

文章编号: 0253-2239(2009)10-2774-06

# 稀疏孔径双圆周阵列的成像性能研究

刘 丽 江月松 王长伟

(北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100191)

**摘要** 针对传统稀疏孔径均匀圆周阵列的调制传递函数在截止频率区域内易出现零值而影响成像质量的问题,提出一种由两个均匀圆周阵列嵌套构成的无冗余的双圆周稀疏孔径结构。给出该阵列的光瞳函数以及调制传递函数的解析表达式。以 5-3 结构的双圆周阵列为例,以实际空间截止频率为像质评价准则,从子孔径直径、内环圆周半径以及内环旋转角度等几个方面详细分析了双圆周阵列的成像特性,给出不同情况下的实际截止频率值,并对双圆周阵列稀疏孔径系统进行模拟成像和图像复原。将该结构与均匀圆周阵列、Cornwell 优化圆周阵列进行比较。结果表明,相同条件下,该阵列具有更大的实际空间截止频率,并且成像质量随着填充因子的减小而逐渐下降。

**关键词** 应用光学;稀疏孔径;调制传递函数;成像特性

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092910.2774

## Imaging Quality of Double-Circle Sparse Aperture Array Configuration

Liu Li Jiang Yuesong Wang Changwei

(School of Electronic Information Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,  
Beijing 100083, China)

**Abstract** A new non-redundant double-circle sparse aperture array configuration, which is composed of two uniform circle arrays, is proposed, since the modulation transfer function (MTF) of the common uniform circle array usually has zero-value regions within the cut-off spatial frequency, which prejudice the image quality. The pupil function and MTF have been given. Taking the five-three double circles array as an example, image performance is discussed in terms of the sub-aperture diameter, inner circle radius and inner circle rotation, based on the practical cut-off frequency. Imaging simulation and image restoration are given. The results show that, compared with the uniform circle array and Cornwell's optimized circle array, the double circle array has higher practical cut-off frequency, and the image quality degrades with the decrease of filling factor.

**Key words** applied optics; sparse aperture; modulation transfer function(MTF); image quality

## 1 引 言

稀疏孔径光学成像系统是对多个小口径的光学元件或光学系统进行精确的排列和调整,使通过各个子孔径的光束在焦平面上满足同相位条件,实现干涉成像,从而达到与其通光口径相当的单一大口径系统的衍射极限分辨率<sup>[1,2]</sup>。它是实现超大口径、甚高分辨率空间光学遥感器的有效途径之一。

稀疏孔径光学系统与全孔径光学系统相比,成本低,体积小,制造工艺相对简单,可实现模块化,但缺点在于系统的调制传递函数(MTF)在中高频段会严重衰减,从而导致成像质量降低。对于扩展光源照明的多孔径成像系统,由于 MTF 在频谱平面的方向性使它能更好地描述成像性能的复杂度,所以 MTF 更适合作为像质评价准则<sup>[3~6]</sup>。而稀疏孔

收稿日期: 2008-05-23; 收到修改稿日期: 2008-09-20

基金项目: 国家 863 计划(2007AA12Z114)资助课题。

作者简介: 刘 丽(1982—),女,博士研究生,主要从事光学稀疏孔径成像及其相关方面的研究。

E-mail: catty118@ee.buaa.edu.cn

导师简介: 江月松(1959—),男,教授,博士生导师,主要从事成像信息科学与技术、激光空间信息技术和红外光电信息获取与处理技术等方面的研究。E-mail: yuesongjiang@buaa.edu.cn

径的阵列结构(或光瞳结构)会直接影响光学系统的MTF。文献[7~14]均以MTF为优化准则,分别对直线阵、圆周阵和一般阵列进行了优化。合理的阵列结构,能使系统满足分辨率要求,且具有最轻的重量和最小的体积。

