

文章编号: 0253-2239(2009)10-2920-04

# 空心锥状双高斯光束传输特性研究

凌 铭 董 渊 陈 良 宁国斌 梁 柱

(长春理工大学激光技术研究所, 吉林 长春 130022)

**摘要** 建立了空心锥状双高斯光束的模型。在空心高斯光束模型的基础上,由初始光场的光强分布,利用柱坐标下的柯林斯公式,导出了空心锥状双高斯光束经过傍轴光学系统的解析传输变换式由传输变换式计算分析了空心锥状双高斯光束在自由空间的可控传输特性,及在 1, 10 和 60 m 的截面光环的光强分布。用  $\text{KNbO}_3$  双轴晶体进行实验,获得了空心锥状双高斯光束,外锥折射的锥角等于入射光会聚角。实验表明,当空心光束处于锥状发射状态时,空心光束的光环内黑斑面积随传输距离的增加而增加,实验结果与模型吻合较好。该研究为进一步设计制备基于空心锥状双高斯光束的新型激光元件提供了理论依据和设计参量。

**关键词** 物理光学; 空心锥状双高斯光束; 柯林斯公式; 外锥折射

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092910.2920

## Propagation Properties of Hollow Cone Double Gaussian Beams

Ling Ming Dong Yuan Cheng Liang Ning Guobin Liang Zhu

(Laser Technology Institute, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China)

**Abstract** A new mathematical model named hollow cone double Gaussian beams is set up. Based on mathematical model of hollow double-Gaussian beams and the initial light field intensity distribution, the analytical propagation formula for hollow cone double Gaussian beams through paraxial system was derived by use of Collins formula under the cylindrical coordinates. Using the derived propagation formula, the controllable evolution properties of the intensity distribution of hollow cone double Gaussian beams in free space propagation were illustrated graphically at 1, 10 and 60 m. After experienting with the biaxial crystal  $\text{KNbO}_3$ , the hollow cone double Gaussian beams was obtained and the result, that the outer conic refraction angle of was equal to the convergence angle of the beams, was found. The experiment showed that the black spot areas in hollow beams increased with the transmission distance and the mathematical model of hollow cone double Gaussian beams was agreed to the experiment results basically. This research is significant for design of new laser hollow beams to generate the laser device based on hollow cone double Gaussian beams.

**Key words** physical optics; hollow cone double-Gaussian beams; Collins formula; outer cone refractive

## 1 引 言

近年来,有关空心激光束的产生、性质以及传输特性和应用研究已成为一个重要课题,空心激光束不仅在生物学、激光加工和原子冷却等方面得到了广泛的应用,而且在扫描成像、遥感控制等领域有潜在的应用前景<sup>[1~4]</sup>,特别是通过空心激光束产生的偶极势已实现了对原子的引导<sup>[5]</sup>。目前,国内外已经用多种不同的技术获得了空心光束<sup>[6~8]</sup>,并建立了不同的数学模型来描述其传输特性,如  $\text{TEM}_{01}$  空

心高斯光束<sup>[8~12]</sup>模型等。各种模型均表明了空心高斯光束在近场有很好的传输稳定性,当传输距离增大时,空心光束的黑斑面积占总面积的比率减小。而在远场,黑斑区域消失了,变成了实心光束,这对空心光束的某些应用(如空心激光扫描)是极为不利的。为了对黑斑的大小进行有效的控制,本文在陆旋辉等<sup>[9]</sup>提出的空心高斯光束模型的基础上,建立了空心锥状双高斯光束模型,研究了其在自由空间的可控传输特性,实验上基于双轴晶体的外锥折射

**收稿日期**: 2008-12-11; **收到修改稿日期**: 2009-02-17

**基金项目**: 吉林省杰出青年科技发展项目(20060121)资助课题。

**作者简介**: 凌 铭(1967—),男,博士研究生,副研究员,主要从事固体激光器方面的研究。

E-mail: lingming5397364@yahoo.com.cn

**导师简介**: 梁 柱(1938—),男,教授,博士生导师,主要从事激光器方面的研究。E-mail: liangzhu.laser@163.com

效应,获得了空心锥状双高斯光束,并对该光束的截面光环进行了光强分布分析,结果表明本文所提出的模型与实验结果基本吻合。

## 2 空心锥状双高斯光束模型及其传输特性

在空心高斯光束模型的基础上,建立了空心锥状双高斯光束模型,其初始光场分布定义成如下形式<sup>[9]</sup>

$$E_n(r, z=0) = G_0 \left[ \frac{r^2}{\omega^2(z)} \right]^n \exp \left[ \frac{-r^2}{\omega^2(z)} \right], \quad n=0, 1, 2 \quad (1)$$

