

文章编号: 0253-2239(2009)10-2726-06

基于 Contourlet 变换的自适应 SAR 图像 相干斑噪声抑制算法

王文波¹ 张晓东² 费浦生³ 羿旭明³

¹ 武汉科技大学信息与计算科学系, 湖北 武汉 430065

² 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430079

³ 武汉大学数学与统计学院, 湖北 武汉 430072

摘要 为了保持高分辨率合成孔径雷达(SAR)图像中的纹理结构,提出了一种基于 BivaShrink 模型的 Contourlet 域 SAR 图像相干斑噪声抑制算法。联合当前层和父层的 Contourlet 系数,通过计算局部方差一致性范数和区域能量比,自适应地确定方差估计区域的形状和大小,从而对原始图像方差进行最优估计。实验结果表明,算法在噪声的去除和结构信息等细节的保持上均不同程度的优于小波 BivaShrink 去噪算法和 Contourlet 阈值去噪算法,主观效果和数值指标都有较好改进。

关键词 图像处理; Contourlet 变换; 方差一致性范数; 区域能量比; SAR 图像去噪

中图分类号 TP391 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092910.2726

The Coherent Speckle Suppression Method in SAR image Based on Contourlet Domain Adaptive BivaShrink Model

Wang Wenbo¹ Zhang Xiaodong² Fei Pusheng³ Yi Xuming³

¹ Department of Information and Computing Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430065, China

² State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430079, China

³ Mathematic and Statistic School, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China

Abstract In order to preserve the textural feature affected by multiplicative speckle in high resolution synthetic aperture radar (SAR) images, a despeckling method, based on contourlet domain adaptive BivaShrink denoising model, is proposed to suppress the speckle in SAR images. By calculating the variance homogeneous measurement and local energy ratio, the shape and size of variance estimating windows are determined adaptively, and then the variance of original images can be estimated optimally. Experiments show that the proposed algorithm performs better on not only speckle reduction but also preservation of structural detail information than wavelet BivaShrink algorithm and contourlet threshold algorithm. Visual effect and experimental numerical index both are improved apparently.

Key words image processing; contourlet transform; variance homogeneous measurement; local area energy rate; SAR image denoising

1 引 言

合成孔径雷达(SAR)具有全天时、全天候对地球表面进行观察的能力,随着信号处理技术的不断

发展,现在已经可以获得很高的空间分辨率。但由于相干成像系统固有的斑噪现象,影响了其目视解译和应用,特别是针对高分辨率 SAR 图像,在去除

收稿日期: 2008-09-17; 收到修改稿日期: 2009-01-18

基金项目: 国家自然科学基金(70771080)和湖北省教育厅科学基金(B20071103)资助课题。

作者简介: 王文波(1978—),男,副教授,博士研究生,主要从事小波分析和图像处理等方面的研究。

E-mail: articlewbb@yahoo.com.cn

相干斑噪声的同时,如何有效地保持边缘纹理信息是非常重要的。斑点噪声通常表现为乘性噪声模型,在 SAR 图像斑点噪声的去除方法中,基于乘性噪声模型的 Forst^[1],Lee^[2],Kuan^[3],Map^[4] 滤波器都比较实用。

小波变换在时频域具有多分辨率的特性,可同时进行时频的局部分析,灵活地对信号局部奇异特性进行提取。1995 年,Donoho 等提出对小波系数进行阈值处理来达到去噪的目的,此后小波阈值去噪方法被广泛应用于各种去噪处理中,并取得了巨大成功^[5~7]。但是由一维小波通过张量积而形成的二维可分离小波变换只具有有限个方向,不能“最优”表示含线或面奇异的二维图像。2002 年,Do 等提出了一种新的多尺度变换——Contourlet 变换^[8]。Contourlet 变换是一种“真正”的图像二维稀疏表示方法,具有多分辨率性、局部性和方向性等优点,能够很好地表征图像的各向异性特征^[9~13]。由于 Contourlet 变换能更好地捕获图像的边缘信息,因此选择合适的阈值进行去噪能获得比小波变换更好的效果。