本文提出一种由两个均匀圆周阵列嵌套构成的双圆周稀疏孔径系统,对它进行理论分析和模拟成像研究,对5-3结构的双圆周阵列,以实际空间截止频率作为评价准则,详细分析了不同条件下的阵列成像特性。并与均匀圆周阵列、Cornwell优化圆周阵列相比较。

## 2 双圆周阵列结构以及调制传递函数

单个均匀圆周阵<sup>[15]</sup>,与Golay结构,三臂结构相比,在相同条件下,其调制传递函数在中频部分容易出现零值,相应的空间频率的图像信息损失,无法复原,影响成像性能。增大填充因子可以减少零频区域,但同时意味着增大系统体积,增加成本。针对这个问题,本文提出由两个均匀圆周阵内外嵌套,形成双圆周阵列。外环由 $N_1 \geq 3$ 个直径相同的子孔径构成均匀圆周阵列,内环由 $N_2 \leq N_1$ 个子孔径构成另一个均匀圆周阵列,且内环可以根据系统要求相对于外环旋转。 $N_1$ 为奇数,这是由于偶数个子孔径构成的均匀圆周阵列具有很高的冗余度。对于无像差的系统,冗余度能增大信噪比,但当系统存在像差时,冗余度会降低图像对比度<sup>[11]</sup>。实际系统不可避免地存在像差,所以我们采用无冗余度的奇数均匀圆周阵。 $N_2$ 一般选3或5,一方面是子孔径数目过多,造价昂贵,另一方面3孔圆周阵与Golay3结构相同,是二维稀疏孔径阵列的最小单元,便于分析和优化。图1为 $N_1=5, N_2=3$ 的5-3双圆周阵列的示意图。

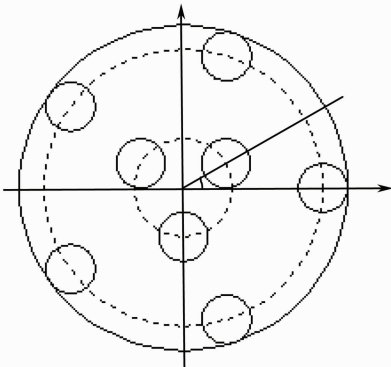


图1 5-3双圆周阵列结构图

Fig. 1 Five-three double circles array configuration

设包围圆直径为 $D$ ,外环圆周半径为 $R$ ,内环圆周半径为 $r$ ,子孔径直径为 $d$ ,内环相对外环旋转角度为 $\theta$ ,则双圆周阵列的光瞳函数和调制传递函数为

$$P_0(x, y) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{d/2}\right) \cdot \left[ \sum_{i=1}^{N_1} \delta(x - R \cos \varphi_i, y - R \sin \varphi_i) + \sum_{j=1}^{N_2} \delta(x - r \cos \varphi_j, y - r \sin \varphi_j) \right],$$

$$\varphi_i = \frac{2\pi}{N_1}(i-1), \quad \varphi_j = \frac{2\pi}{N_2}(j-1) + \theta$$

$$i = 1, 2, \dots, N_1, \quad j = 1, 2, \dots, N_2$$

$$R = (D-d)/2, \quad d/\sqrt{3} \leq r < R \quad (1)$$

$$f_{\text{MT}} = f_{\text{MT}d} + \frac{1}{N} f_{\text{MT}d} \cdot \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \delta\left(f_x \pm \frac{x_j - x_k}{\lambda f}, f_y \pm \frac{y_j - y_k}{\lambda f}\right),$$

$$N = N_1 + N_2, \quad (2)$$

式中 $(x_j, y_j)$ 为光瞳面子孔径的中心坐标, $(f_x, f_y)$ 为频谱面坐标。显然,稀疏孔径的MTF由于调制传递函数分布在二维频率域内的不同位置决定,子孔径中心点阵的二维相关点阵决定二维频率点的位置。三角形网格点阵是较优越的相干点阵,这也是我们选择内环3孔圆周的原因,它的MTF是标准的三角形网格点阵。图2给出单圆周和双圆周的二维频率域的频率点分布图。图2(a)中点线为外圆周频率点分布,划线为内圆周频率点分布。可以看出,采用双圆周阵列,弥补了外圆周阵列较早出现零值,而内圆周阵列截止频率过低的缺点。研究表明<sup>[3,6]</sup>,对于正三角形的阵列,为保证MTF内无零点,需 $d/\sqrt{3} \leq r \leq d$ ,当旋转角度 $\theta=0, 2\pi/3, 4\pi/3$

