

文章编号: 0253-2239(2009)10-2716-05

# 基于伪维格纳分布的图像融合

刘 聪 李言俊 张 科

(西北工业大学航天学院, 陕西 西安 710072)

**摘要** 提出了一种基于伪维格纳分布(PWVD)的融合方法。利用一维  $N$  像素的滑动窗口在各个方向上对各待融合图像进行伪维格纳变换,选择均方根最大的方向为各待融合图像的 PWVD 分解方向,分解形成待融合图像不同频段的能量谱图,然后,针对各待融合不同频段的能量谱图,融合原则是高频段取区域能量最大,低频段取能量方差最大,形成具有不同频段的融合能量谱图,最后,对能量谱图进行 PWVD 逆变换,形成融合图像。对红外与可见光图像、多聚焦图像、电子计算机 X 射线断层扫描(CT)图像与磁共振(MR)图像和红外与合成孔径雷达(SAR)图像进行了融合实验,并对融合图像和待融合图像进行了信息熵对比。实验结果表明,采用本文算法的融合图像保留了待融合图像的绝大部分信息。

**关键词** 图像处理;图像融合;伪维格纳变换;多分辨率分析

**中图分类号** TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092910.2716

## An Image Fusion Algorithm Using Pseudo Wigner Ville Distribution

Liu Cong Li Yanjun Zhang Ke

(School of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

**Abstract** An image fusion algorithm using pseudo-Wigner Ville distribution (PWVD) is proposed. Firstly, a 1-D pseudo Wigner Ville distribution function is applied to nonoverlapping  $N$ -pixel window slices of the original image in different orientations, the resultant data is arranged as  $N$  energy maps according to the orientation where the mean square root is max. Then, the fusion principle of multiscale decomposition of the source images is the max partial energy of energy map in high frequency and the max variance of energy maps in low frequency. So, the resultant data can be arranged as  $N$  energy maps in different frequencies. Finally, the fused image is formed through contrary PWVD to the fused energy maps. The fusion experiment for infrared and visible images, multifocus images, computer X-ray tomography and magnetic resonance images, infrared and synthetic aperture radar images are taken, and the entropy comparison between fused image and source images is given. The results show that the fused image obtained by the presented algorithm preserves the abundant information of the source image.

**Key words** image processing; image fusion; pseudo-Wigner Ville transform; multiresolution analysis

## 1 引 言

图像融合是将两个或者两个以上的传感器在同一时间(或不同时间)获取的关于场景的图像或者图像序列信息加以综合,生成一个新的有关此场景的解释,而这个解释是从单一传感器获取的信息无法得到的<sup>[1,2]</sup>。图像融合的层次主要分为:信号级融合、像素级融合、特征级融合和决策级融合<sup>[3]</sup>。目

前,图像融合主要应用于生物医学、远端传感器、机器视觉等领域。在先前的文献中,大量的融合方法已被阐述,包括均值主成份分析(Principal component analysis, PCA)变换融合法,神经网络方法、多分辨率分解金字塔方法<sup>[4,5]</sup>、贝叶斯模型方法等,详细内容见文献<sup>[6]</sup>。文献<sup>[7,8]</sup>利用一维伪维格纳(Pseudo WVD)变换对多聚焦图像进行融合,

收稿日期: 2008-06-05; 收到修改稿日期: 2008-10-11

基金项目: 航空支撑基金(05C53005)和高等学校博士学科专项科研基金(20060699024)资助课题。

作者简介: 刘 聪(1979—),男,博士研究生,主要从事先进控制理论及应用等方面的研究。E-mail: lconggyh@163.com

导师简介: 李言俊(1944—),男,教授,博士生导师,主要从事自适应控制理论,导弹及航天器制导与控制,仿生技术等方面的研究。E-mail: yjli@nwpu.edu.cn

该方法利用待融合图像生成一个模糊的参考图像,在图像时域某一个区间内分别计算待融合图像和参考图像的伪维格纳分布,再分别计算每一幅待融合图像与参考图像维格纳(Wigner)分布的欧氏空间距离,根据欧氏空间距离得到待融合图像清晰与模糊的映射图,最后根据映射图确定待融合图像取舍的像素位置,形成一幅融合图像。文献[9]通过计算待融合图像某一点邻域不同方向的一维伪维格纳分布的 Renyi 熵,来得到各待融合图像每一像素点的融合权值,根据不同待融合图像的权值计算得到融合图像。

本文继承文献[9]中窗口方向选择和多分辨率图像分析思想,提出了一种基于伪维格纳分布的图像融合方法,并阐述了在多聚焦图像和多传感器图像融合的应用。

## 2 伪维格纳分布理论

Wigner 于 1932 年首先提出了 Wigner 分布的概念,并应用于量子力学领域。1948 年 Ville 将 Wigner 分布引入信号分析领域,应用于信号的检测和信号细节分类。因此 Wigner 分布又称为 Wigner-Ville 分布(WVD),Wigner-Ville 分布属于双线性时频分析 Cohen's 类的特殊形式,具体表达式为

$$W(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s^* \left( t + \frac{\tau}{2} \right) s \left( t - \frac{\tau}{2} \right) \exp(j\omega\tau) d\tau, \quad (1)$$

