文章编号: 0253-2239(2009)10-2768-06

基于 Contourlet 变换的迭代图像复原算法

娄帅丁振良袁峰

(哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院,黑龙江哈尔滨 150001)

摘要 考虑到 contourlet 变换的多尺度多方向性以及对二维图像具有比小波变换更好的稀疏表示特性,提出了一种基于 contourlet 变换的图像复原算法。算法采用边界优化的方法,通过类期望最大化算法在 contourlet 域进行迭代计算,并最终获得惩罚似然函数的最优解。实验结果表明,与传统的基于小波变换的同类图像复原算法相比,基于 contourlet 变换的复原算法在保持了较低的运算代价的同时,更好地保护了图像的边缘和细节信息,峰值信噪比有 0.6 dB~0.8 dB 左右的提高。

关键词 图像处理;图像复原; contourlet 变换;边界优化

中图分类号 TN911.73 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092910.2768

Iterative Image Restoration Algorithm Based on Contourlet Transform

Lou Shuai Ding Zhenliang Yuan Feng

(School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract In consideration of the multi-scaled and multi-directional properties of contourlet transform and its better "sparse" representation of 2-D images, an image restoration algorithm based on contourlet transform is proposed. The algorithm adopts a bound optimization approach and is computed in the contourlet domain iteratively by an expectation-maximization-type (EM-type) method, and then reaches to the optimal result of the penalized likelihood function finally. The experimental results show that, compared with the traditional algorithms based on the wavelet transform, the proposed algorithm based on contourlet transform can protect the detail and edge information of the restored image much better, with the peak singnal-to-noise ratio (PSNR) improvement about $0.6 \text{ dB} \sim 0.8 \text{ dB}$, and at the same time, the computational efficiency is also retained.

Key words image processing; image restoration; contourlet transform; bound optimization

1 引 言

数字图像在获取及传输的过程中,由于受到各种物理条件的限制,如光学器件的缺陷、光学扰动及 噪声干扰等,都会造成图像模糊,视觉质量下降等问题。图像复原技术就是由模糊的退化图像获得清晰 高质量图像的技术,目前已被广泛应用于国防、工 业、医学图像处理等领域^[1]。

由于小波变换在图像处理领域所表现出的优良 性能,近年来出现了很多基于小波变换的图像复原 算法,如 Donoho 提出的"wavelet-vaguelette"算 法^[2],该算法具有较高的运算效率,但是适用性较 差。Belge 等提出了一种通用的小波复原框架^[3], Robini 等将基于 Markov 随机场的复原算法推广到 小波域,提出了一种非线性随机优化算法^[4],赵书斌 等提出了基于小波域隐 Markov 模型的图像复原算 法^[5,6],这些算法虽然取得了比较令人满意的效果, 但是它们的缺点是运算量较大。为了在现有算法良 好复原结果的基础上获得效率更高,计算代价更低 的图像复原算法,一些学者进行了大量的研究工作, 并取得了不错的成果。比较典型的有 Neelamani 等 提出的"ForWaRD"算法^[7],Figueiredo 等提出的期 望最大化(expectation-maximization, EM)及类期

作者简介:娄 帅(1982—),男,博士研究生,主要从事图像复原与重建等方面的研究。E-mail: hitloushuai@163.com 导师简介:丁振良(1941—),男,博士生导师,主要从事几何量精密计量技术方面的研究。E-mail: dingch@hit.edu.cn

收稿日期: 2009-04-09; 收到修改稿日期: 2009-04-29

基金项目:国家自然科学基金(50275040)资助课题。

望最大化(EM-type)算法^[8~10]等。虽然这些算法分 别采用了非迭代和迭代的运算方式,但是它们的共 同特点是同时利用傅里叶变换和小波变换在图像反 卷积和图像去噪处理中的优势,通过各自的快速算 法,获得总体算法的高效率。