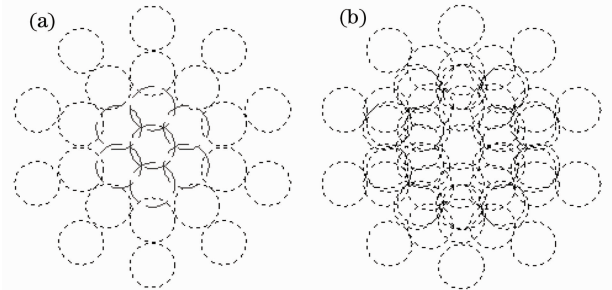


图2 二维频率点分布图。(a)独立的内外圆周阵列;(b)双圆周阵列

Fig. 2 Two-dimensional frequency point distribution. (a) Respective outer circle array and inner circle array; (b) double-circle array

时,避免两孔径相重叠,  $r \leq R - d$ ,进一步约束了  $r$  的取值。

### 3 阵列结构的评价准则

阵列结构的优劣直接表现在调制传递函数上,而 MTF 是评价光学稀疏孔径系统成像性能的重要指标,它反映了光学系统传递信息的能力,也反映了像面上各个不同空间频率的对比度。本文采用 MTF 像质评价准则中的实际空间截止频率  $\rho_R$ <sup>[3,13,16]</sup> 来评价阵列结构对系统成像性能的影响。我们这里所说的成像性能并不考虑整个设备(包括照明光源、光学组件、机械载体以及探测器等)的性能,仅仅考虑稀疏孔径阵列本身的成像能力。

实际空间截止频率  $\rho_R$  是指调制传递函数第一次出现零值时所对应的空间频率。稀疏孔径系统的分辨本领实际上等于  $1/\rho_R$ <sup>[3,6]</sup>。在设计阵列时,应尽可能地最大化  $\rho_R$ ,使其接近包围圆所确定的截止频率  $\rho_c = D/\lambda f$ ,同时尽可能地降低填充因子。

### 4 双圆周阵列结构仿真示例和讨论

根据(1)式和(2)式,从子孔径直径,内环圆周半径以及内环旋转等几方面仿真和讨论双圆周阵列的 MTF,给出实际截止频率值。并与均匀圆周阵列以及 Cornwell 优化的圆周阵列<sup>[11]</sup>进行比较实验。仿真过程中,波长  $\lambda = 633 \text{ nm}$ ,焦距  $f = 20 \text{ m}$ ,包围圆直径  $D = 1 \text{ m}$ 。

#### 4.1 子孔径直径

保持包围圆直径不变,则子孔径直径的变化通过填充因子表现出来。取  $\theta = 0, r = d/\sqrt{3}$ 。图 3 显示了 5-3 双圆周阵列在填充因子为 0.1, 0.2 和 0.3 的 MTF 俯视图,表 1 给出了具体的特征指标值。从中可以看出,随着子孔径直径的增大,系统实际截止频率增大,MTF 中的“孔洞”越来越少,到填充因

子为 0.3 时,截止频率内无零点,并且,可以看出该阵列的 MTF 的水平方向为最小截止频率方向,垂直方向为最大截止频率方向。

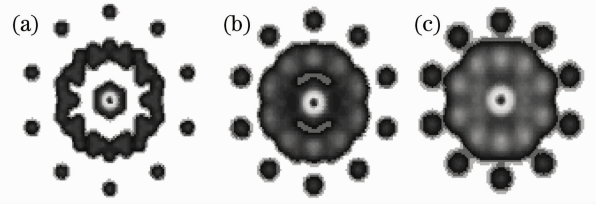


图 3 5-3 双圆周阵列的 MTF 俯视图。(a)  $F=0.1$ ; (b)  $F=0.2$ ; (c)  $F=0.3$

Fig. 3 MTF(top-view) of five-three double-circle array.