Sendur 等提出的基于小波域 BivaShrink 去噪方法^[14],充分利用了小波系数的相关性,能达到较好的去噪效果。本文把该算法扩展到 Contourlet 域中,并根据 SAR 图像的 Contourlet 变换系数分布特性,对该算法进行改进,提出了一种 Contourlet 域 BivaShrink 去噪新算法。通过计算方差一致性范数和区域能量比值,自适应地确定邻域窗口的形状和大小,且同时利用层内和层间信息估计原始图像方差 σ_x 。实验表明,本文算法较好地实现了 SAR 图像相干斑噪声抑制,同时有效的保持了图像边缘和纹理等细节信息,与小波 BivaShrink 去噪算法和基于 Cycle Spinning 的 Contourlet 硬阈值去噪算法相比^[15],主观效果和数值指标都有较好的改进。

2 Contourlet 域自适应 BivaShrink 模型去噪算法

2.1 小波域 BivaShrink 去噪模型

假设原始图像 $f(i, j)$ 被方差为 σ 的噪声 $n(i, j)$ 污染,设含噪图像为 $p(i, j)$,这里 $n(i, j) \in N(0, \sigma^2)$ 。对含噪图像进行小波变换,假设变换后的系数为 $[a_k(i, j), c_k^i(i, j)]$,这里 $k = 1, 2, 3$,分别表示水平、垂直和对角高频系数。BivaShrink 算法中以自适应萎缩因子来代替硬阈值对小波系数进行去噪,去噪的目的是从噪声图像系数 $c_k^i(i, j)$ 中恢复出

未污染图像系数 $x_k^i(i, j)$,假设系数 $c_k^i(i, j)$ 的萎缩因子是 $\xi(i, j)$,那么 $x_k^i(i, j)$ 估计值为

$$x_k^i(i, j) = \xi(i, j) \times c_k^i(i, j), \quad (1)$$

在 BivaShrink 去噪模型中,对于小波系数 $c_k^i(i, j)$,其萎缩因子 $\xi(i, j)$ 的表达式为^[8]

$$\xi(i, j) = \frac{\left\{ \sqrt{\left[c_{i-1}^k \left(\frac{i}{2}, \frac{j}{2} \right) \right]^2 + [c_k^i(i, j)]^2} - 3\sigma^2/\sigma_x \right\}_+}{\sqrt{\left[c_{i-1}^k \left(\frac{i}{2}, \frac{j}{2} \right) \right]^2 + [c_k^i(i, j)]^2}}, \quad (2)$$

其中函数 $(x)_+ = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, $c_{i-1}^k(i/2, j/2)$ 表示系数

$c_k^i(i, j)$ 相对应的父层系数。 $\sigma_n = \frac{\text{Median}[|c(i, j)|]}{0.6745}$,

$c(i, j) \in HH_1$, Median 表示取中值,则

$$\sigma_x(i, j) = \max \left\{ 0, \frac{1}{M} \sum_{(m, n) \in N(i, j)} [c_k^i(i, j)]^2 - \sigma_n^2 \right\}, \quad (3)$$

$N[i, j]$ 表示系数 $c_k^i(i, j)$ 的一个邻域窗口, M 表示 $N[i, j]$ 中系数的总个数。

2.2 Contourlet 域中方差 $\sigma_x(i, j)$ 的自适应估计算法

BivaShrink 去噪方案中,在估计原始图像方差 σ_x 时,采用的邻域窗口具有下面两个特征:1) 邻域窗口是大小和形状都不变的正方形窗口;2) 只采用了同一子带内的小波系数来估计 σ_x 值,而未考虑父层系数对 σ_x 估计值的影响。但在 Contourlet 域对 SAR 图像进行去噪时,直接使用 Sendur 提出的方法来估计方差 σ_x 时,会导致 σ_x 的估计精度受到较大影响。

