文章编号: 0253-2239(2009)10-2780-06

# 傅里叶变换轮廓术物体三维形貌测量的 系统分析及其坐标校准方法

吴双卿 张 引\* 张三元 叶修梓

(浙江大学计算机科学与技术学院,浙江杭州 310027)

**摘要** 对非共面以及非平行度下的傅里叶变换轮廓术(FTP)物体三维形貌的测量系统进行了分析,采用两个参考 平面辅助分析系统光路结构,引入了一个能使双光轴共面的等效虚拟投影出瞳中心。基于光线跟踪原理给出了相 位与高度的映射关系,给出了满足平等度的系统参数特性并借助于摄像机坐标系同时获取校准平面的高度以及相 应的相位数据,实现了高度和横向坐标的简易校准。实验结果表明了该方法的有效性与可行性。 关键词 傅里叶光学;傅里叶变换轮廓术(FTP);三维测量;相位-高度映射;横向坐标校准 中图分类号 TP391 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092910.2780

## Analysis of Three-Dimensional Measurement System and the Coordinates Calibration in Fourier Transform Profilometry

Wu Shuangqing Zhang Yin Zhang Sanyuan Ye Xiuzi

(School of Computer Science and Technology, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

**Abstract** The optical geometry of the Fourier transform profilometry (FTP) which do not have coplanar and parallel limitations is analyzed through two different reference planes, and a fictitious exit pupil of the projector is introduced. The corresponding phase-height mapping is given based on ray tracing, a method to estimate the parallelism is proposed. The camera coordinate system is applied to fulfill the calibration of the height and the lateral coordinates. Experiment results show the effectiveness and feasibility of the proposed method.

**Key words** Fourier optics; Fourier transform profilometry (FTP); three-dimensional measurement; phase-height mapping; lateral coordinates calibration

## 1 引 言

在现代科研与工业生产的诸多领域,如产品质 量控制、工业在线检测、机器视觉、实物仿形、生物医 学、地质勘探、计算机辅助设计与加工等,物体的三 维形貌测量具有重要的意义。基于光栅投影的物体 三维形貌测量<sup>[1~3]</sup>是将光栅图像投影到被测物体表 面,由 CCD 摄像机获取变形光栅条纹图,通过对其 进行处理,解调出含有物体高度的信息。其中,傅里 叶变换轮廓术(FTP)<sup>[4~6]</sup>是一种较为常用的光栅投 影物体三维形貌测量方法,它只需要一幅参考光栅 图像和一幅变形光栅图像,所需的图像空间较小,并 且测量速度快、测量精度高,可以进行动态及大场景 全场测量。传统的傅里叶变换轮廓术对测量系统的 建立有几个明显的约束条件:(1)投影系统光轴与摄 像机光轴共面且相交于参考面上某一点;(2)摄像机 光轴垂直于参考面;(3)投影系统出瞳中心和摄像机 镜头入瞳中心的连线与参考平面平行。实际测量 中,投影系统镜头及摄像机镜头的光心是假想的空 间点,其光轴是假想的空间直线,致使测量系统很难 严格满足上述约束条件。目前通常采用反复测定标

收稿日期: 2008-11-11; 收到修改稿日期: 2009-01-08

基金项目:国家 863 计划(2007AA04Z1A5)和国家 973 计划(2009CB320804) 资助课题。

作者简介:吴双卿(1981一),女,博士研究生,主要从事光学三维传感、光电信息处理和计算机图形和图像处理等方面的 研究。E-mail: wsqing1999@163.com

**导师简介:**叶修梓(1966—),男,博士,博士生导师,主要研究方向为CAD、几何造型、计算机图形图像处理、生物信息学、GIS 及数据库应用等方面的研究。E-mail: yxz@zju.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: yinzh@zju.edu.cn