(a)  $F=0.1$ ; (b)  $F=0.2$ ; (c)  $F=0.3$

表 1 5-3 双圆周阵列在不同填充因子下的特征指标  
Table 1 Characteristics of five-three double-circle array with different filling factors

The feature	$F=0.1$	$F=0.2$	$F=0.3$
Practical frequency $\rho_R/\rho_c$	0.1936	0.5834	0.6266

#### 4.2 内环圆周半径

从前面可以知道,内环圆周半径有一定的选取范围。在  $F=0.2$  时,对  $r$  取不同的值,仿真和比较 5-3 双圆周阵列的 MTF,同样取  $\theta=0$ 。从图 4 很明显地可以看出,随着内环圆周半径的增大,即内环子孔径从向内相切,到离外环越来越远,直到与外环相切,在这个过程中双圆周阵列的实际截止频率越来越小,当  $r > d = 0.1581$  时,内圆周阵列的 MTF 开始出现零值,使得双圆周阵列的 MTF 的“孔洞”越来越多,频率损失逐渐增大,成像会越来越差。所以在  $\theta=0$  时,内环圆周半径应选取最小值,以期得到较好的成像。

#### 4.3 内环旋转

在双圆周阵列中,内环可以相对外环进行旋转,对  $[0, 2\pi]$  的旋转角度进行仿真和分析,结果发现,旋转角度对 MTF 的影响会出现周期性变化,所以

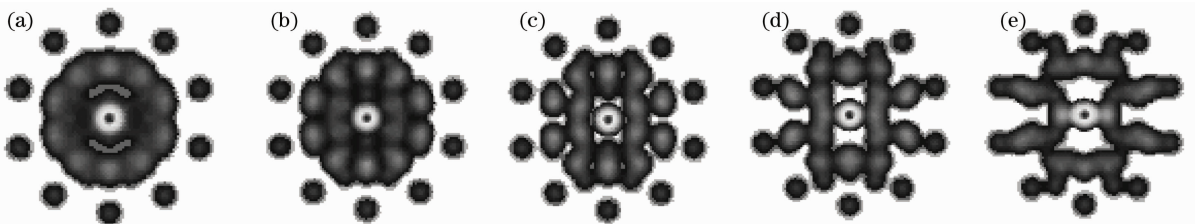


图 4 5-3 双圆周阵列在不同内环圆周半径下的 MTF 俯视图。(a)  $r=d/\sqrt{3}$ ; (b)  $r=0.12$ ; (c)  $r=0.16$ ; (d)  $r=0.20$ ; (e)  $r=R-d$

Fig. 4 MTF(top-view) of five-three double-circle array with different radius of inner circle. (a)  $r=d/\sqrt{3}$ ; (b)  $r=0.12$ ; (c)  $r=0.16$ ; (d)  $r=0.20$ ; (e)  $r=R-d$

只考虑 $[0, \pi/2]$ 。图 5 是随着旋转角度的变化,水平和垂直方向上 MTF 曲线的变化图,取  $r = d/\sqrt{3}$ 。从图 5 中可以看出,内环旋转对 MTF 的影响不是太大。旋转  $90^\circ$  与旋转  $30^\circ$  的 MTF 相重合。在水平方向,即最小截止频率方向上,随着角度增大,截止频率有少许增大,但在归一化频率 0.25 处的 MTF