首先,Chang^[6], Shark^[7], 和 Sendur 等^[8] 在研究 σ_x 的估计值时发现,邻域窗口 $N(i, j)$ 大小的选择在 $\sigma_x(i, j)$ 的估计和整个去噪效果上的影响都较大。通常窗口增大时,将导致方差估计 $\sigma_x(i, j)$ 偏小,适应于低信噪比的系数;窗口减小时,将导致方差估计 $\sigma_x(i, j)$ 偏大,适应于高信噪比的系数。由于 SAR 图像背景复杂,纹理丰富,不同区域之间的方差差别较大,在每层中采用固定大小的邻域窗口难以准确估计 σ_x 的值。因此对 SAR 图像去噪时,采用尺寸不变的正方形邻域窗口不能解决既有效去除噪声,又很好地保留细节这个矛盾。

其次,Contourlet 变换并不是正交变换,存在着高达 4/3 的冗余度,相邻层的 Contourlet 系数之间存在很强的相关性。Contourlet 域的 BivaShrink 法去噪中,在估计未污染图像的方差时,如果考虑相邻层系数之间的相关性,结合当前层系数和父层系数

共同对未污染图像方差进行估计,势必使 σ_x 的误差估计进一步减小。

针对以上两个问题,本文提出了一种基于区域分割的 Contourlet 域 BivaShrink 去噪方法,自适应地确定邻域窗口的形状和大小,且同时利用层内和层间信息估计方差 σ_x 。具体方案如下:

1) 区域划分:假设 $N[i, j]$ 是中心在 $c_l^k(i, j)$ 的一个邻域, $c_{l-1}^k(i^0, j^0)$ 是 $c_l^k(i, j)$ 对应的父层系数, $N^0[i^0, j^0]$ 是中心在 $c_{l+1}^k(i^0, j^0)$ 的一个邻域。 $N[i, j]$ 能被分解为若干个小的子区域 $r_0[i, j], r_1[i, j], \dots, r_{Q-1}[i, j]$, 这里 $r_m[i, j] \cap r_n[i, j] = \Phi, (m \neq n), \cup r_m[i, j] = N[i, j], m = 0, 1, \dots, Q-1$, 只有子区域 $r_0[i, j]$ 包含中心系数 $c_l^k(i, j)$ 。

2) 计算方差一致性范数:系数 $c_l^k(i, j)$ 的邻域 $N[i, j]$ 被划分后,第 m 个小区域的方差一致性范数 $V_m(i, j)$ 被定义为

$$V_m(i, j) = |\dot{\sigma}_m^2 - \dot{\sigma}_0^2|, m = 0, 1, \dots, Q-1, \quad (4)$$

这里 $\dot{\sigma}_m^2(i, j)$ 是局部区域 $r_m[i, j]$ 的方差,可以通过下式近似计算, $\dot{\sigma}_m^2(i, j) = \frac{1}{M} \sum [c_l^k(m, n)]^2$, 其中 M 是区域 $r_m[i, j]$ 中系数的个数。 $V_m(i, j)$ 表示了方差 $\dot{\sigma}_m^2(i, j)$ 与 $\dot{\sigma}_0^2(i, j)$ 的一致性程度。

3) 子区域的选择:按照区域 $N(i, j)$ 的分解方法,把父层区域 $N^0[i^0, j^0]$ 也分解为若干个小的子区域 $r_0^0[i^0, j^0], r_1^0[i^0, j^0], \dots, r_{p-1}^0[i^0, j^0]$, 计算每个小区域与 $r_0[i, j]$ 之间的方差一致性范数 $V_m(i, j)$ 。然后从 $r_m[i, j]$ 中选出 H 个方差一致性范数最小的区域,从 $r_m^0[i^0, j^0]$ 中选出 H^0 个方差一致性范数最小的区域,进行融合得到局部自适应窗口 $B(i, j)$ 。

