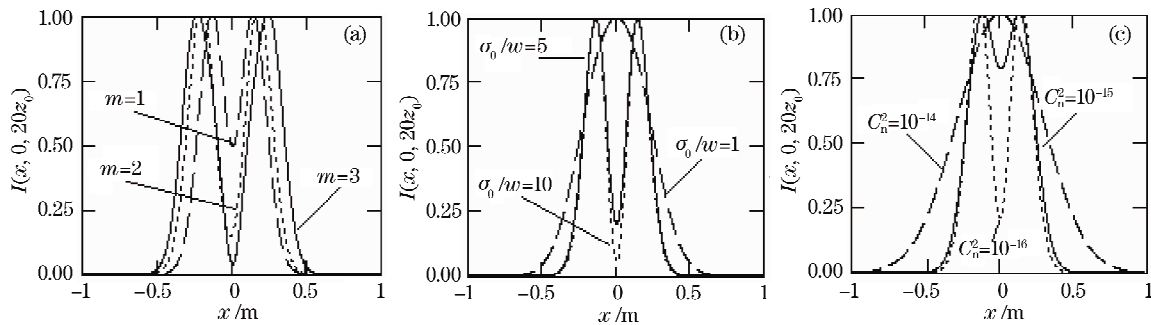


图1 湍流介质中部分相干涡旋光束归一化光强  $I$  的分布。(a)光强  $I$  随拓扑荷  $m$  的变化(湍流介质的折射率常数  $C_n^2 = 10^{-19}$ , 空间相对相干长度为  $\sigma_0/w = 5$ );(b)光强  $I$  随相对相干长度  $\sigma_0/w$  的变化(拓扑荷  $m = 1$ , 湍流介质的折射率常数为  $C_n^2 = 10^{-19}$ );(c)光强  $I$  随湍流介质的折射率常数  $C_n^2$  的变化(拓扑荷  $m = 1$ , 空间相对相干长度为  $\sigma_0/w = 5$ )

Fig. 1 Distribution of normalized intensity in the turbulent atmosphere for partially coherent vortex beams. (a) normalized intensity versus topological charge (refractive index fluctuation  $C_n^2 = 10^{-19}$ , spatial relative coherence length  $\sigma_0/w = 5$ ); (b) normalized intensity versus spatial relative coherence length (topological charge  $m = 1$ , refractive index fluctuation  $C_n^2 = 10^{-19}$ ); (c) normalized intensity versus refractive index fluctuation (topological charge  $m = 1$ , spatial relative coherence length  $\sigma_0/w = 5$ )

图2~图4分别给出了观察平面上光束拓扑电荷数不同、空间相对相干长度不同及湍流强弱不同的情况下,部分相干涡旋光束的空间相干度(绝对值)及对应的等相位线的变化。图中“·”表示相干涡旋点,各等相位线间的相位差为  $\pi/4$ ,  $x_1 = -0.5w_0$ ,  $y_1 = 0.5w_0$ 。其他计算参数如图2~图4所示。从图2~图4可以看出,在湍流介质中存在相干涡旋,涡旋点处部分相干光束的相干度振幅为零,  $|\mu(x_1, y_1, x_2, y_2, z)| = 0$ , 多条等相位线通过涡旋点,意味着该点相位不确定,且属于圆刃型位错<sup>[13]</sup>,

通过位错线边沿,发生  $\pi$  相位跃变。图2表明在湍流介质确定的情况下,光束的拓扑电荷数不同,相干涡旋分布不同。从图3可以看出,在弱湍流介质中,光束相干涡旋分布与空间相对相干长度有关,随着空间相对相干长度  $\sigma_0/w$  的增大,上涡旋点由  $(x_2 = 0.33, y_2 = 0.33)$  沿着与  $x_2$  轴成  $45^\circ$  的对角线下移至圆心  $(x_2 = 0, y_2 = 0)$  处,而下涡旋点由  $(x_2 = -0.33, y_2 = -0.33)$  上移至圆心  $(x_2 = 0, y_2 = 0)$  处,与上涡旋点重合,相干涡旋逐渐演化为强度涡旋<sup>[8,9]</sup>。从图4可见,随着湍流介质的折射率常数的