$$E(r, z) = \frac{i}{\lambda B} \exp(-ikz) \iint E_0(r', 0) \exp \left\{ -\frac{ik}{2B} [Ar' - 2r'r \cos(\theta - \theta') + Dr^2] \right\} r' dr' d\theta', \quad (2)$$

式中的积分区间为  $\theta': 0 \rightarrow 2\pi, r': 0 \rightarrow \infty, k = \frac{2\pi}{\lambda}$  为波数,  $\lambda$  为光波长,  $A, B, C, D$  为傍轴光学系统的变换矩阵元。

把(1)式代入(2)式,即可得到远场的电场强度为

$$E(r, z) = \frac{ikAG_0 n!}{2B\omega^{2n}(z)} \exp(-ikz) \times \exp \left[ \frac{1}{\omega^2(z)} + \frac{ikA}{2B} \right]^{-n-1} \times \exp \left[ -\frac{ikDr^2}{2B} \right] \times \exp \left\{ -\frac{[kr/(2B)]^2}{1/[\omega^2(z)] + ikA/(2B)} \right\} \times L_n \left\{ \frac{[kr/(2B)]^2}{1/[\omega^2(z)] + ikA/(2B)} \right\}, \quad (3)$$

(3)式即为空心锥状双高斯光束通过傍轴系统后的传输变换公式,  $L_n$  为  $n$  阶拉盖尔(Laguerre)多项式。

空心光束在自由空间传播的变换矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中  $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \theta^2(z)/\omega_0^2}$ ,  $\omega(z)$  为  $z$  轴上点的光环半径,  $n$  为空心高斯光束的阶数,  $r, z$  为柱坐标下的坐标值,  $\theta$  定义为环上高斯光束中心轴线与空心锥状双高斯光束传输轴  $z$  方向的夹角。当  $\theta = 0$  时, (1) 式为空心高斯光束模型, 表明该光束于平行筒状发射。当  $\theta \neq 0$  时, 空心高斯光束模型转换为空心锥状双高斯光束模型。  $n$  为空心锥状双高斯光束的阶数, 当  $\theta = 0$  时, (1) 式就退化到一般光斑半径为  $\omega_0$  的高斯光束。  $G_0$  为一常数。在傍轴近似条件下, 任何高斯光束通过傍轴光学系统传输满足柯林斯公式<sup>[13,14]</sup>, 在柱坐标下柯林斯公式可以表述为

把(4)式代入(3)式, 取  $\omega_0 = 5 \text{ mm}, n = 1, \lambda = 1064 \text{ nm}, \theta = 0.5 \text{ mrad}$ , 得到空心锥状双高斯光束在  $z$  取不同值时如图 1 所示的传输特性。