会出现一个低谷,不难想象当填充因子更小时,该处很容易出现零值。在垂直方向,即最大截止频率方向上,只在中频区域有些许变化,原来 0.25 处的低谷越来越平,第一个次峰逐渐偏离主峰。总之,内环旋转对 MTF 的影响不是很大。

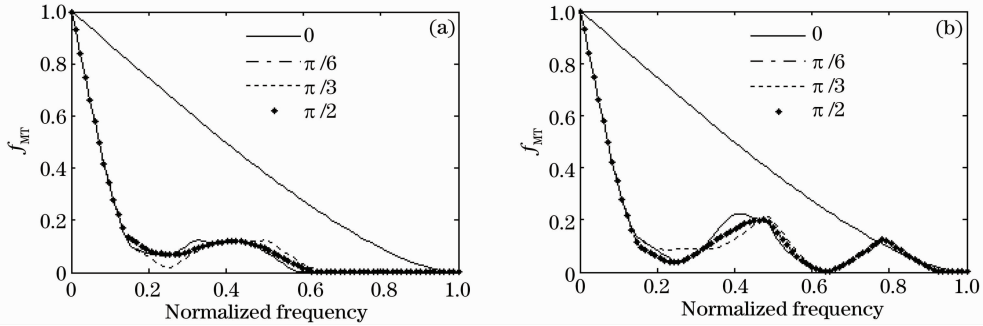


图 5 5-3 双圆周阵列随内环旋转角度变化的 MTF 曲线。(a) 水平方向；(b) 垂直方向

Fig. 5 MTF curves of five-three double-circle array with different inner circle rotation angles. (a) Horizontal; (b) vertical

#### 4.4 双圆周阵列、均匀圆周阵列以及优化圆周阵列的比较

将本文所介绍的 5-3 双圆周阵列与传统的 8 孔均匀圆周阵列以及由 Cornwell 优化的 8 孔圆周阵列进行比较,填充因子为 0.2,实验结果如图 6,图 7 和表 2 所示。从 MTF 俯视图可以很清晰的看到均匀圆周阵和优化圆周阵内有很多“空洞”,而双圆周阵只在外围出现零值。在水平方向上,5-3 双圆周阵列的 MTF 在截止频率内无零点,且比较平缓,在 0.2~0.6 范围内中频值相对较高,有很好的中频特性,但高频部分几乎为零。均匀圆周阵列在归一化频率为 0.158 附近即出现零点,随后有很大起伏,在 0.4 附近又有零点出现。优化圆周阵列起伏比均匀圆周阵小,在

0.352 附近出现零值,在 0.2~1 范围内中频都很小。在垂直方向上,双圆周阵有些起伏,在 0.62 处接近零值,不过在 0.4 和 0.8 附近的中频响应很好。优化圆周阵无零点,整个中高频域内 MTF 值都很小。综合比较,本文所提出的双圆周阵列在相同填充因子下,比均匀圆周阵和 Cornwell 优化圆周阵具有更高的截止频率,成像分辨率更高。

表 2 3 种阵列的特性指数

Table 2 Characteristics of three kinds of array configuration

The feature	5-3 double circles	Uniform circle	Cornwell's optimized circle
Practical frequency $\rho_R/\rho_c$	0.5834	0.1781	0.3516

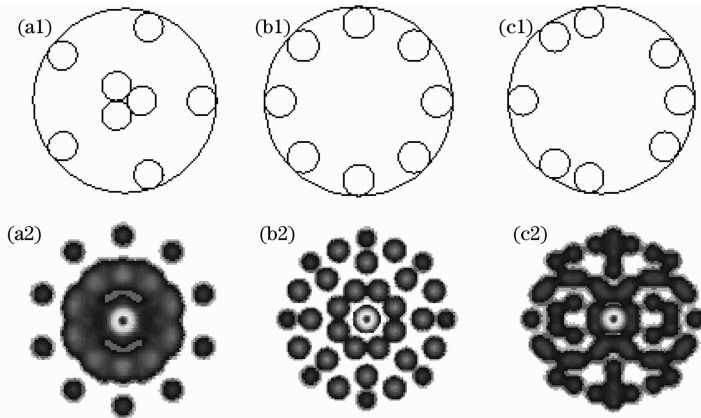


图 6 3 种阵列的结构图和 MTF 俯视图,  $F=0.2$ 。(a)5-3 双圆周阵列；(b)8 孔均匀圆周阵列；(c)Cornwell 优化 8 孔圆周阵列