4) 所选择子区域个数 H 和 H^0 的确定:图像经 Contourlet 分解后,对于高频系数 c_l^k , 定义 k 方向上的总能量为: $E^k = \sum_{(m,n) \in N(i,j)} [c_l^k(m, n)]^2, 1 \leq l \leq L$, L 表示 Contourlet 分解的层数。对系数 $c_l^k(i, j)$ 的邻域 $N(i, j)$, 定义 k 方向上的区域能量为: $e^k(i, j) = \sum_{(m,n) \in N(i,j)} [c_l^k(m, n)]^2$ 。设 $N(i, j)$ 中系数的个数为 s , k 方向所有高频系数的个数为 S , 则能量的比值

$$K_E(i, j) = \frac{e^k(i, j)/s}{E^k/S}, \quad (5)$$

能衡量区域能量是较高还是较低,如果 K_E 比较大,表明该区域是图像细节区域,为了更好的保留细节,需要 $\sigma_x(i, j)$ 的估计窗口比较小;如果 K_E 比较小,表明该区域是图像的平滑区域,为了更好的去除噪声,需要 $\sigma_x(i, j)$ 的估计窗口比较大。在实验中,为了

降低计算复杂度,选取 $N[i, j]$ 为中心在 $c_l^k(i, j)$ 的 9×9 正方形区域,选取 $N^0[i^0, j^0]$ 为中心在 $c_{l-1}^k(i^0, j^0)$ 的 9×9 正方形区域。 $N[i, j]$ 和 $N^0[i^0, j^0]$ 都被分解为 9 个 3×3 子区域。从 $r_m[i, j]$ ($m = 0, 1, \dots, 8$) 中选取 H 个方差一致性范数最小的子区域,从 $r_m^0[i^0, j^0]$ ($m = 0, \dots, 8$) 中选取 H^0 个 $V_m^0(i, j)$ 最小的子区域。进行融合,得到 $c_l^k(i, j)$ 的自适应局部窗口 $B[i, j]$,然后在 $B[i, j]$ 中利用(3)式计算方差 $\sigma_x(i, j)$ 。经过多次实验发现, H 和 H^0 按以下规则取值时,能取得很好的去噪效果:

$$H = \begin{cases} 4, & K_E < 1 \\ 5, & 1 \leq K_E \end{cases}, H^0 = H - 1, \quad (6)$$

2.3 Contourlet 域自适应 BivaShrink 模型的 SAR 图像去噪步骤

本文中 SAR 图像进行去噪的步骤归纳如下:

- 1) 对 SAR 图像进行 Contourlet 变换,设高频系数 $c_l^k(i, j)$ 的对应父层系数为 $c_{l-1}^k(i^0, j^0)$;
- 2) 把以 $c_l^k(i, j)$ 为中心的 9×9 邻域 $N[i, j]$ 划分为 9 个互不相交的 3×3 邻域 $r_m[i, j]$, 计算各个小区域 $r_m[i, j]$ 的方差一致性范数 $V_m(i, j)$;
- 3) 把以 $c_{l-1}^k(i^0, j^0)$ 为中心的 9×9 邻域 $N^0[i^0, j^0]$ 划分为 9 个互不相交的 3×3 邻域 $r_m^0[i^0, j^0]$, 计算父层系数中各个小区域 $r_m^0[i^0, j^0]$ 的方差一致性范数 $V_m^0(i, j)$;
- 4) 按(5)式计算区域 $N[i, j]$ 的区域能量比 $K_E(i, j)$, 并按(6)式确定待融合小区域的个数 H 和 H^0 ;
- 5) 在 $r_m[i, j]$ 中选取 H 个方差一致性范数 $V_m(i, j)$ 最小的子区域,在 $r_m^0[i^0, j^0]$ 中选取 H^0 个方差一致性范数 $V_m^0(i, j)$ 最小的子区域。进行融合,得到局部自适应窗口 $B[i, j]$;
- 6) 根据(3)式计算原始图像方差 $\sigma_x(i, j)$, 然后利用(2)式计算萎缩因子 $\xi(i, j)$, 再利用(1)式进行去噪;对去噪后的系数进行 Contourlet 逆变换,得到去噪后的 SAR 图像。