增大,上涡旋点沿与  $x_2$  轴成  $135^\circ$  的对角线由无限远处逐渐下移至点  $(x_2 = 0.18, y_2 = -0.18)$  处,而下涡旋点由圆心  $(x_2 = 0, y_2 = 0)$  处下移至  $(x_2 = 0.18,$

$y_2 = -0.18)$  点,强度涡旋逐渐演化为两相干涡旋点。

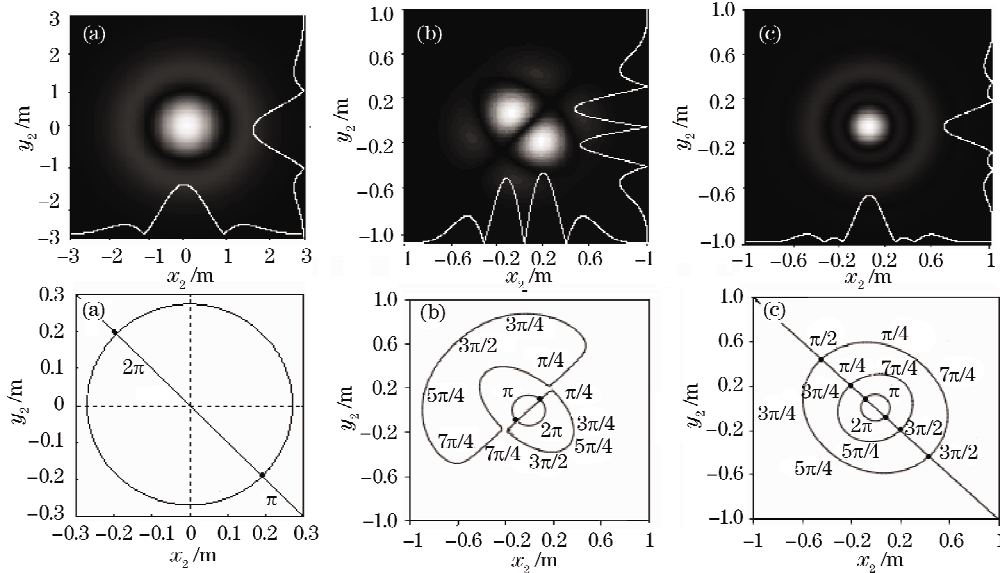


图 2 湍流介质中部分相干涡旋光束的光谱相干度(绝对值)及等相位线随拓扑电荷数的变化

(a)  $m=1$ ; (b)  $m=2$ ; (c)  $m=3$  (湍流介质的折射率常数为  $C_n^2 = 10^{-18}$ , 空间相对相干长度为  $\sigma_0/w = 0.5$ )

Fig. 2 Degrees of spatial coherence (absolute value) and phase contour line versus different topological charge in the turbulent atmosphere for partially coherent vortex beams (a)  $m=1$ ; (b)  $m=2$ ; (c)  $m=3$  (refractive index fluctuation  $C_n^2 = 10^{-18}$ , spatial relative coherence length  $\sigma_0/w = 0.5$ )