准参考物件,通过改变投影系统和摄像系统的相对 位置来寻找误差最小值,系统标定操作繁琐,可操作 性差并且精度低。

Qingying Hu 等<sup>[7]</sup>通过在二维平面上的三角关 系分析,放宽了测量系统对平行度的要求。毛先富 等[8]从理论上证明了双瞳中心连线不平行于参考 面, 且双光轴也不共面时的测量原理。但这些方法 是基于测量系统结构参数已知的条件下,而实际上 要精确测定这些参数值(投影系统出瞳中心到摄像 机镜头入瞳中心的距离、双瞳连线与参考平面所成 的夹角、参考平面上的光栅周期以及摄像机镜头入 瞳中心到参考平面的距离等)还比较困难。本文采 用两个参考平面辅助分析系统光路结构,引入了一 个能使双光轴共面的等效虚拟投影出瞳中心。依据 摄像机坐标系建立被测物体的空间坐标系,基于光 线跟踪原理推导了相位和高度之间的映射关系给出 了满足平行度的系统参数特性。借助于摄像机坐标 系同时获取高度及相应的相位信息,实现高度和横 向坐标的简易校准。

#### 2 FTP 测量原理

在傅里叶变换轮廓术中由摄像系统得到的参考 光栅图像和变形光栅图像可以分别记为

$$g_{0}(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{n} \exp\{j[2\pi n f_{0}x + n \varphi_{0}(x,y)]\}, \quad (1)$$

$$g(x,y) = r(x,y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{n} \exp\{j[2\pi n f_{0}x + n \varphi(x,y)]\}, \quad (2)$$

式中  $f_0$  为光栅像的基频,r(x, y) 为物体表面非均 匀的反射率, $\varphi(x, y)$  为物体高度分布引起的相位 调制。当投影系统的出瞳中心位于无穷远时,在参考 平面上的相位分布是线性的,这时附加相位调制  $\varphi_0(x, y) = 0$ 。

对参考光栅图像和变形光栅图像分别进行傅里 叶变换,在频域进行滤波处理,取出调制了物体高度 信息的基频分量,再经傅里叶逆变换后,参考光栅图 像和变形光栅图像的光场分布变为

$$g'_{0}(x,y) = A_{1} \exp\{j[2\pi f_{0}x + \varphi_{0}(x,y)]\}, \quad (3)$$
  

$$g'(x,y) = A_{1}r(x,y) \exp\{j[2\pi f_{0}x + \varphi(x,y)]\}, \quad (4)$$

$$\Delta \varphi(x,y) = \varphi(x,y) - \varphi_0(x,y) = \\ \ln \{ \ln [g'(x,y) \cdot g_0^{'*}(x,y)] \}, (5)$$

式中 \* 表示共轭运算,Im()表示取复数的虚部。这 里的相位为压包相位,其主值分布在[-π,π]之间, 可以通过相位展开算法得到连续的相位分布,相位 分布中包含了物体的高度信息。从相位到高度的计 算取决于光学系统的结构,对测量系统的光路结构 进行分析,建立起相位与高度之间的映射关系,通过 系统校准方法<sup>[7~16]</sup>完成高度和横向坐标的校准,最 终得到被测物体的三维轮廓形貌。

## 3 测量系统分析以及三维坐标校准

#### 3.1 测量系统分析

测量系统涉及到两个参考平面:实际测量中使 用的参考平面  $R_2(x_2, y_2)$ ;由实际参考平面平移得 到的中间参考平面  $R_1(x_1, y_1)$ 。实际参考平面  $R_2(x_2, y_2)$ 中的  $x_2$ 方向为光栅条纹走向,投影仪光 轴和摄像机光轴相交于中间参考平面  $R_1(x_1, y_1)$ 上的一点。

在如图 1(a)所示的 FTP 非共面系统中, P' 点 为实际投影系统的出瞳中心位置,  $p_1$  为投影系统的 光轴, C 为摄像机系统的入瞳中心位置, c 为摄像机 光轴。首先让投影系统沿得  $y_2$  轴方向做上下平移运 动,使投影系统出瞳中心位置从 P' 点平移到 P 点, 使线 PC 与光栅条纹走向  $x_2$  共面,投影系统光轴变 为  $p_2$ 。再于  $y_2z_2$  平面内让投影系统光轴绕 P 点旋转  $\delta$  角度, 投影系统光轴从  $p_2$  变为 p, p 与摄像机光轴c 共面并且相交于  $O_1$  点。经过  $O_1$  点作一个实际参考 平面  $R_2(x_2, y_2)$  的 平行 面,即中间参考平面  $R_1(x_1, y_1)$ 。实际测量中, 投影系统镜头出瞳中心和 摄像机镜头入瞳中心的位置是未知的,其光轴方向 也是未知的,即中间参考平面 $R_1(x_1, y_1)$ 的空间位 置是未知的。