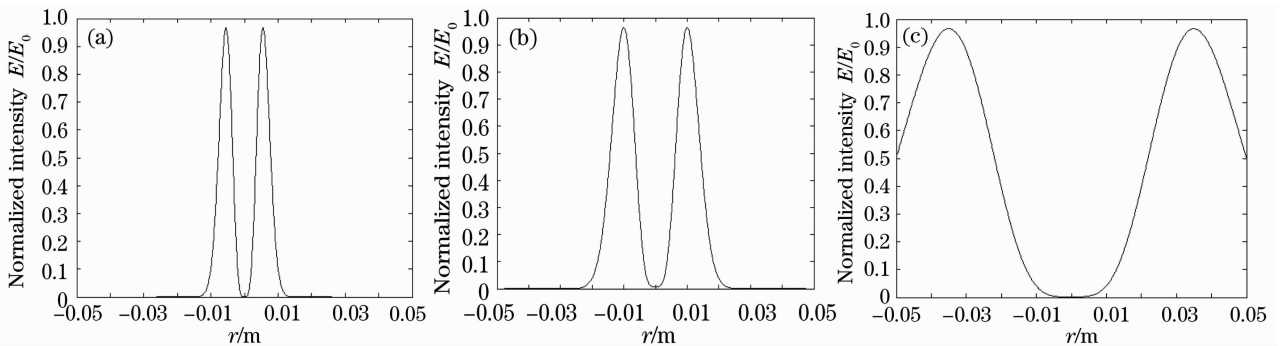


图 1 光强分布图。(a)  $z=1 \text{ m}$ ; (b)  $z=10 \text{ m}$ ; (c)  $z=60 \text{ m}$

Fig. 1 Intensity distribution diagram. (a)  $z=1 \text{ m}$ ; (b)  $z=10 \text{ m}$ ; (c)  $z=60 \text{ m}$

当  $\omega_0 = 5 \text{ mm}, n = 1, \lambda = 1064 \text{ nm}, \theta = 0$ , 得到空心锥状双高斯光束在  $z = 50 \text{ m}$  时的传输特性如图 2 所示。

从图 1, 图 2 中可以看出, 当  $\theta = 0$  时, 空心光束在远场变为实心光斑, 表现为自聚焦特性。当  $\theta = 0.5 \text{ mrad}$ , 时, 随着传输的距离的增加, 光环的半径

和黑斑面积也在逐渐增加, 空心光束呈锥状传输, 说明建立的空心锥状双高斯光束模型是合理的。

图 3 为在  $z = 60 \text{ m}$  处,  $\theta$  取不同值时的光强分布, 计算参数同上。

从图 3 可以看出, 当  $z$  为定值时, 空心锥状双高斯光束的光环半径随着锥角  $\theta$  的增加而增加。

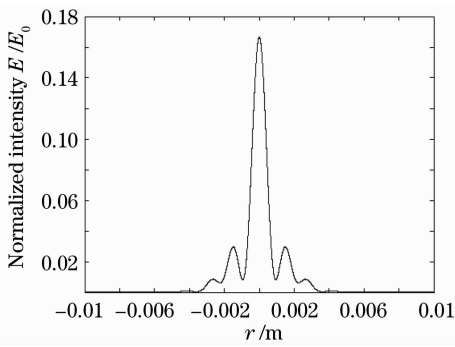


图 2  $z=50\text{ m}, \theta=0$  时的光强分布图

Fig. 2 Intensity distribution diagram at  $z=50\text{ m}, \theta=0$

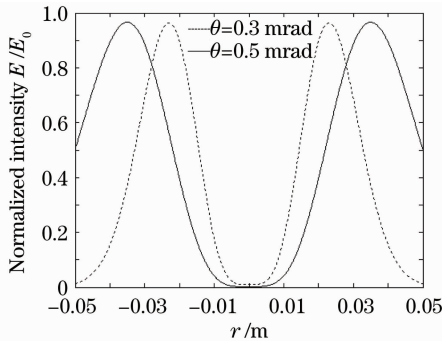


图 3 在  $z=60\text{ m}$  处不同锥角条件下的光强分布图

Fig. 3 Intensity distribution diagram at  $z=60\text{ m}$  and different cone angle

### 3 空心锥状双高斯光束的实验产生

当一束光线沿  $\text{KNbO}_3$  晶体某一光线光轴传播时,可以有无限多个波矢方向与之对应,这些波矢方向构成一个锥面,即波矢锥面,与波矢锥面上的波矢方向相对应的所有光线  $S$  都沿光线光轴传播。与光线光轴上传播的光线对应的波矢锥面若出射到各向同性介质时,光波在双轴晶体外构成锥形光,这种现象称为外锥折射。波矢锥面从晶体出射到各向同性介质空气中,形成外锥折射的锥角  $\alpha_t$  与波矢锥面锥角  $\alpha$  应满足折射定律

$$\sin \alpha_t = n_{\parallel} \sin \alpha, \quad (5)$$

若选取波矢锥面上的主轴坐标系  $XOZ$  为坐标面内的波矢方向,则(5)式中的  $n_{\parallel}$  为

$$n_{\parallel} = \frac{1}{n_z^2} \sin^2 \left[ \alpha + \frac{1}{\arctan \sqrt{\frac{n_y^2 - n_x^2}{n_z^2 - n_y^2}}} \right] + \left[ \frac{1}{n_x^2} \cos^2 \left[ \alpha + \frac{1}{\arctan \sqrt{\frac{n_y^2 - n_x^2}{n_z^2 - n_y^2}}} \right] \right]^{-1/2}, \quad (6)$$