虽然小波变换的理论已经比较成熟,并且在实 际应用中取得了令人瞩目的成果,但是在图像处理 领域,其仍然有着先天性的不足,比如二维可分离正 交小波变换只具有有限的方向性,不能很好的表示 图像中的方向信息,因此不能有效地捕捉图像的轮 廓和纹理信息,也就是说,它在表示图像中的直线或 曲线结构时不是最优的。由 Do 和 Vetterli 提出的 contourlet 变换或者称为塔形方向滤波器组 (PDFB)是一种多尺度、多方向的图像变换方法^[11]。 与小波变换相比, contourlet 变换在具有多分辨分 析特性的同时,对于细小的有方向的轮廓和线段的 表达有着独特的优势,近年来被广泛应用于图像去 噪[12]、图像融合[13,14]、数字水印[15]等众多领域,并 取得了较好的效果。本文在 Figueiredo 的复原算法 的基础上,将类期望最大化算法扩展到 contourlet 域,提出了一种新的图像复原算法。该算法保持了 同类小波域算法在运算效率方面的优势,同时由于 contourlet 变换的引入进一步保护了复原图像的边 缘和细节信息。实验结果证实了算法的有效性,复 原结果的主观视觉效果得到了显著提高,峰值信噪 比提高 0.6 dB~0.8 dB 左右。

2 Contourlet 变换

Contourlet 变换是由拉普拉斯金字塔(LP)变换和方向滤波器组(DFB)结合形成的。首先通过 LP分解产生低频子带图像和高频子带图像以捕获 图像中的奇异点,然后对高频分量进行 DFB 分解, 将分布在相同方向上的奇异点连成类似于轮廓线的 结构来逼近原始图像。

Do和 Vetterli用框架理论研究了 LP 变换,提 出使用对称于前向分解算子的对偶框架算子来实现 最优线性重构,这种结构使得分解和重构算法具有 相同的运算结构,便于实现模块化设计。Do和 Vetterli的研究还表明,使用正交滤波器组实现的 LP 变换是框架边界为1的紧框架^[16]。

Bamberger 和 Smith 构建了一种二维 DFB,能 够最大限度地进行分解并可以实现完全重构。但是 这种方法需要对输入图像进行调制。为了避免这一 点,Do 和 Vetterli 提出了一种新的 DFB 构造,通过 二叉树滤波器组将五株滤波器组(QFB)和剪切 (shearing)算子结合起来,以获得希望得到的二维 频谱楔形分割。同时,他们将 *l* 层树状结构的 DFB 利用多率一致性等价为 2^{*l*} 个平行通道滤波器组,简 化了分解规则^[17]。

Contourlet 变换的分解过程如图 1 所示。设 $a_0(\mathbf{n})$ 为输入图像,经 LP 分解后产生 J 个带通子带 图像 $b_j[\mathbf{n}], j = 1, 2, \dots, J$ 和一个低通子带图像 $a_J[\mathbf{n}]$ 。每一个带通图像 $b_j[\mathbf{n}]$ 被 DFB 进一步分解为 2^{l_j} 个带通方向子带图像 $c_{j,k}^{(l_j)}[\mathbf{n}], k = 0, 1, \dots,$ $(2^{l_j} - 1)$ 。离散 contourlet 变换具有如下性质^[11]:

1)若 LP 和 DFB 均采用完全重构滤波器,那么 离散 contourlet 变换能够实现完全重构。也就是说 离散 contourlet 变换是一个框架操作;

2)如果 LP 和 DFB 均采用正交滤波器,那么离散 contourlet 变换提供了一个框架边界为1的紧框架;

3)离散 contourlet 变换的冗余度小于 4/3;

4) 对第 $j \in LP$ 子带进行 $l^{i} \in DFB$ 分解,将产 生基本支撑尺寸为宽度 $d_{width} \approx C2^{j}$ 和长度 $d_{length} \approx C2^{j+l_{j}-2}$ 的基图像;

5)采用 FIR 滤波器,对于具有 N 个像素的图像,离散 contourlet 变换的计算复杂度为 O(N)。

将离散 contourlet 变换写成矩阵的形式



图 1 Contourlet 变换结构示意图

Fig. 1 Structure of contourlet transform

其中 x, θ 分别为输入图像与 contourlet 各子带系数 的向量形式,C 为离散 contourlet 变换矩阵。由于 contourlet 变换的冗余性,C 为行数大于列数的满秩 矩阵。由 contourlet 变换的完全重构性,设离散 contourlet 逆变换对应矩阵为 C^* ,则有 $C^*C=I$, I 为单位矩阵。

3 图像复原算法 本文采用通用的图像退化数学模型

y = Hx + n,

2769

其中 y 和 x 分别为退化图像、原始图像的向量形式, H 为模糊算子,通常为块循环矩阵或 Toeplitz 矩 阵,其与向量的乘法运算可通过快速傅里叶变换 (FFT)进行计算,n 为加性随机噪声的向量形式,本 文假设噪声为独立的零均值高斯白噪声,方差为 σ^2 。图像复原的目的就是通过观察到的退化图像 y 来估计原始图像 x。

