

干涉法测量非球面顶点半径和二次常数

吴高峰^{1,2} 陈强¹ 侯溪¹ 范斌¹

(¹ 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209; ² 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要 非球面顶点半径和二次常数干涉测量是对二次曲面离轴子孔径在弧矢、子午和中间焦点位置直接干涉测量, 拟合得到初级像差系数, 并结合位置差计算出顶点曲率半径和二次常数。详细介绍了该方法的基本原理, 在此基础上将子孔径中心法线与光轴夹角分解为两个倾角分量 α 和 β 引入, 改进了现有模型。提出在子孔径对称情况下, 可通过调整、控制特定项的泽尼克系数值, 消除 β 分量, 进而对新的模型进行了简化, 只考虑 α 分量的影响, 给出了仅存在该分量时的非球面顶点半径和二次常数的计算公式, 编写了仿真程序。在 $\alpha = 0.03^\circ, \beta = 0$ 时, 直径 100 mm, F 数为 3 的抛物面反射镜离轴子孔径的初级像差系数的理论计算和数值仿真结果最大偏差仅为 0.0002λ 。研究表明: 在子孔径中心法线与光轴的调整存在一定误差时, 在弧矢、子午和中间焦点处的初级像差系数特征关系仍然成立。

关键词 干涉测量术; 非球面检测; 像差; 顶点半径; 二次常数

中图分类号 O436.1; TB96 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092910.2804

Interferometric Testing the Vertex Radius and Conic Constant of a Conic Surface

Wu Gaofeng^{1,2} Chen Qiang¹ Hou Xi¹ Fan Bin¹

(¹ *The Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China*)
(² *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

Abstract Interferometric testing the vertex radius of curvature (ROC) and conic constant (CC) of a conic surface is calculating the radius and CC with radii difference and Seidel coefficients obtained by comparing the test surface with a spherical reference wavefront having a ROC equal to the local sagittal, medial, or tangential ROC. The method is explained in detail and the angle of the optical axis and normal of the conic segment is introduced and divided into two angles α and β to improve the mathematical model. Angle β can be removed because of the symmetry of the segment according to the specific Zernike coefficients to simplify the new model. Equations about the vertex ROC and CC are derived with α and the simulation program is compiled. The maximum Seidel coefficients diffidence between theoretical calculation and simulations of a paraboloidal ($\phi=100$ mm, $F=3$) is 0.0002λ when α is 0.03° and β is 0. The research indicates that there are the same characteristic relations of the Seidel coefficients at the three positions even with the angle α .

Key words interferometry; aspheric measurement; aberration; vertex radius; conic constant

1 引言

顶点半径和二次常数是球面的两个重要的特征参数, 它的准确测量和控制对确保大口径非球面主镜零检验的可靠性非常重要^[1~3]。此外, 随着拼接主镜的发展和应用^[4], 为了实现有效的“光学拼

接”, 需要严格控制各个子镜的曲率半径和二次常数的精度和一致性^[5]。目前的测量方法存在或需要使用辅助元件或精度不高或只能测量顶点半径等缺点^[6,7]。而干涉法测量顶点半径和二次常数不需要任何辅助元件, 直接干涉测量离轴子孔径, 拟合得到

收稿日期: 2008-12-02; 收到修改稿日期: 2009-01-22

基金项目: 国家 973 计划资助课题。

作者简介: 吴高峰(1983—), 男, 硕士研究生, 主要从事大口径非球面检测技术方面的研究。

E-mail: wugfon@mail.ustc.edu.cn

导师简介: 陈强(1966—), 男, 研究员, 主要从事大口径非球面光学加工检测技术方面的研究。E-mail: chq@ioe.ac.cn

初级像差系数,结合位置差可同时计算出顶点曲率半径和二次常数。Ying Pi 等^[8]最先开展这方面的研究,本文主要对子孔径中心法线与光轴的夹角对测量的影响进行了研究,改进了现有模型,给出了存在夹角的理论计算公式,编写了仿真程序,并得出在子孔径中心法线与光轴的调整存在一定误差时,在弧矢、子午和中间焦点处的初级像差系数特征关系仍然成立。

2 测量原理

图 1 为干涉测量光路示意图。被测离轴子孔径沿着光轴纵向移动,参考球面波曲率半径 R_{rs} 即为标准镜头焦点到被测离轴子孔径中心的距离。测量 R_{rs} 分别为子孔径弧矢、子午和中间半径时的干涉图,得到各自的初级像差系数后即可计算出非球面顶点半径和二次曲率常数^[8]。根据测量理论的要求,子孔径中心法向与光轴必须完全重合,因此,引入两者之间的夹角分量 α 改进了数学模型,给出了仿真分析结果。