所以外锥折射在  $XOZ$  坐标面内的锥角为

$$\alpha_t = \arcsin(n_{\parallel} \sin \alpha), \quad (7)$$

可以得出  $\alpha_t$  与入射光会聚角  $\alpha_i$  是相等的,即  $\alpha_t = \alpha_i$ 。因此,通过改变入射光会聚角  $\alpha_i$  或折射率  $n_{\parallel}$ ,可以产生动态外锥折射,并且能实现对外锥折射锥角的控制,进而控制了锥状空心光束黑斑大小<sup>[6]</sup>。实验上,利用晶体的外锥折射效应,获得了锥状空心光束,其装置如图 4 所示。

得到的锥状空心光束如图 5 所示。

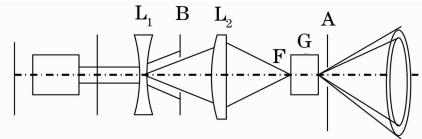


图 4 单孔外锥折射示意图

Fig. 4 Experiment schematic diagram of outer conic refraction

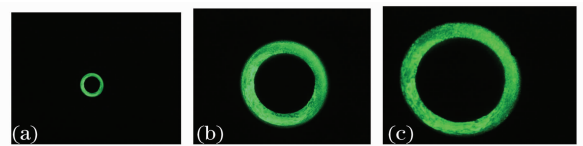


图 5 锥状空心光束( $\theta=8.5^\circ$ )在不同传输距离处的截面图。(a) $z=0.5\text{ m}$ ; (b) $z=3.3\text{ m}$ ; (c) $z=8.2\text{ m}$

Fig. 5 Experiment vertical axial section diagram of the cone hollow beams at  $\theta=8.5^\circ$ . (a)  $z=0.5\text{ m}$ ; (b)  $z=3.3\text{ m}$ ; (c)  $z=8.2\text{ m}$

$L_1$  为负透镜,  $B$  为  $0.21\text{ cm}$  的孔径光阑,  $L_2$  为焦距  $f'=1.8\text{ cm}$  的会聚透镜,  $F$  为焦点,  $G$  为  $\text{KNbO}_3$  双轴晶体元件,其通光长度为  $0.5\text{ cm}$ ,  $A$  为放置在晶体元件  $G$  出射端面上的针孔光阑。当水平移动光阑  $B$  或晶体元件  $G$  时,锥角的大小在不断的发生变化,实现了对锥状空心光束黑斑面积大小的控制。实验上得到的空心高斯光束在传输方向上由近到远的截面图如图 5 所示。用计算机图像处理技术,将图 5 转换成灰度图像后<sup>[15]</sup>,再进行了光强分布分析<sup>[16]</sup>,分析结果如图 6 所示。

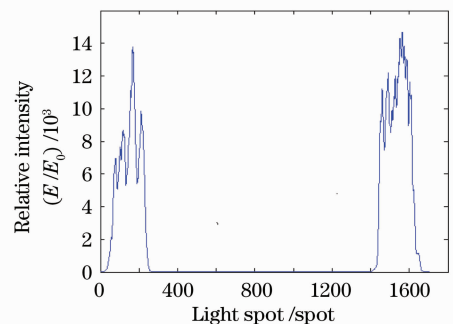


图 6 锥状空心光束截面光环的光强分布图

Fig. 6 Intensity distribution diagram of the vertical axial section of beams

图 6 中的强度分布曲线的包络呈双高斯分布, 从细节看光强分布并不是十分光滑, 这主要是由于入射实心高斯激光束的散斑造成的。因此, 本文提出的空心锥状双高斯光束模型与实验结果基本吻合, 该模型可以较好地用来描述空心锥状双高斯光束, 这为今后的应用具有指导性意义。