3 仿真实验

3.1 相干斑噪声抑制结果的评价方法

对 SAR 等遥感图像恢复性能的评价除主观感知外,还需要有客观的评价指标。由于相干斑噪声的抑制过程实际上是一个盲图像的恢复过程,与传统图像不同, SAR 图像去噪的目标是有效地抑制斑点,同时尽量保持图像场景的结构,因此引入以下几种评价方法:

1) 平滑指数(F_1): 滤波器在均匀区域对斑点噪声的抑制能力可由平滑指数 F_1 来衡量, 定义为 $F_1 = \mu/\sigma$, 式中 μ 和 σ 分别为滤波后图像的均值和标准差。

2) 边缘保持指数(E_{SI}): E_{SI} 表示图像滤波后各滤波方法对各类相干斑水平方向和垂直方向的边缘保持能力, 该值越大, 表明边缘保持能力越强, 其表达式为

$$E_{SI} = \begin{cases} \sum_{i=1}^n |D_{N_{R1}} - D_{N_{R2}}| & \text{disposed image} \\ \sum_{i=1}^n |D_{N_{R1}} - D_{N_{R2}}| & \text{original image} \end{cases}, \quad (7)$$

这里 n 表示像素的个数, $D_{N_{R1}}$ 和 $D_{N_{R2}}$ 分别是沿着交界处左右或上下相邻像素的灰度值。

3.2 实验结果分析

实验所用的 8 幅图像分别来自来自我国机载 3 m SAR 图像和美国 Sandia 国家实验室的 X-SAR 图像。

分别用 BivaShrink 小波去噪法、基于 Cycle Spinning 的 Contourlet 硬阈值去噪法^[12]和本文方法进行相干斑抑制。对于 SAR 图像相干斑噪声抑制效果的评价, 采用 3.1 节中给出的评价指标。在进行小波分解和 Contourlet 分解时, 分解层数都取为 4。Contourlet 分解时, 各层的方向分解数目选为 2^l , 其中 l 为分解层数。表 1 为实验数据结果, 图 1 和图 2 是其中两幅图像经不同方法滤波后的实验结果。

从图 1 和图 2 的视觉效果上分析可知, 小波域 BivaShrink 方法对于平滑区域的相干斑抑制效果较好, 但纹理和细节信息损失较多; 硬阈值 Contourlet 方法对于纹理和细节信息保持较好, 但平滑区域的整体去噪效果较差; 本文方法得到的结果使图像的整体清晰度较高, 相干斑得到了较好的抑制, 同时纹理和细节信息保持较好。

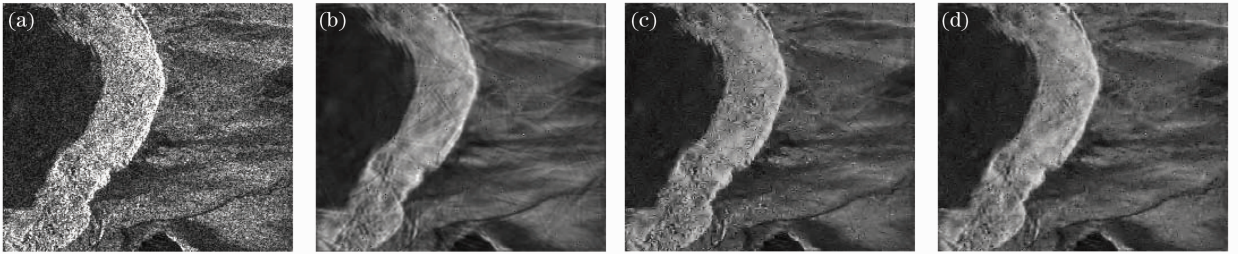


图 1 SAR 图像 1 相干斑抑制结果比较。(a)原始图像;(b)BivaShrink 小波去噪图像;
(c)硬阈值 Contourlet 去噪图像;(d)本文方法去噪图像

Fig. 1 Experimental results of three filters for SAR image1. (a) original image; (b) BivaShrink wavelet denoised image; (c) Contourlet threshold denoised image; (d)denoised image with our method