将(1)式代入(2)式,得到图像退化模型在 contourlet 域的表达形式

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{C}^*\,\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{n}\,,\tag{3}$$

图像复原问题等价于最小化惩罚似然(penalized likelihood)函数的问题,即

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg\min[L(\boldsymbol{\theta})], \qquad (4)$$

其中,惩罚似然函数为

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \| \mathbf{y} - \mathbf{H} \mathbf{C}^* \boldsymbol{\theta} \|_2^2 - \sigma^2 \lg p(\boldsymbol{\theta}), \quad (5)$$

其中 $\|\cdot\|_{2}^{2}$ 表示 Euclidean 范数的平方, $p(\theta)$ 为 θ 的先验概率密度。

如果我们能够找到一个函数 $Q(\theta \mid \theta') \ge L(\theta)$, 并且当 $\theta = \theta'$ 时等号成立,那么就可以通过下列迭 代过程来估计(4)式的解

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)} = \arg\min_{\boldsymbol{\theta}} Q[\boldsymbol{\theta} \mid \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}], \qquad (6)$$

事实上

$$L[\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)}] = L[\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)}] - Q[\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)} \mid \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}] + Q[\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)} \mid \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}] \leqslant Q[\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)} \mid \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}] \leqslant Q[\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)} \mid \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}] = L[\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t)}], \quad (7)$$

其中,第一个不等式成立是因为 $Q(\theta \mid \theta') \ge L(\theta)$, 第二个不等式成立是因为(6) 式, $Q(\theta \mid \hat{\theta}^{(t)})$ 在 $\theta = \hat{\theta}^{(t+1)}$ 时达到最小值。

因此,求解(4)式的关键在于寻找合适的Q函数。为此,需要用到以下两条性质:

性质 1:对于与 θ 无关的常数 A > 0 和 B,函数 $Q_a(\theta \mid \theta') = AQ(\theta \mid \theta') + B = Q(\theta \mid \theta')$ 具有相同的 最优解;

性质 2:令 $L(\boldsymbol{\theta}) = L_1(\boldsymbol{\theta}) + L_2(\boldsymbol{\theta}),$ 如果存在 $Q_1(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\theta}') \ge L_1(\boldsymbol{\theta})$ 和 $Q_2(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\theta}') \ge L_2(\boldsymbol{\theta}),$ 且均在 $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}'$ 处等号成立,则下列函数 $Q_1(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\theta}') + Q_2(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\theta}'), L_1(\boldsymbol{\theta}) + Q_2(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\theta}')$ 和 $Q_1(\boldsymbol{\theta} \mid \boldsymbol{\theta}') + L_2(\boldsymbol{\theta})$ 与 $L(\boldsymbol{\theta})$ 具有相同的最优解。

设目标函数 L(**θ**) 中的似然项为

$$L_{l}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \| \mathbf{y} - \mathbf{H} \mathbf{C}^{*} \boldsymbol{\theta} \|^{2}, \qquad (8)$$

对其在 $\boldsymbol{\theta}'$ 点进行二阶泰勒展开得 $L_{\iota}(\boldsymbol{\theta}) = L_{\iota}(\boldsymbol{\theta}') + (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}')^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}^{*\mathrm{T}} \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{H} \boldsymbol{C}^{*} \boldsymbol{\theta}' - \boldsymbol{y}) +$

$$\frac{1}{2} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}')^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}^{* \mathrm{T}} \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H} \boldsymbol{C}^{*} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'), \qquad (9)$$

我们设矩阵的谱范数用 || • ||₂ 表示,即矩阵的特征 值绝对值的最大值。由 contourlet 变换的性质 2,对 于正交滤波器, contourlet 变换是边界为 1 的紧框 架,因此有 $C^{*T} = C$,即 $C^{*T}C^* = I^{[18]}$ 。并且,假设模 糊算子 H 为归一化的,即 || H ||₂² = 1,则下列关系式 成立

$$\| \boldsymbol{C}^{* \mathrm{T}} \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H} \boldsymbol{C}^{*} \|_{2} = \| \boldsymbol{H} \boldsymbol{C}^{*} (\boldsymbol{H} \boldsymbol{C}^{*})^{\mathrm{T}} \|_{2} =$$