Fig. 6 Array configuration and MTF(top-view) with  $F=0.2$ . (a) Five-three double-circle array; (b) eight sub-aperture uniform circle array; (c) Cornwell's optimized eight sub-aperture circle array

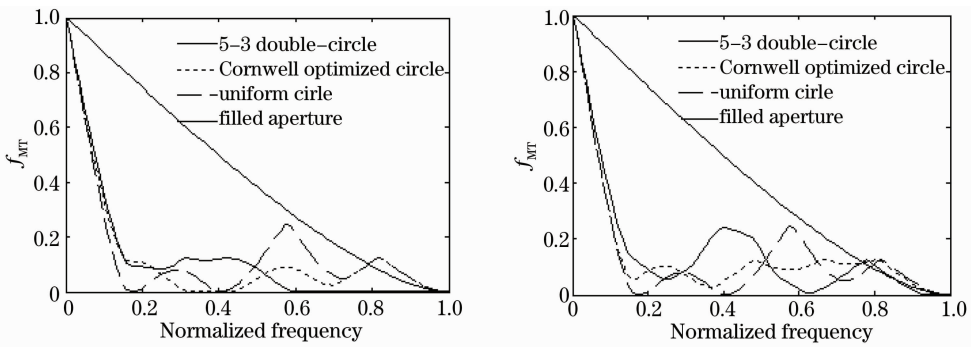


图 7 3 种阵列的 MTF 曲线。(a)水平方向;(b)垂直方向

Fig. 7 MTF curves of three kinds of array configuration at the (a) horizontal; (b) vertical direction

## 5 模拟成像和图像复原

如图 8 所示,用 5-3 双圆周阵列对遥远目标成像进行仿真实验,不考虑视场的影响。取  $r = d/\sqrt{3}$ ,  $\theta = 0$ , 在像面上叠加均值为 0, 方差为 0.01 的高斯噪声后输出复原图像。从图 8 中可以看出,填充因子减小时,图像模糊区域增大,成像分辨率下降,这

与我们之前的分析相同。从图 9 中三种阵列的模拟成像比较中,均匀圆周阵成像质量最差,使用维纳滤波后有些地方无法分辨,优化圆周阵列次之,双圆周阵列成像质量最好,模糊区域最小,维纳滤波前基本可以看清中间的星道。说明本文提出的 5-3 双圆周阵列具有较高的成像分辨率,验证了之前的分析。