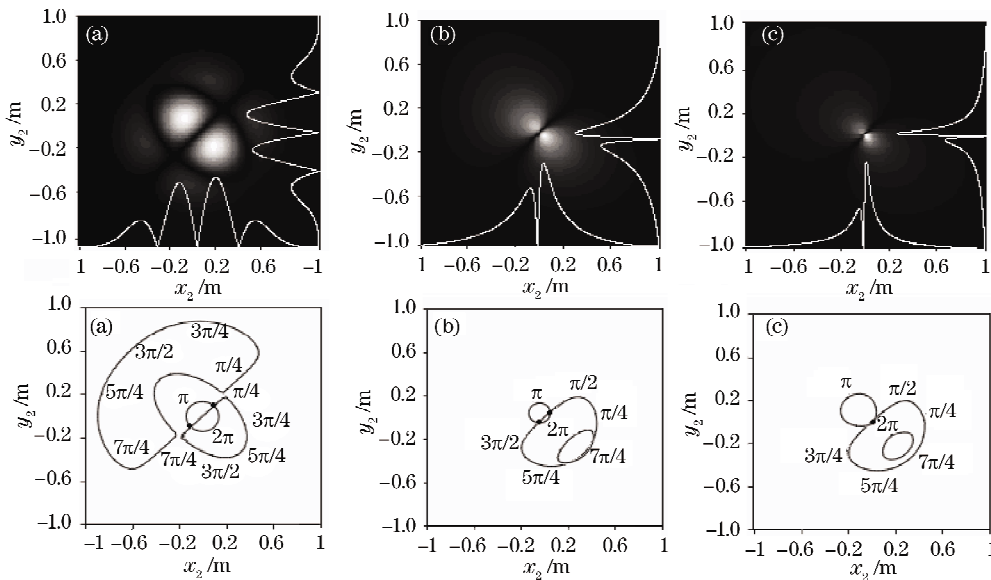


图 3 湍流介质中部分相干涡旋光束的光谱相干度(绝对值)及等相位线随空间相对相干长度  $\sigma_0/w$  的变化

(a)  $\sigma_0/w = 0.5$ ; (b)  $\sigma_0/w = 5$ ; (c)  $\sigma_0/w = 10$  (湍流介质的折射率常数为  $C_n^2 = 10^{-18}$ , 拓扑电荷数  $m=2$ )

Fig. 3 Degrees of spatial coherence (absolute value) and phase contour line versus spatial relative coherence length  $\sigma_0/w$  in the turbulent atmosphere for partially coherent vortex beams (refractive index fluctuation  $C_n^2 = 10^{-18}$ , topological charge  $m=2$ )

部分相干涡旋光束在湍流介质中的光强及相干涡旋的这种变化规律可用(8)式、(9)式及公式  $\rho_0 = (0.545 C_n^2 \cdot k^2 \cdot z)^{-3/5}$  得到解释:从公式中可以看出大

气湍流的强弱和光束的空间相对相干长度对光束的影响起着相反作用,即湍流介质的折射率常数越小,光束达到相同变化所需要的空间相对相干长度越大。

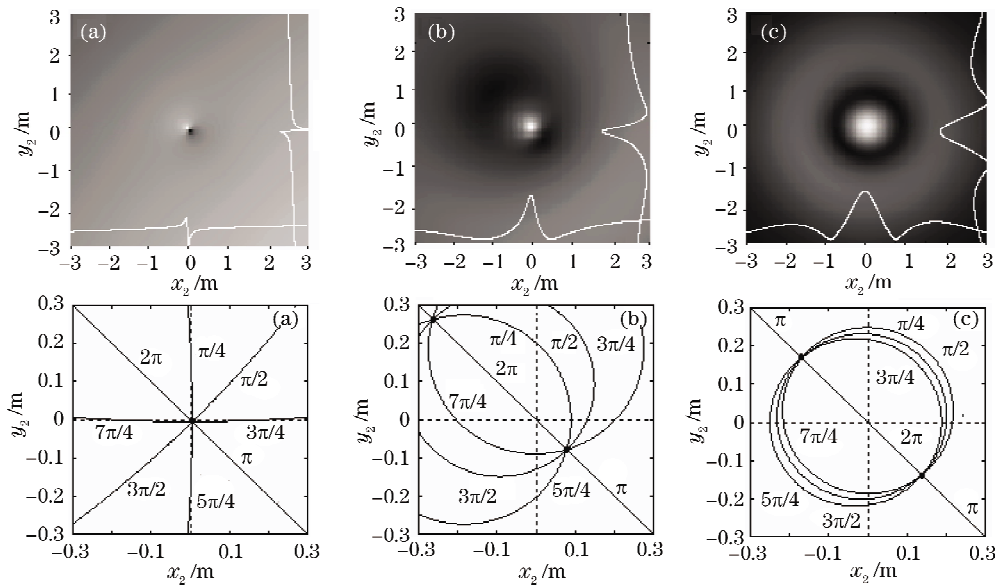


图4 湍流介质中部分相干涡旋光束的光谱相干度(绝对值)及等相位线随湍流介质的折射率常数的变化  
(a)  $C_n^2 = 10^{-17}$ ; (b);  $C_n^2 = 2 \times 10^{-16}$ ; (c)  $C_n^2 = 10^{-15}$  (空间相对相干长度为  $\sigma_0/w = 0.5$ , 拓扑电荷数  $m = 1$ )