 $|| HC^* C^{*T} H^T ||_2 = || H ||_2^2 = 1,$ (10) 设 $D = (I - C^{*T} H^T H C^*), \text{则 } D$ 的特征值 { ε_i } $\geq 0,$ D 为半正定二次型,即对于任意向量 $v \neq v^T D v \geq 0.$ 因此,由(9)式可得如下不等式成立

$$L_l(\boldsymbol{\theta}) \leq L_l(\boldsymbol{\theta}') + (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}')^{\mathrm{T}} C^{*\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}} (H C^* \boldsymbol{\theta}' - \mathbf{y}) +$$

$$\frac{1}{2}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}')^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'), \qquad (11)$$

显然,在 $\theta = \theta'$ 时等号成立。经整理后得

$$L_{\iota}(\boldsymbol{\theta}) \leqslant \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\varphi}'\|_{2}^{2} + K, \qquad (12)$$

其中 K 是与 θ 无关的常数,并且

$$\boldsymbol{\varphi}' = \boldsymbol{\theta}' + \boldsymbol{C}^{* \mathrm{T}} \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{y} - \boldsymbol{H} \boldsymbol{C}^{*} \boldsymbol{\theta}'), \qquad (13)$$

根据Q函数的性质1和性质2,最优化问题(4)可以 等价为下列问题

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(t+1)} = \arg\min_{\boldsymbol{\theta}} \left[\frac{1}{2} \| \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\varphi}^{(t)} \|_{2}^{2} - \sigma^{2} \lg p(\boldsymbol{\theta}) \right],$$
(14)

假设 contourlet 系数的先验模型为独立模型,即 lg $p(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i} lg p(\theta_i), 那么(14)式可分解为对每个$ 分量的单独优化

$$\hat{\theta}_{i}^{(t+1)} = \arg\min_{\theta_{i}} \left[\frac{1}{2} (\theta_{i} - \varphi_{i})^{2} - \sigma^{2} \lg p(\theta_{i}) \right],$$
(15)

研究表明,自然图像的 contourlet 系数分布呈现与 小波系数类似的非高斯分布特性^[19],可以用独立的 广义高斯分布(GGD)来描述

$$p(\theta_i) \propto \exp\left(-\tau \left\|\theta_i\right\|_p^p\right), \qquad (16)$$

以 Laplacian 分布(GGD 中取 p=1)为例,(15)式将 导致著名的软阈值收缩算法,即

$$\hat{\theta}_i^{(t+1)} = \operatorname{soft}(\varphi_i, \sigma^2 \tau), \qquad (17)$$

其中, soft(x, δ) = sign(x)max($0, |x| - \delta$)。

综上所述,本文提出的图像复原算法步骤如下:

1)对输入图像进行离散 contourlet 变换,作为 θ 的初始值,并设置计数变量 t=0;

2)根据(13)式计算 $\boldsymbol{\varphi}^{(i)}$,其中相应的矩阵乘法可

3)根据(17)式计算 $\hat{\theta}^{(t+1)}$;

4)判断收敛条件,收敛则转 5,否则令 t = t+1,转 2;

5)对估计结果 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 进行 contourlet 逆变换,得到 复原图像。

4 实验结果与分析

本文的实验平台为: CPU Celeron 2.66 GHz, 内存 512M, Matlab 7.0。本文算法中, contourlet 变换中的 LP 分解和 DFB 分解分别使用"9-7"滤波 器和"23-45"滤波器,原因是它们具有线性相位和近 似的正交性,并且在实际应用中表现出了较好的性能^[11]。先验模型中的参数 τ 通过实验的方法选取 效果最好的值,本文取 $\tau=0.25$ 。

首先采用标准 256×256 灰度 Lena 图像作为原 始图像,对其进行 3×3 均匀模糊并加入不同方差的 高斯白噪声,生成退化图像。为了验证本文算法的 性能,我们将复原结果分别与 ForWaRD 算法^[7]与 小波域的 EM 迭代算法^[8]进行比较。噪声方差 σ² =50 时的实验结果如图 2 所示。为了客观地评价 各算法的复原效果,我们采用峰值信噪比(PSNR) 作为客观评价指标,其定义如下

$$R_{\rm PSN} = 10 \lg \frac{(255)^2}{\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|^2 / N},$$
 (18)



图 2 Lena 图像复原结果,σ²=50。(a)原始图像;(b)退化图像;(c)ForWaRD算法复原结果;
 (d)小波域 EM 迭代算法复原结果;(e)本文方法复原结果