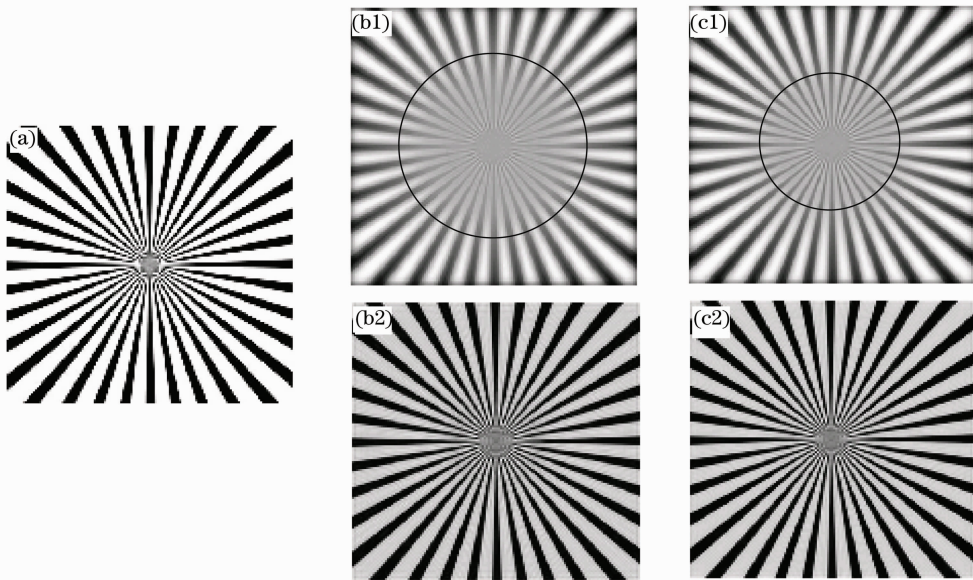


图 8 5-3 双圆周阵列结构模拟成像和复原。(a) 原始目标物;(b) 加噪模拟成像和维纳复原结果( $F=0.2$ ); (c) 加噪模拟成像和维纳复原结果( $F=0.3$ )

Fig. 8 Image simulation and restoration of five-three double-circle array configuration. (a) Object; (b) simulated image with noise and restored image by Wiener filter ( $F=0.2$ ); (c) simulated image with noise and restored image by Wiener filter ( $F=0.3$ )

## 6 结 论

双圆周阵列是由两个均匀圆周阵列内外嵌套而成的无冗余的新的稀疏孔径阵列结构。以实际空间截止频率为评判阵列优劣的准则,以外环 5 孔均匀圆周阵,内环 3 孔均匀圆周阵组成的 5-3 双圆周阵

列结构为例,对阵列进行了详细分析。结果表明,在包围圆直径不变的情况下,子孔径直径变大或内环圆周半径变小,实际截止频率将变大,内环旋转对 MTF 影响不大。与 8 孔均匀圆周阵、Cornwell 优化圆周阵相比较,填充因子相同时,双圆周阵列具有

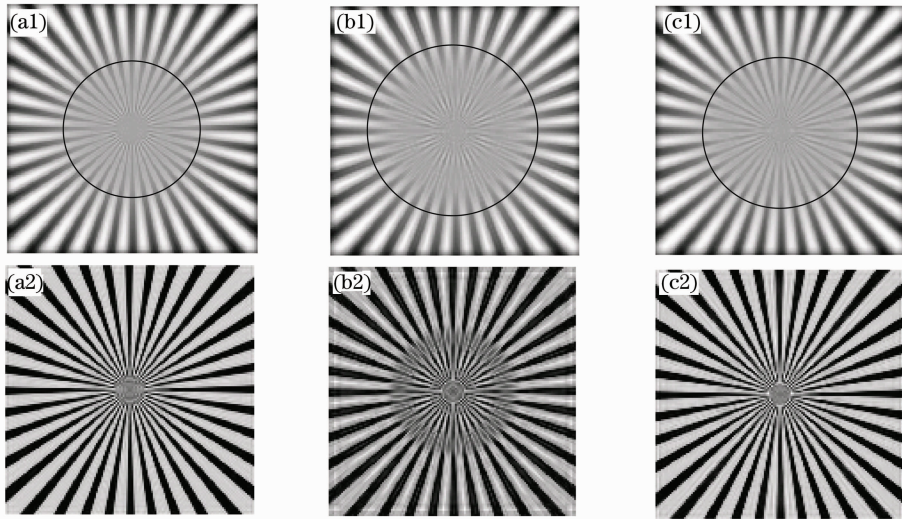


图 9 3 种阵列模拟成像和复原比较( $F=0.2$ )。(a)5-3 双圆周阵列；(b) 均匀圆周阵列；(c) 优化圆周阵列

Fig. 9 Image simulation and restoration of three kinds of array configuration( $F=0.2$ ). (a) Five-three double-circle array; (b) uniform circle array; (c) Cornwell's optimized circle array