Fig. 4 Degrees of spatial coherence (absolute value) and phase contour line versus refractive index fluctuation in the turbulent atmosphere for partially coherent vortex beams (a)  $C_n^2 = 10^{-17}$ ; (b);  $C_n^2 = 2 \cdot 10^{-16}$ ; (c)  $C_n^2 = 10^{-15}$  (spatial relative coherence length  $\sigma_0/w = 0.5$ , topological charge  $m = 1$ )

## 4 结 论

本文从具有相干奇点的高斯-谢尔模型光束出发,运用广义惠更斯-菲涅耳原理,详细研究了部分相干涡旋光束在湍流介质中的传输规律。数值计算结果表明,部分相干涡旋光束的光谱相干度及光强分布与光束的拓扑电荷数、空间相对相干长度  $\sigma_0/w_0$  以及光波在湍流介质中传输的折射率结构常数等因素有关。在湍流介质中,光谱相干度存在相位奇点,并且随着空间相对相干长度的增大,相干涡旋逐渐演化为强度涡旋,而湍流介质的强弱对部分相干涡旋光束的影响则相反,随着湍流介质的折射率常数的增大,强度涡旋逐渐演化为相干涡旋。这种新特点是部分相干光源本身的性质与湍流介质共同作用的结果。

## 参 考 文 献

- 1 J. Wu, A. D. Boardman. Coherence length of a Gaussian Schell-model beams and atmospheric turbulence[J]. *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**(7): 1355~1363
- 2 G. Gbur, E. Wolf. Spreading of partially coherent beams in random media [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(8): 1592~1598
- 3 T. Shirai, A. Dogariu, E. Wolf. Directionality of Gaussian Schell-model beams propagating in atmospheric turbulence[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(8): 610~612
- 4 Ji Xiaoling, Zhang Tao, Chen Xiaowen *et al.*. Spectral properties of flat-topped beams propagating through atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 12~16  
季小玲,张涛,陈晓文等. 平顶光束通过湍流大气传输的光谱特性[J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 12~16
- 5 Pan Pingping, Dan Youquan, Zhang Bin. Propagation of partially coherent flat-topped beams in gradient-index media [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1252~1256  
潘平平,但有全,张彬. 部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的传输特性[J]. *光学学报*, 2008, **28**(7): 1252~1256
- 6 Soskin M S, Vasnnetsov M V, Pas'ko V A. Transversal optical vortex[J]. *Opt. Commun.*, 2001, **198**(1-3): 49~56
- 7 Gbur G, Visser T D, Wolf E. Anomalous behavior of spectra near phase singularities of focused wave [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(1): 013901~013907
- 8 Gbur G, Visser T D, Wolf E. Singular behavior of the spectrum in the neighborhood of focus [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(8): 1694~1701
- 9 Liu Pusheng, Lü Baida. Coherence vortices of partially coherent beams in the far field[J]. *Chin. Phys. Soc.*, 2007, **16**(02): 0411~0415
- 10 Chienchung Jeng, Mingfeng Shih, Kristian Motzek *et al.*. Partially incoherent optical vortices in self-focusing nonlinear media [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **92**(4): 043904-1~04394-4
- 11 N. N. Rosanov. Spatial Hysteresis and Optical Patterns[M]. Berlin: Springer-Verlag Press, 2002
- 12 H. Schouten, G. Gbur, T. Visser *et al.*. Phase singularities of the coherence functions in Young's interference pattern[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(5): 968~970
- 13 Rao Lianzhou, Pu Jixiong. Spatial correlation properties of focused partially coherent vortex beams [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(8): 2242~2247
- 14 Liu Pusheng, Lü Baida. Coherence vortices in partially coherent beams consisting of a superposition of Laguerre-Gaussian modes [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(5): 2623~2628  
刘普生,吕百达. 拉盖尔-高斯模叠加而成的部分相干光的相干涡旋[J]. *物理学报*, 2007, **56**(5): 2623~2628
- 15 Wang Li, Wang Qingfeng, Wang Xiqing *et al.*. Transversal optical vortex in the interference field of two off-axis Gaussian beams [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(1): 0201~0207  
王莉,王庆峰,王喜庆等. 两束离轴高斯光束干涉场中的横向光涡旋[J]. *物理学报*, 2007, **56**(1): 0201~0207