由于实际参考平面  $R_2(x_2, y_2)$ 上光栅条纹强度 分布在对于同一个  $x_2$  的  $y_2$  方向上为常数,对投影系 统进行上述的平移和旋转运动并不会改变实际参考 平面  $R_2(x_2, y_2)$ 上光栅的条纹强度分布。如图 1(b) 中所示,当投影系统的出瞳中心位置沿  $y_2$  轴方向从  $P' 点变换到 P 点时, q'_E = q_E, 即 q'_{EF} = q_{EF}, 因而对同一$ 个高度位置测得的相位值不变。可见,非共面下的 P点位置与共面情况时的 P 点位置对测量系统具有相同的效果。把 P 点称为实际投影位置的等效虚拟投影出瞳中心。由此,可以把非共面的系统分析转化为如图 2 所示的投影系统光轴和摄像机光轴共面情况下的 FTP 统一的系统结构图分析。



### 图 1 FTP 非共面系统图 Fig. 1 Non-coplanar measurement system in FTP



图 2 FTP 统一的系统结构图

Fig. 2 Unified measurement system in FTP

图 2 所示的统一的 FTP 系统结构图中,投影系 统光轴与摄像机光轴相交于中间参考平面  $R_1(x_1, y_1)$ 的 O点,两光轴所成的夹角为  $\theta_a$ 摄像机镜头入瞳 中心到实际参考平面  $R_2(x_2, y_2)$ 的距离为  $l_a$ 投影系 统出瞳中心 P点与摄像机镜头入瞳中心 C点的连线 长度为  $d_i$ 与摄像机像平面所成的夹角为  $\beta_a$ 

#### 3.2 相位和高度映射关系

空间坐标系的建立不会影响物体三维形貌的测量结果,选取摄像机坐标系为被测物体的空间坐标系 $(x_w, y_w, z_w)$ ,其中 $z_w$ 为摄像机光轴方向。图2中 H为三维被测物体上的任意一点, $h_1$ 为其到实际参 考平面  $R_2(x_2, y_2)$ 平面的距离,即线段 H'H 的长 度。在实际参考平面  $R_2(x_2, y_2)$ 上采集参考光栅图 像,以及采集放置被测物体后的变形光栅图像,根据 FTP 的测量原理计算出相位差分布  $\Delta \varphi(x, y)$ 。  $R_2(x_2, y_2) 上 E,F$ 两点的相位差  $\Delta \varphi$  调制了被测物 体的高度信息 h,在所建立的空间坐标系中相应的 高度为  $h = l + h_1$ 。

设实际参考平面  $R_2(x_2, y_2)$  上光栅条纹频率为  $f_0$ ,  $|FE| = \Delta \varphi / 2\pi f_0$ 。在所建立的空间坐标系中,设 H 点的 x 坐标为 x(u, v),  $\Delta FH'H \sim \Delta CMH$ , 得

$$\frac{H'E}{NP} = \frac{H'H}{NH},$$

$$H'E = \left(\frac{h_1}{d\sin\beta + l + h_1}\right) \left[d\cos\beta - x(u,v)\right],$$
(7)

$$FH'+H'E=FE,$$

$$\Delta\varphi(u,v) = 2\pi f_0 \left\{ \frac{h_1(u,v)x(u,v)}{l+h_1(u,v)} + \frac{h_1(u,v)\left[d\cos\beta - x(u,v)\right]}{d\sin\beta + l + h_1(u,v)} \right\}, \quad (8)$$