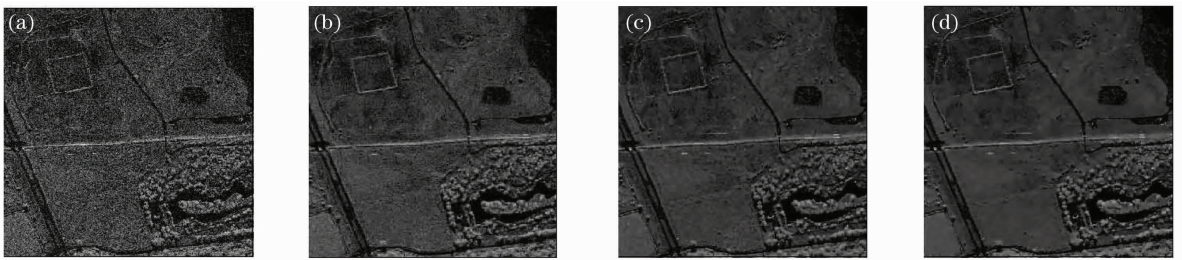


图 2 SAR 图像 2 相干斑抑制结果比较。(a)原始图像;(b)BivaShrink 小波去噪图像;
(c)硬阈值 Contourlet 去噪图像;(d)本文方法去噪图像

Fig. 2 Experimental results of three filters for SAR image2. (a) original image; (b) BivaShrink Wavelet denoised image; (c) Contourlet threshold denoised image; (d)denoised image with our method

从表 1 的数值结果分析可知, SAR 图像经本文方法滤波后, 平滑指数 (F_1) 和边缘保持指数 (E_{SI}) 均高于另两种方法, 用 D_{F1} 表示本文方法与另两种方法所得结果的 F_1 的差值; 分别用 D_H 与 D_V 表示本文方法与另两种方法所得结果的 E_{SI} 差值的水平分量与垂直分量。由图 3 和图 4 可以看出, 提高的程度跟原 SAR 图像的方差 σ 有一定关系: 当 $\sigma < 20$ 或 $\sigma > 80$ 时, 三种方法之间的差别较小; 当 $35 < \sigma <$

55 时, F_1 和 E_{SI} 均有较大幅度的提高。对实验结果进行统计表明: F_1 相对于小波去噪平均提高了 0.2241, 相对于硬阈值 Contourlet 去噪平均提高了 0.1518。水平方向 E_{SI} 相对于小波去噪平均提高了 0.1542, 相对于硬阈值 Contourlet 去噪平均提高了 0.1617; 垂直方向 E_{SI} 相对于小波去噪平均提高了 0.1174, 相对于硬阈值 Contourlet 去噪平均提高了 0.1221。实验结果明本文方法在较好的去除相干斑