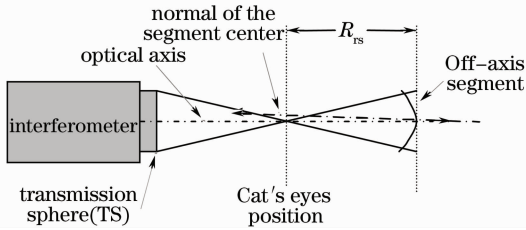


图 1 离轴凹面干涉测量示意图

Fig. 1 Layout of the interferometric test for an off-axis concave surface

2.1 倾角引入

二次曲面可以表示为

$$z = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2\rho^2}}, \quad (1)$$

式中 c 是顶点曲率半径, k 是二次曲率常数 ($k = e^2$), $\rho^2 = x^2 + y^2$ 。离轴子孔径坐标平移和旋转后的数学表达式为^[9]

$$z = \frac{\gamma}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \varphi\gamma}}, \quad (2)$$

式中 $\varphi = c(1 + k\cos^2\theta)$,

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + k\sin^2\theta}} - ck \sin\theta \cos\theta x,$$

$$\gamma = c(k + k\sin^2\theta)x^2 + cy^2,$$

其中 $\theta = \theta_0 + \alpha$, α 为绕 x 轴旋转的引入倾角分量。 θ_0 为 $\alpha = 0$ 时子孔径中心法线与 z 轴的夹角, x_0 是子孔径中心位置偏离顶点的距离。如图 2 所示,非球面离

轴子孔径中心法线与光轴的夹角分解为光轴绕 x' 轴旋转角分量 α 和绕 y' 轴旋转角分量 β 。当 $\alpha = 0$, $\beta = 0$ 时,光轴与子孔径中心法线重合。

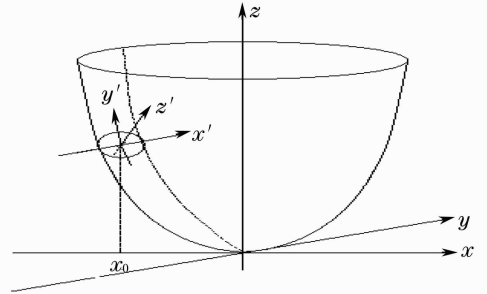


图 2 离轴曲面的局部坐标示意图

Fig. 2 Local coordinates of off-axis conic section

2.2 倾角分量 β 的调整

当 $\beta = 0$ 时,被测子孔径具有相对局部坐标 y' 的对称性,由于这种对称性的存在,泽尼克多项式系数 $z_3, z_6, z_8, z_{11}, z_{13}, z_{15}$ 始终为零。当引入该倾角分量 β 后,子孔径不再具有对称性, $z_3, z_6, z_8, z_{11}, z_{13}, z_{15}$ 的值将发生改变。因此,通过调整这几项泽尼克系数的值可以使得在测量时只存在 α 分量。

2.3 参考球面波半径定义

当 $\alpha \neq 0, \beta = 0$ 时,三个位置的参考球半径重新定义如下:

$$\begin{cases} R_s = \frac{R}{\sqrt{1 + k\sin^2\theta}} \\ R_T = \frac{R}{\sqrt[3]{1 + k\sin^2\theta}} \\ 2/R_M = 1/R_s + 1/R_T \end{cases}, \quad (3)$$

式中 R 是非球面顶点半径, R_s 为弧矢半径, R_T 为子午半径, R_M 为中间半径。

重新定义的参考球半径不但与被测曲面面型参数和离轴位置有关,还与夹角分量 α 有关,就将分量 α 引入了新的数学模型。

2.4 面型参数的计算

在共光路假设条件下,测得的子孔径反射光与参考波光程差可以分解为初级像差形式:^[8]

$$W(\rho, \varphi) = w_{20}\rho^2 + w_{22}\rho^2 \cos^2\varphi + w_{31}\rho^3 \cos\varphi + w_{40}\rho^4 \dots, \quad (4)$$