把高度映射到所建立的空间坐标系中,并且当 $\beta=0$ 时,有

$$\frac{1}{h(u,v)} = \frac{1}{l} - \frac{\Delta\varphi(u,v)}{2\pi f_0 dl},$$
  
$$\frac{1}{h(u,v)} = c_1(u,v) - c_2(u,v)\Delta\varphi(u,v), \quad (9)$$

将投影仪当作另一台摄像机看待,通过文献 [17]的方法先标定出摄像机的内外参数。投影仪投 影黑白棋盘格图像,通过如图 3 所示的投影仪和摄 像机相对关系,确立投影图像像素 ( $u^{\rho}$ ,  $v^{\rho}$ )在摄像 机图像坐标中的对应点( $u^{\epsilon}$ ,  $v^{\epsilon}$ ),最终求出投影仪相 对于摄像机的外部参数(旋转和平移矩阵)。当投影 系统出瞳中心和摄像机镜头入瞳中心的连线与摄像 机的光轴垂直,即 $\beta = 0$ 时,平移矩阵中的参数应当 满足  $t_{\epsilon} = 0$ 。

(9)式中含有 2 个系统结构参数  $c_1(u, v)$ ,  $c_2(u, v)$ 。通过 2 组以上已知的高度和相位值,利用 (9)式求出系统结构参数  $c_1(u, v)$ ,  $c_2(u, v)$ ,参数 值为常数。如果直接采用(9)式中的高度和相位映 射表达式,由于参数  $2\pi f_0 dl$ 的数值比较大,较小的 相位测量误差会引起较大的高度测量误差,系统的







Fig. 3 Extrinsic parameters between the projector

#### and camera

测量精度比较低。当 $\beta = 0$ 时,经过等式变换,(8)式 同样可以转变为

$$\frac{1}{h(u,v) - l} = -\frac{1}{l} + \frac{2\pi f_0 d}{l} \frac{1}{\Delta \varphi(u,v)},$$
$$\frac{1}{h(u,v) - C} = a_1(u,v) + a_2(u,v) \frac{1}{\Delta \varphi(u,v)}, (10)$$

式中 $C = 1/c_1$ 。重新采用2组以上已知的高度和相 位值,利用(10)式可以求出系统结构参数 $a_1(u, v)$ ,  $a_2(u, v)$ ,最终建立相位和高度之间的映射关系。

系统的测量精度与系统结构参数 2πf<sub>0</sub>d/l 有关, 定义等效波长 $\lambda = f_0 d/l$ ,用以表征系统的测量精度, 等效波长越大,系统的测量精度越高。

当 $\alpha = \pi/2, \beta = 0, 并且以理想参考平面建立空$ 间坐标系时,(8)式可以转变为

$$h(u,v) = \frac{\Delta \varphi(u,v)l}{\Delta \varphi(u,v) - 2\pi f_0 d},$$
 (11)

可见,传统的傅里叶变换轮廓术测量系统是上述测 量系统中的一个特例。

#### 3.3 高度和横向坐标校准

在理想参考平面的空间位置未知的情况下,借 助于摄像机坐标系可以方便地获取几组校准平面的 高度数据,用于求解相位和高度映射中的结构参数。 使用如图 4 所示的带"×"符的标定平板(其中"+" 表示所提取出的标记中心点,标定点中心之间的距 离为 28 mm),在 m 组(m≥4)不同空间位置上同时 采集标定数据和光栅图像。根据傅里叶变换轮廓术 测量原理,求解出标定平板图像中每个像素点的相 位分布;同时根据标记平板相对于摄像机的外部参 数,求解出标定平板图像上每个像素点的高度分布。

使用  $n_1$  组( $n_1 \ge 2$ )相位以及对应的高度联立 方程组求出参数  $c_1(u, v)$  和  $c_2(u, v)$ ,再使用  $n_2$  组 (n₂≥2)相位以及对应的高度联立方程组求出系统 的结构参数  $a_1(u, v)$  和  $a_2(u, v)$ ,实现高度坐标校



#### 图 4 标定平板上的标记点和光栅条纹

Fig. 4 Pattern and the grating for the calibration 准。计算出相对于摄像机坐标系中的高度坐标后,可 在 $z_w$ 方向进行一个C = l的平移。