Fig. 2 Restoration results of Lena image, σ²=50. (a)original image; (b)degraded image; (c)ForWaRD algorithm;
 (d)wavelet domain EM iterative algorithm; (e)the proposed algorithm

其中 N 为图像像素数。复原结果的 PSNR 值如 表 1所示。

表1 Lena 图像不同算法结果 PSNR 值 /dB

Table 1 PSNR values of Lena image restoration results with different methods /dB

σ^2	ForWaRD	Wavelet domain	The proposed
	algorithm	EM algorithm	algorithm
30	25.41	27.21	27.63
40	25.32	26.90	27.55
50	25.25	26.69	27.43

观察图 2,对比图(c),(d),(e)中 3 种复原算法 的复原结果可见,3 种算法都较好地抑制了图像中 的噪声,但是从视觉效果上来看,基于小波变换的复 原算法(c)和(d)中对图像的细节表现力明显差于基 于 contourlet 变换的本文复原算法。图(e)中的方 向性纹理和边缘(主要是帽子部分)相比于(c)和 (d)得到了更好的保护,具有更好的视觉效果。除了 主观视觉的评价外,我们采用峰值信噪比作为客观 评价指标对三种算法的复原结果进行比较。如表1 所示,对于不同方差的噪声干扰,本文算法复原结果 的 PSNR 值较其它两种方法均有所提高, PSNR 的 增加约为 0.6 dB 左右。

为进一步验证基于 contourlet 变换的图像复原 算法的有效性,进行了第二组实验。实验选取标准 图像 airplane 作为原始图像,对其进行尺寸为3×3, 标准差为1的高斯模糊,并加入与上个实验相同的 高斯噪声。图 3(c)~(e)分别为 ForWaRD 算法,小 波域 EM 算法和本文算法的复原结果。从图中可 以看出,ForWaRD 算法复原结果中噪声的情况得 到了很大的改善,但是飞机尾翼和文字部分的边缘 显得不够锐利。小波域 EM 算法一定程度上弥补 了 ForWaRD 算法的缺陷,但是其边缘部分与原始 图像的符合度不好,有锯齿现象存在。本文的基于

29 卷

contourlet 变换的复原算法对边缘的复原能力要明显优于基于小波的复原算法,这一点可以通过飞机



图 3 Airplane 图像复原结果, σ² = 50。(a)原始图像; (b)退化图像; (c)ForWaRD算法复原结果; (d)小波域 EM 迭代算法复原结果; (e)本文方法复原结果

Fig. 3 Restoration results of airplane image, σ²=50. (a)original image; (b)degraded image; (c)ForWaRD algorithm; (d)wavelet domain EM iterative algorithm; (e)the proposed algorithm

除了主观视觉的评价外,我们同样对复原结果进行了峰值信噪比的比较,如表 2 所示。从表中可以看出,对于不同的噪声方差,基于 contourlet 变换的复原算法 PSNR 指标优于其它两种方法,同视觉评价结果一致,PSNR 提高值约为 0.8 dB。这说明本文的复原算法是可行且有效的。

表 2 Airplane 图像不同算法结果 PSNR 值 /dB Table 2 PSNR values of Airplane image restoration results with different methods /dB

σ^2	ForWaRD	Wavelet domain	The proposed
	algorithm	EM algorithm	algorithm
30	26.45	26.75	27.62
40	25.88	26.40	27.20
50	25.14	25.93	26.71

通过以上两组实验,验证了将 contourlet 变换 引入图像复原能有效地恢复图像边缘和纹理细节, 使其与基于小波变换的复原结果相比更加清晰和光 滑。究其原因,是由于 contourlet 变换使用类似于 轮廓线段的基结构来逼近原图像,因此能够更好地 捕获图像的边缘信息,从而在边缘保持方面较小波 变换有更好的效果。

另外 需 要 指 出 的 是,本 文 主 要 研 究 的 是 contourlet 变换的引入对与图像复原效果的影响,在 实验中并未对算法的运算效率进行比较。事实上,由 于 contourlet 变换的冗余性,其计算复杂度必然高于 相同尺度的正交小波变换。但是,由于 contourlet 变 换同样存在着类似于 Mallat 算法的快速计算方 法^[11],因此算法的整体运算效率仍然较高。