式中初级像差系数为

$$w_{20} = \frac{R_{rs}^2}{4f_{num}^2} \left(-\frac{1}{R_{rs}} + \frac{1}{R_s} \right), \quad (5a)$$

$$w_{22} = \frac{R_{rs}^2}{4f_{num}^2} \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_s} \right), \quad (5b)$$

$$w_{31} = \frac{R_{rs}^2}{32f_{num}^3} \frac{Q(3R^2 + R_s^2)}{R_s^4}, \quad (5c)$$

$$\omega_{40} = \frac{R_{rs}^4}{64f_{num}^3} \left[\frac{1}{R_{rs}^3} - \frac{R^2 + R_S^2}{R_{rs}^3 R_S^3} + \frac{(4Q^2 R_S^2 + MR^2)(3R^2 + R_S^2) + MR_S^2(R^2 + 3R_S^2)}{8R_S^5} \right], \quad (5d)$$

式中 $Q = \pm \{(R^2 - R_S^2)[(k+1)R_S^2 - R^2]\}^{1/2}/R_S^2$; $M = k + 2 - R^2/R_S^2$; f_{num} 是标准镜头的 F 数。

当 $R_{rs} = R_S, R_T$ 和 R_M 时可解得

$$R = \frac{R_T - R_S}{2(\omega_{22T}/\omega_{22S})^{1/4} [(\omega_{22T}/\omega_{22M})^{1/2} - 1]}, \quad (6)$$

$$k = \frac{Q^2 R_S^2}{R^2 - R_S^2} + \frac{R^2}{R_S^2} - 1, \quad (7)$$

式中 $\left(\frac{R_S}{R}\right)^2 = \frac{\omega_{22T}}{\omega_{22S}}$ 。初级像差系数与 16 项泽尼克

多项式系数的关系为

$$\begin{cases} \omega_{20} = 2z_4 - 6z_9 - \omega_{22}/2, \\ \omega_{22} = 2z_5 - 6z_{12}, \\ \omega_{31} = 3z_7 - 12z_{14}, \\ \omega_{40} = 6z_9, \end{cases} \quad (8)$$

式中 ω 为初级像差系数, z 表示泽尼克多项式系数。

2.5 测量位置轴向定位

在测量过程中,沿光轴方向移动被测件以改变参考球半径。图 3 所示的特征条纹图可以完成初步定位。但是,这种特征图定位精度是不够的。因此还需要根据表 1 所示的初级像差系数关系,进一步精确定位以确定参考球半径。

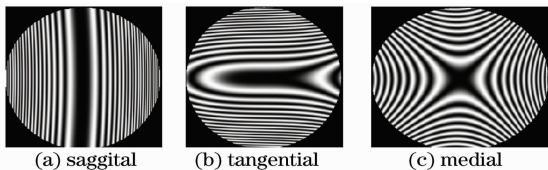


图 3 不同位置干涉测量特征图

Fig. 3 Characteristic interferograms at different locations

表 1 对准条件下的像差系数关系

Table 1 Relation between aberration coefficients in alignment condition

Measuring position	Saggital(R_S)	Tangential(R_T)	Medial(R_M)
Alignment condition	$\omega_{20S} = 0$	$\omega_{22T} = -\omega_{22T}$	$\omega_{20M} = -\omega_{22M}/2$

表 2 引入倾角 α 后的理论计算与数值仿真结果比较

Table 2 Comparison of results from theory and simulation with angle α ($\alpha = 0.03^\circ$)

	$\omega_{20}(\lambda)$		$\omega_{22}(\lambda)$		$\omega_{31}(\lambda)$		$\omega_{40}(\lambda)$	
	theory	simulation	theory	simulation	theory	simulation	theory	simulation
$R_{rs} = R_S$	0	0	-16.1605	-16.1605	-1.0273	-1.0273	-0.0142	-0.0144
$R_{rs} = R_M$	8.7712	8.7712	-17.5423	-17.5423	-1.1618	-1.1618	-0.0159	-0.0160
$R_{rs} = R_T$	19.1092	19.1092	-19.1092	-19.1092	-1.3209	-1.3209	-0.0178	-0.0180

在满足表 1 条件下的三次测量后,利用(6)式和(7)式可以求出引入倾角 α 时的顶点半径和二次曲率常数。

3 数值仿真与理论计算结果比较

未引入偏角时,可在 CodeV 软件^[10]中建立仿真模型,根据(5)式计算干涉图形和归一化泽尼克系数。为快速方便仿真引入偏角时的干涉图和像差系数,编写了数值仿真程序。流程图如图 4 所示。