在横向坐标校准中,已知被测物体上任意一点 的高度坐标以及摄像机的内部参数,就可以依据

$$x(u,v) = \frac{h(u,v)}{f_u} x_u, \ y(u,v) = \frac{h(u,v)}{f_v} y_u. \ (12)$$

#### 实验结果及分析 4

实验采用了 TAXAN-PLUS 基于数字光处理照 (DLP)技术的投影机系统,分辨率为 1024 pixel × 768 pixel;使用了可变焦的佳能(Cannon)单反像机。采 集的图像经统一有效区域裁减后像素数为 426 pixel× 449 pixel,求出的摄像机系统内部参数分别为  $f_u$  =  $1771.93, f_{v} = 1726.59, k_{1} = 0.5684, k_{2} = -2.1919, k_{3} =$  $0.0396, c_r = 212.500, c_v = 224.000$ 。投影仪相对于摄像机 外部参数中的平移矩阵为T = (-19.470491,-338.534695,-2.036079),可见 t。数值已经很小,系统 基本上能够满足 $\beta = 0$ 的条件。

为了验证文中对傅里叶变换轮廓术测量系统的 分析以及相应的高度和横向坐标校准方法的有效 性,用一个已知三维数据点的倾斜面作为测试对象 (使用标定板求出其相对于摄像机坐标系的高度 值)。图 5 为测量得到的倾斜面高度灰度图,高度上 的标准偏差约为 0.216 mm。

再对一个表面轮廓较为复杂的石膏头像进行测



图 5 倾斜面高度灰度图 Fig. 5 Gray image of height data

量,图 6(a)为采集到的该石膏头像的变形光栅条纹 图,图 6(b)为测量得到的数据经 OpenGL 渲染后在 不同视角的三维网格渲染图,其中鼻子下方以及周 围的数据由孔洞补洞算法<sup>[18]</sup>得到。测量结果较好 地反映了模型的三维形貌轮廓,证实了该系统测量 方法的有效性。



图 6 复杂面形测量结果。(a)变形光栅条纹图;(b)不同视角的三维网格渲染图 Fig. 6 3D measurement result of a complex object. (a) deformed grating image; (b) rendered 3D mesh surface from different perspectives

## 5 结 论

对傅里叶变换轮廓术物体三维形貌测量的系统 进行了分析。采用两个参考平面辅助分析系统的光 路结构,引入了一个能使双光轴共面的等效虚拟投 影出瞳中心;依据摄像机坐标系建立被测物体的空 间坐标系,基于光线跟踪原理给出了测量系统中相 位和高度的映射关系,给出了满足平行度的系统参 数特性;借助于摄像机坐标系同时获取几组校准平 面上的高度以及相应的相位分布,实现了高度和横 向坐标的简易校准。该方法不需要系统的各项结构 参数为已知条件,使傅里叶变换轮廓术测量系统的 实现变得简单,标定过程不需要使用精密的平移工 作台,并且易于通过移动成像系统或投影系统来获 取全场测量。实验结果表明了该方法的有效性与可 行性。

#### 参考文献

- 1 Frank Chen, Gordon M. Brown, Mumin Song. Overview of three-dimensional shape measurement using optical methods [J]. Optical Engineering, 2000, 39(1): 10~22
- 2 Peisen S. Huang, Chengping Zhang, Fupen Chiang. High-speed 3-D shape measurement based on digital fringe projection [J]. *Optical Engineering*, 2002, **42**(1): 163~168
- 3 Song Zhang, Shingtung Yau. Three-dimensional shape measurement using a structured light system with dual cameras [J]. Optical Engineering, 2008, 47(1): 013604
- 4 M. Takeda, K. Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shape [J]. *Applied Optics*, 1983, 22(24): 3977~3982
- 5 X. Su, W. Chen. Fourier transform profilometry: a review [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2001, **35**(5): 263~284
- 6 Koichi Iwata, Fuminori Kusunoki, Kousuke Moriwaki *et al.*. Three-dimensional profiling using the Fourier transform method

with a hexagonal grating projection [J]. Applied Optics, 2008, **47**(20): 2103~2108