噪声的同时,有效地保持了图像的边缘和纹理细节 信息。

表 1 SAR 图像相干斑噪声抑制实验结果

Table 1 Experimental results of SAR images speckle suppression

Image		Original	Wavelet denoised	Contourlet denoised	Our method
1	F_1	3.8633	4.4633	4.5339	4.6946
	E_{SI} (vertical)	1.0	0.5882	0.6695	0.7973
	E_{SI} (horizontal)	1.0	0.5507	0.6054	0.8045
	σ	35.9765	23.9393	23.9115	22.4152
2	F_1	2.6227	3.0868	3.2297	3.3566
	E_{SI} (vertical)	1.0	0.5664	0.6875	0.7934
	E_{SI} (horizontal)	1.0	0.4864	0.5943	0.7166
	σ	45.2025	36.6675	36.1632	34.7558
3	F_1	3.2162	3.3572	3.4066	3.5102
	E_{SI} (vertical)	1.0	0.4773	0.5431	0.6627
	E_{SI} (horizontal)	1.0	0.4202	0.4733	0.6043
	σ	41.6689	37.3842	36.2270	31.5998
4	F_1	2.5303	2.5947	2.6152	2.7735
	E_{SI} (vertical)	1.0	0.6025	0.6127	0.6449
	E_{SI} (horizontal)	1.0	0.6412	0.6536	0.6695
	σ	82.7351	80.1479	78.3522	75.9435
5	F_1	4.8201	4.9227	5.1533	5.3794
	E_{SI} (vertical)	1.0	0.6349	0.6442	0.7473
	E_{SI} (horizontal)	1.0	0.5563	0.5932	0.6849
	σ	19.6944	27.5394	26.5532	24.6620
6	F_1	3.9044	4.3711	4.4693	4.6704
	E_{SI} (vertical)	1.0	0.4288	0.4493	0.5745
	E_{SI} (horizontal)	1.0	0.4846	0.5128	0.6235
	σ	51.4917	45.3712	42.3799	40.0672
7	F_1	2.8525	2.9142	3.1417	3.3125
	E_{SI} (vertical)	1.0	0.3320	0.3741	0.4929
	E_{SI} (horizontal)	1.0	0.4745	0.5173	0.6206
	σ	48.1128	43.3314	41.7431	40.1572
8	F_1	4.3422	4.4208	4.4197	4.5872
	E_{SI} (vertical)	1.0	0.6322	0.6712	0.7933
	E_{SI} (horizontal)	1.0	0.4882	0.5653	0.6720
	σ	36.3053	30.6044	29.3722	28.1246

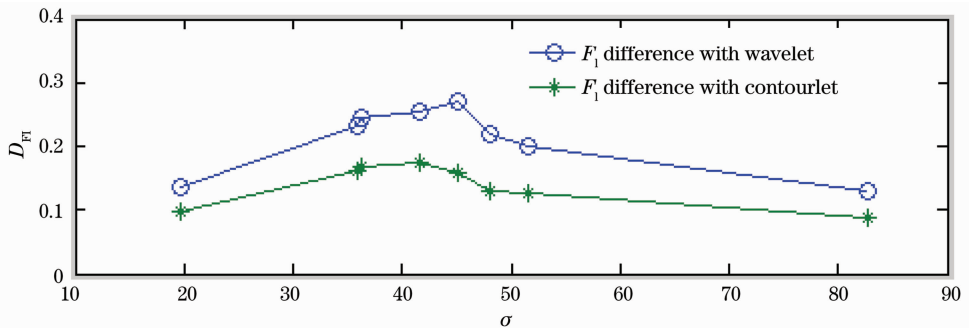
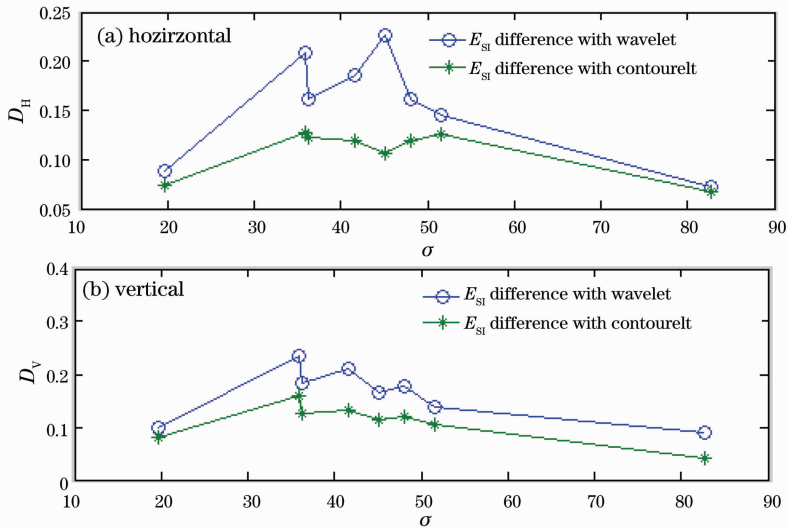