更大的截止频率,更高的成像分辨率,有一定的工程实用价值。

### 参 考 文 献

- Long Weijun, Wang Zhile, Zhou Yanping. Imaging analysis computer simulation of optical synthetic aperture telescope[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(8): 1009~1014  
龙伟军, 王治乐, 周彦平. 光学综合孔径望远镜成像分析及计算机仿真[J]. *光学学报*, 2004, **24**(8): 1009~1014
- A. B. Meinel. Aperture synthesis using independent telescopes [J]. *Appl. Opt.*, 1970, **9**(11): 2501~2504
- J. E. Harvey, R. A. Rockwell. Performance characteristics of phased array and thinned aperture optical telescopes[J]. *Opt. Eng.*, 1988, **27**(9): 762~768
- R. D. Fiete, J. A. Mooney, T. A. Tantaló *et al.*. Image quality assessment of sparse-aperture designs with decreasing fill factors[C]. *SPIE*, 2000, **4091**: 64~73
- R. D. Fiete, T. A. Tantaló, J. R. Calus *et al.*. Image quality of sparse-aperture designs for remote sensing[J]. *Opt. Eng.*, 2002, **41**(8): 1957~1969
- Wang Zhile, Zhang Wei, Long Funian. Image quality evaluation for diffraction-limited optical synthetic aperture system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(1): 35~39  
王治乐, 张伟, 龙夫年. 衍射受限光学合成孔径成像系统像质评价[J]. *光学学报*, 2005, **25**(1): 35~39
- R. Barakat. Dilute aperture diffraction imagery and object reconstruction[J]. *Opt. Eng.*, 1990, **29**(2): 131~139
- Wen Jianguo, Jin Shengzhen, Ning Shunian. Optimum linear array of an optical aperture synthesis telescope [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2002, **47**(23): 1964~1968
- Jiang Yuesong. Size effects of sub-aperture on imaging of linear array of optical synthetic aperture[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(8): 1042~1047

江月松. 直线阵光学综合孔径成像中的子孔径尺寸效应[J]. *光学学报*, 2005, **25**(8): 1042~1047

- He Yuntao, Jiang Yuesong, Chen Haiting. Studies of optimization and imaging properties of two-dimensional circle array for mm-wave synthetic aperture system[J]. *J. Remote Sensing*, 2007, **11**(1): 33~38  
何云涛, 江月松, 陈海亭. 二维圆周综合孔径阵列优化及其毫米波成像特性研究[J]. *遥感学报*, 2007, **11**(1): 33~38
- He Yuntao, Jiang Yuesong, Liu Guangda. Optical synthesis aperture circle-array optimization based on genetic algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9): 1611~1616  
何云涛, 江月松, 刘广达. 基于遗传算法的光综合孔径圆周阵列优化[J]. *光学学报*, 2007, **27**(9): 1611~1616
- T. J. Cornwell. A novel principle for optimization of the instantaneous Fourier plane coverage of correlation arrays[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1988, **36**(8): 1165~1167
- J. L. Flores, G. Paez, M. Strojnik. Design of a diluted aperture by use of the practical cutoff frequency[J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(28): 6010~6018
- L. M. Mugnier, G. Rousset, F. Cassaing. Aperture configuration optimality criterion for phased arrays of optical telescope[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, **13**(12): 2367~2374
- Wang Dayong, Han Ji, Fu Xiyang. Imaging of optical sparse aperture systems and its evaluation experimentally[C]. *SPIE*, 2007, **6721**: 672105-1~9
- Wu Quanying, Qian Liu, Shen Weimin. Research on pupil configuration of dual three sub-apertures sparse aperture system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(2): 187~192  
吴泉英, 钱霖, 沈为民. 复合三子镜稀疏孔径光瞳结构的研究[J]. *光学学报*, 2006, **26**(2): 187~192