- 7 Qingying Hu, Huang Peisen, Fu Qionglin *et al.*. Calibration of a three-dimensional shape measurement system [J]. Optical Engineering, 2003, **42**(2): 487~493
- 8 Mao Xianfu, Chen Wenjing, Su Xianyu. Analysis of new phase and height algorithm in Fourier transform profilometry[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(2): 225~229 毛先富,陈文静,苏显渝. 傅里叶变换轮廓术中新的相位及高度 算法分析[J]. 光学学报, 2007, 27(2): 225~229
- 9 Xu Guangyou, Liu Lifeng, Zeng Jianchao et al.. A new method of calibration in 3D vision system based on structure-light [J]. Chinese J. Computers, 1995, 18(6): 450~456 徐光佑, 刘立峰, 曾建超等. 一种新的基于结构光的三维视学系 统标定方法[J]. 计算机学报, 1995, 18(6): 450~456
- 10 Anand Asundi, Zhou Wensen. Unified calibration technique and its applications in optical triangular profilometry [J]. Appl. Opt., 1999, 38(16): 3556~3561
- 11 Song Wanzhong, Su Xianyu, Cao Yiping *et al.*. A new method of three dimensional coordinates calibration in phase measuring profilometry [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(3): 272~277 宋万忠,苏显渝,曹益平等.相位测量轮廓术中三维坐标校准新 方法[J]. 光学学报, 2003, 23(3): 272~277
- 12 S. Zhang, P. S. Huang. Novel method for structured light system calibration [J]. Optical Engineering, 2006, 45 (8): 083601
- 13 Yong Li, Xianyu Su, Qingyang Wu. Accurate phase-height mapping algorithm for PMP [J]. J. Modern Optics, 2006, 53(14): 1955~1964
- 14 Zhang Qican, Su Xianyu, Xiang Liqun. Phase-height mapping and coordinate simultaneous calibration in Fourier transform profilometry[J]. Opto-Electronic Engineering, 2008, 35(6): 32~36

张启灿,苏显渝,向立群. 傅里叶变换轮廓术中三维坐标同时校 准方法[J]. 光电工程, 2008, **35**(6): 32~36

15 Xu Qiaoyu, Ye Dong, Che Rensheng. On-line calibration of stereo vision measurement system based on optical reference bar [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(1): 81~86
徐巧玉,叶 东,车仁生. 基于光学参考棒的立体视觉测量系统 现场标定技术[J]. 光学学报, 2008, 28(1): 81~86

16 Wu Qingyang, Li Jinzhen, Su Xianyu et al.. An approach for

calibrating rotor position of three-dimensional measurement system for line-structure light [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(8): 1224~1227

吴庆阳,李景镇,苏显渝等.线结构光三维测量系统中旋转轴的标定方法[J].中国激光,2008,**35**(8):1224~1227

17 Zhang Zhengyou. A flexible new technique for camera calibration

[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, **22**(11): 1330~1334

18 Y. Yongtae. A piecewise hole filling algorithm in reverse engineering [J]. Computer-Aided Design, 2005, 37 (2): 263~270

《现行光学元件检测与国际标准》 新书宣传材料

\*\*\*\*

《现行光学元件检测与国际标准》重点介绍光学元件检测领域 中的新近进展、方法、技术、需求和标准。全书共10章,主要论述: 现代光学的发展对光学元件检测的需求;计量概念与误差及精度 的必要知识;光学元件检测基础;光学元件的参数检测和性能检测 的现行技术,侧重对特殊元件、光学表面面形、表面缺陷及表面粗 糙度等内容的叙述以及相关的新旧标准的转换;介绍了光学元件 技术要求和检测要求的国际标准(ISO10110)的最新内容和有关的 辅助资料;最末一章,围绕光学元件检测设置了几个常用的实验实 习课题;每章末附有参考文献。本书附录汇总了光学检测中四个 常用的资料。书后汇总了以往的光学检测书籍。

本书由南京理工大学兼职教授、原中国科学院上海光学精密 机械研究所徐德衍研究员与南京理工大学电光学院高志山教授等 共同编著。可供从事光学、光学工程(尤其光学制造技术与检测) 的科技人员与工艺技术人员参考,也可供大专院校有关专业的师 生阅读或作为参考教材。

书名	现行光学	学元件	·检测	与	国际标》	隹
价格	50 元	页	数	30	2页	



出	版	科学出版社	ISBN978-7-03-025083-4
出版E	眀期	2009年9月	