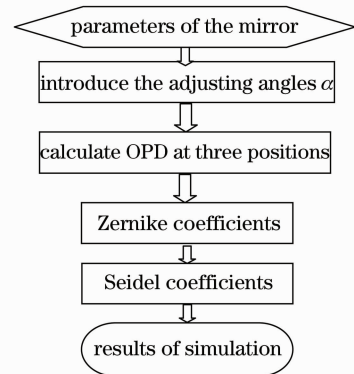


图 4 数值仿真程序流程图

Fig. 4 The flow of chart the simulation

表 2 给出了直径 100 mm, F 数为 3 的抛物面反射镜(顶点半径 305 mm, 离轴位置 $x_0 = 90$ mm, $f_{num} = 25$)引入调整倾角分量 α 的仿真结果。当引入 $\alpha = 0.03^\circ$ 时,通过(5)式计算出的初级像差系数理论值和(8)式计算出的数值仿真结果对比如下。

理论值与仿真结果的最大差值为 0.0002λ , 可见改进后的数学模型对干涉测量数据的处理是可靠的。此外, 该仿真条件下的特征条纹图与像差系数关系与图 3 和表 1 一致, 验证了定位条件的正确性。

4 结 论

介绍了非球面顶点半径和二次常数的干涉测量方法。引入了子孔径中心法线与光轴的夹角并将其分解为 α 和 β 分量独立分析。提出了以 $z_3, z_6, z_8, z_{11}, z_{13}, z_{15}$ 等于零为依据调整被测子孔径以去除 β 分量的方法。改进了仅存在小倾角分量 α 时的数学模型并推导了相应的理论计算公式。通过数值仿真证明了该模型对干涉数据解释的可靠性。在 $\alpha = 0.03^\circ$, $\beta = 0$ 时, 直径 100 mm, F 数为 3 的抛物面反射镜离轴子孔径的初级像差系数的理论计算和数值仿真结果最大偏差仅为 0.0002λ 。证明了改进后的数学模型对干涉测量数据的处理是可靠的。通过对两个倾角分量的独立分析讨论, 解决了孔径中心法线与光轴重合调整问题, 为下一步实验的进行打下了基础。

参 考 文 献

1 T. Kim, J. H. Burge, Y. Lee *et al.*. Null test for a highly paraboloidal mirror[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(18): 3614~3618

- 2 Fu Lianxiao, Wu Yonggang, Li Xinglong *et al.*. Manufacture and test of cassegrain system's primary mirror with large relative diameter and lightweight [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4): 764~767
付联效, 吴永刚, 李兴隆 等. 大相对口径轻量化卡塞格林系统主镜的加工检验[J]. *光学学报*, 2008, **28**(4): 764~767
- 3 Xie Yi, Chen Qiang, Wu Fan *et al.*. Concave aspherical surface testing with twin computer-generated holograms[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1313~1316
谢 意, 陈 强, 伍 凡 等. 用双计算全息图检测凹非球面[J]. *光学学报*, 2008, **28**(7): 1313~1316
- 4 Zhang Wei, Deng Jian, Long Funian *et al.*. Image quality evaluation for segmented mirror synthetic aperture optics [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4): 687~691
张 伟, 邓 键, 龙夫年 等. 子孔径合成光学成像系统像质评价研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(4): 687~691
- 5 D. Baiocchi, J. H. Burge. Radius of curvature metrology for segmented mirrors [C]. *SPIE*, 2000, **4093**(2000): 58~67
- 6 Chen Haobo, Wang Yingwei, Feng Zhijing *et al.*. Study on conic constant and paraxial radius of optical aspheric [J]. *Optical Technique*, 2004, **30**(3): 311~317
程灏波, 王英伟, 冯之敬 等. 光学非球面二次曲面常数及顶点曲率的研究[J]. *光学技术*, 2004, **30**(3): 311~317
- 7 R. DiazUribe, A. CornejoRodriguez. Conic constant and paraxial radius of curvature measurements for conic surfaces[J]. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(20): 3731~3734
- 8 Y. Pi, P. J. Reardon. Determining parent radius and conic of an off-axis segment interferometrically with a spherical reference wave[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(9): 1063~1065
- 9 O. Cardona-Nunez, A. Cornejo-Rodriguez, R. Diaz-Urbe *et al.*. Conic that best fits an off-axis conic section [J]. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(19): 3585~3588
- 10 Optical Research Associates. Code V Reference Manual, 2002