图 3 不同噪声级的 SAR 图去噪后, F_1 之间的差值

Fig. 3 F_1 difference for SAR images denoised

图 4 不同噪声级的 SAR 图像去噪后, E_{sl} 之间的差值Fig. 4 E_{sl} difference for SAR images denoised

4 结 论

在硬阈值 Contourlet 去噪算法和 Chang 提出的基于小波域的 BivaShrink 去噪算法的基础上, 根据噪声在 Contourlet 系数中的分布以及 Contourlet 系数本身的特点, 本文提出了一种基于 Contourlet 变换的改进的 SAR 图像相干斑去噪算法。为最优估计 Contourlet 系数的阈值萎缩因子, 对 Contourlet 系数进行萎缩, 实现降噪功能, 在计算原始图像方差 σ_x 时, 通过计算方差一致性范数(V) 和区域能量比 K_E , 自适应的确定计算 σ_x 所需的邻域窗口。而且考虑了父层系数对方差估计的影响, 同时利用层间和层内信息对 σ_x 进行最优估计。实验结果表明, 利用本文方法对 SAR 图像进行去噪后, 在视觉效果和数值指标上都优于 BivaShrink 小波去噪和硬阈值 Contourlet 去噪。

参 考 文 献

- 1 V. S. Frost, J. A Stiles. A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise[J]. *IEEE T. Pattern Anal.*, 1982, **4**(2): 157~166
- 2 J. S. Lee. Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics[J]. *IEEE T. Pattern Anal.*, 1980, **2**(2): 165~168
- 3 F. T. Kuan, A. A. Sawchuk. Adaptive noise smoothing filter for images with signal-dependent noise[J]. *IEEE T. Pattern Anal.*, 1985, **7**(2): 165~177
- 4 S. Foucher, G. B. Benie, J. M. Boucher. Multiscale MAP filtering of SAR images[J]. *IEEE T. Image Process.*, 2001, **10**(1): 49~60

- 5 D. Donoho. De-noising by soft-thresholding [J]. *IEEE T. Inform. Theory.*, 1995, **41**(3): 613~627
- 6 S. G. Chang, B. Yu, M. Vetterli. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising[J]. *IEEE T. Image Process.*, 2000, **9**(9): 1532~1546
- 7 L. K. Shark, C. Yu. Denoising by optimal fuzzy thresholding in wavelet main[J]. *Electronics Letter*, 2000, **36**(6): 581~582
- 8 M. N. Do, M. Vetterli. Contourlets: a new directional multiresolution image representation [C]. *The 36th Asilomar Conference*, 2002, **1**:497~501
- 9 M. N. Do, M. Vetterli. The contourlet transform: An efficient directional multiresolution image representation[J]. *IEEE T. Image Process.*, 2005, **14**(12): 2091~2106
- 10 D. Duncan, N. Do. Minh. Directional multiscale statistical modeling of images[C]. *SPIE*, 2003, **5207**: 69~79
- 11 Zhang Jingjing, Fang Yonghua. Novel denoising method for remote sensing image based on Contourlet transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(3): 462~466
- 张晶晶, 方勇华. 基于 Contourlet 变换的遥感图像去噪新算法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(3): 462~466
- 12 Ye Chuangqi, Miao Qiguang, Wang Baoshu. An image fusion algorithm using region segmentation and Contourlet transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(3): 447~453
- 叶传奇, 苗奇广, 王宝树. 基于区域分割和 Contourlet 变换的图像融合算法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(3): 447~453
- 13 Zhang Qiang, Guo Baolong. Remote sensing image fusion based on the nonsubsampling contourlet transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 74~80
- 张强, 郭宝龙. 基于非采样 Contourlet 变换的遥感图像融合算法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 74~80
- 14 Sendur, I. W. Selesnick. Bivariate Shrinkage functions for wavelet based denoising exploiting interscale dependency [J]. *IEEE T. Signal Process.*, 2002, **50**(11): 2744~2756
- 15 R. Eslami, H. Radha. The Contourlet transform for image denoising using cycle spinning[C]. *The 37th Asilomar Conference*, 2003. 1982~1986