## 4 结 论

提出了一种空心锥面高斯光束模型, 通过柯林斯公式得到了空心锥面光束通过傍轴系统的传输变换公式, 并分析了其在自由空间传输的光强分布特性, 结果表明当空心光束处于锥状发射状态时, 空心光束的黑斑面积随着传输的距离不但不减小反而增加, 这对某些应用如远程隐身控制等是极为有利的。同时利用晶体的外锥折射效应, 获得了锥状空心高斯光束, 并对锥状空心高斯光束的截面光环进行了光强分布分析, 结果表明本文所提出的空心锥状高斯光束模型与实验结果基本吻合。

## 参 考 文 献

- Ning Guobin, Liang Zhu, Zhang Dawei. Conic scanning of biaxial crystal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(12): 1704~1706  
宁国斌, 梁 柱, 张大威. 双轴晶体锥形折射扫描研究[J]. *光学学报*, 2000, **20**(12): 1704~1706
- Yin Jianping, Liu Nanchun, Xia Yong *et al.*. Generation of hollow laser beams and their applications in modern optics[J]. *Progress in Physics*, 2004, **24**(3): 336~380  
印建平, 刘南春, 夏 勇等. 空心光束产生及其在现代光学中的应用[J]. *物理学进展*, 2004, **24**(3): 336~380
- Zhangrong Mei, Daomu Zhao. Controllable elliptical dark-hollow beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2006, **23**(4): 919~922
- J. E. Curtis, B. A. Koss, D. G. Grier. Dynamic holographic optical tweezers[J]. *Opt. Commun.*, 2002, **207**(1-6): 169~175
- S. Kulin, S. Aubin, S. Christe *et al.*. A single hollow-beam optical trap for cold atoms[J]. *J. Opt. B: Quantum. Semiclass.* *Opt.*, 2001, **3**: 353~357
- Ning Guobin, Liang Zhu. Dynamic laser outer conical refraction [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(10): 1399~1403  
宁国斌, 梁 柱. 激光动态外锥折射实验研究[J]. *光学学报*, 1998, **18**(10): 1399~1403
- J. Arlt, M. J. Padgett. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity; the optical bottle beam [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(4): 191~193
- Benoit Depret, Philippe Verkerk, Daniel Hennequin. Characterization and modelling of the hollow beam produced by a real conical lens[J]. *Opt. Commun.*, 2002, **211**(1-6): 31~38
- Y. Cai, X. Lu, Q. Lin. Hollow Gaussian beam and its propagation[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(13): 1084~1086
- Yoshisada Hayamizu. Analysis of internal conical refraction using ray tracing formulas for the biaxial crystal[J]. *Opt. Rev.*, 2006, **13**(4): 169~183
- Liu Lan, Wu Pangtie. Description of bottle beam and reconstruction of Bessel beam based on diffraction integral theory [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 370~374  
刘 岚, 吴逢铁. 衍射理论对局域空心光束及无衍射光束重建的描述[J]. *光学学报*, 2008, **28**(2): 370~374
- Y. Cai, Q. Lin. Hollow elliptical Gaussian beam and its propagation through aligned and misaligned paraxial optical systems[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2004, **21**(6): 1058~1065
- Xue Dongmei, Liu Tingting, Guo Chengshan. Localized hollow beams generated through interference of double zero-order Bessel beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(5): 771~775  
薛冬梅, 刘婷婷, 国承山. 基于零级贝塞尔光束干涉产生局域空心光束[J]. *光学学报*, 2007, **27**(5): 771~775
- Zhai Zhongsheng, Zhao Bin. Experiments and theoretical analyses of non-diffracting beams interference[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1503~1507  
翟中生, 赵 斌. 无衍射光的干涉实验与理论分析[J]. *光学学报*, 2007, **27**(8): 1503~1507
- Ke Li, Du Qiang, Su Zhe. OCT image denosing method based on multi-scale Wiener filtering [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, **16**(4): 740~745  
柯 丽, 杜 强, 苏 哲. 应用多级维纳滤波的 OCT 图像除噪方法[J]. *光学精密工程*, 2008, **16**(4): 740~745
- Wang Yanchen, Li Shujie, Huang Lianqing. Enhancement of radiography based multiscale Retinex[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, **14**(1): 74~76  
王彦臣, 李树杰, 黄廉卿. 基于多尺度 Retinex 的数字 X 光图像增强方法研究[J]. *光学精密工程*, 2006, **14**(1): 74~76