尾翼的边缘以及文字的复原情况表现出来,同时对

噪声也进行了较好的抑制。

5 结 论

提出了一种有效的基于 contourlet 变换的迭代 图像复原算法。算法以边界优化算法为基础,通过 contourlet 变换的引入改善对图像边缘和纹理细节 的保护。本文算法在 contourlet 域迭代进行,利用 了 FFT 和 contourlet 变换快速算法,具有较高的运 算效率。实验结果表明,对于均匀模糊和 Gaussian 模糊,本文算法在主观视觉效果方面较同类小波域 算法有明显提高,复原图像的纹理信息和轮廓得到 了有效的保持,并且,客观评价指标 PSNR 值在不 同噪声干扰程度的情况下均有所提高。

参考文献

1 Zou Mouyan. Deconvolution and Signal Recovery[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2001

邹谋炎.反卷积和信号复原[M].北京:国防工业出版社,2001

- 2 D. Donoho. Nonlinear solution of linear inverse problems by wavelet-vaguelette decompositions [J]. J. Appl. Comput. Harmon. Anal., 1995, 2(2): 101~126
- 3 M. Belge, M. E. Kilmer, E. L. Miller. Wavelet domain image restroation with adaptive edge-preserving regularization [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, 9(4): 597~608
- 4 M. C. Robini, I. E. Magnin. Stochastic nonlinear image restoration using the wavelet transform[J]. *IEEE Transcations* on *Image Processing*, 2003, **12**(8): 890~905
- 5 Zhao Shubin, Peng Silong. Wavelet-domain HMT-based image superresolution[J]. J. Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2003, 15(11): 1347~1352

赵书斌,彭思龙.基于小波域 HMT 模型的图像超分辨率重构

- 6 Wang Xuelin, Zhao Shubin, Peng Silong. Image restoration based on wavelet-domain hidden markov tree model[J]. Chinese J. Computers, 2005, 28(6): 1006~1012 汪雪林,赵书斌,彭思龙.基于小波域隐马尔可夫树模型的图像 复原[J]. 计算机学报, 2005, 28(6): 1006~1012
- 7 R. Neelamani, H. Choi, R. Baraniuk. ForWaRD: Fourierwavelet regularized deconvolution for ill-conditioned systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, **52** (2): 418~433
- 8 M. A. T. Figueiredo, R. D. Nowak. An EM algorithm for wavelet-based image restoration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, **12**(8): 906~916
- 9 M. A. T. Figueiredo, R. D. Nowak. A bound optimization approach to wavelet-based image deconvolution [C]. IEEE International Conference on Image Processing, 2005, 2: II-782~5
- 10 M. A. T. Figueiredo, R. D. Nowak, Majorization-minimization algorithms for wavelet-based image restoration [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(12): 2980~2991
- 11 M. N. Do, M. Vetterli. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12): 2091~2106
- 12 Zhang Jingjing, Fang Yonghua. Novel denoising method for remote sensing image based on contourlet transform [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(3): 462~466

张晶晶,方勇华. 基于 Contourlet 变换的遥感图像去噪新算法

[J]. 光学学报, 2008, 28(3): 462~466

- 13 Liu Kun, Guo Lei, Chang Weiwei. Regional feature self-adaptive image fusion algorithm based on contourlet transform[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(4): 681~686
 刘 坤, 郭 雷, 常威威. 基于 Contourlet 变换的区域特征自适应图像融合算法[J]. 光学学报, 2008, 28(4): 681~686
- 14 Ye Chuanqi, Miao Qiguang, Wang Baoshu. An image fusion algorithm using region segmentation and contourlet transform [J]. Acta Optica Sinica, 2008, **28**(3): 447~453 叶传奇, 苗启广, 王宝树. 基于区域分割和 Contourlet 变换的图 像融合算法[J]. 光学学报, 2008, **28**(3): 447~453
- 15 Liang Dong, Ying Bing, Yue Mei *et al.*. An algorithm for color image digital watermarking using the nonsubsampled contourlet transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(8): 1469~1474
 梁 栋, 殷 兵, 于 梅等. 基于非抽样 Contourlet 变换的彩色 图像数字水印算法[J]. 光学学报, 2008, **28**(8): 1469~1474
- 16 M. N. Do, M. Vetterli. Framing pyramids [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(9): 2329~2342
- 17 M. N. Do. Directional multiresolution image representations [D]. Lausanne: Swiss Fed. Inst. Technol., 2001, 43~65
- 18 M. Elad. Why simple shrinkage is still relevant for redundant representations? [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5559~5569
- 19 D. D. Y. Po, M. N. Do. Directional multiscale modeling of images using the contourlet transform[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(6): 1610~1620