其中  $t$  为时间分量,  $\omega$  为频率分量,  $W(t, \omega)$  为信号  $s(t)$  的维格纳分布。

在对多分量信号分析中, Wigner-Ville 变换会产生严重的交叉项,影响对信号的准确认识。伪维格纳分布是对 WVD 进行加窗处理,是 WVD 局部化,能有效抑制多分量信号的交叉项。数字图像可以被认为包含多个分量成分的非平稳随机信号,因此,本文选择 Brenner 定义的离散维格纳分布<sup>[8]</sup>

$$W(n, m) = 2 \sum_{K=-N/2}^{N/2-1} s(n+k) s^*(n-k) \exp \left[ -2j \left( \frac{2\pi m}{N} \right) k \right], \quad (2)$$

其中  $n$  为离散时间分量,  $m$  为离散频率分量,  $k$  为变化参数,  $N$  为数据长度,由于(2)式被限定在空间范围  $[-N/2, N/2-1]$ , 因此可以认为(2)式为伪维格纳分布(PWVD)。值得注意的是(2)式不具有连续 WVD 的许多属性,如时间边缘性、频率边缘性,但(2)式保留了连续 WVD 可重构属性<sup>[10]</sup>,这是能重

构信号的基础,根据文献[11],等式(2)的重构分为偶样本重构和奇样本重构

$$s(2n) s^*(0) = \sum_{K=-N/2}^{N/2-1} W(n, m) \exp \left[ -2j \left( \frac{2\pi m}{N} \right) n \right], \quad (3)$$

$$s(2n-1) s^*(1) = \sum_{K=-N/2}^{N/2-1} W(n, m) \exp \left[ -2j \left( \frac{2\pi m}{N} \right) n \right], \quad (4)$$

由(3)式和(4)式可以看出,伪维格纳分布重构由  $s^*(0)$  和  $s^*(1)$  分为偶样本重构和奇样本重构,变量  $n$  在  $[1, N/2]$  取值。

在图像上选择一维  $N$  像素点的窗口,根据(2)式进行 PWVD 变换,再移动窗口到图像的每一个像素点,则可以得到整个图像的 PWVD,在时频域进行处理后,通过(3)式和(4)式可以重构图像。

## 3 融 合

### 3.1 多分辨率分解

根据(2)式,在一幅图像上滑动  $N$  像素一维窗口,可以得到整个图像的 PWVD。图像上的每个像素对应 PWVD 数据上的  $N$  个分量。

定义  $I(i, j)$  为数字图像空间坐标  $(i, j)$  处的像素值,  $X_{ij}$  为  $I(i, j)$  的根据(2)式计算得到的 PWVD,  $X_{ij} = [X_{ij}^0, X_{ij}^1, \dots, X_{ij}^{N-1}]$ ,  $N$  为一维滑动窗口长度。  $X_{ij}^k$  代表像素  $I(i, j)$  在  $k$  频率点的 PWVD 值,其中  $k = 0, 1, \dots, N-1$ 。提取图像各空间位置的  $X_{ij}^k$ , 按照图像对应空间位置组成“能量谱图”(PWVD 变换后存在负值,不是真正意义上的能

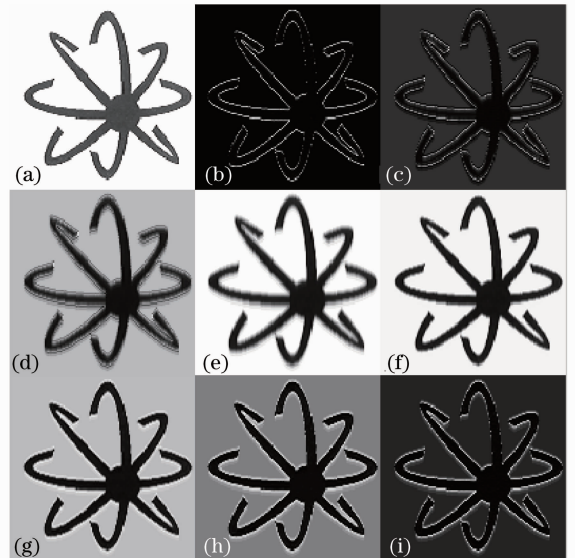


图 1 PWVD 变换各频段图

Fig. 1 Various frequency maps of PWVD

量谱图),一幅图像能得到  $N$  幅与原图像同样大小的“能量谱图”,如图 1 所示。

图 1(a)为原始图像,图 1(b)~图 1(i)为图像 PWVD 八个频段图,从图 1 可以看到,每个频段代表图像不同的信息。图 1(e)、(f)、(g)代表图像的低频信息,图 1(b)、(c)、(d)、(h)、(i)代表图像的高频(边缘)信息。可以认为图 1(b)~图 1(i)为图 1(a)的多分辨率分解。

### 3.2 方向性

定义图像  $I(i, j)$  滑动窗口长度  $N$ 、方向  $h$  的 PWVD 变换为  $X_{ij-h}^k, k = 0, 1, \dots, N-1, i$  和  $j$  代表图像像素点坐标值,  $h = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 。滑动窗口方向是非常重要的变量,在高频段,与滑动窗口垂直的方向能获得边缘的最大值,与滑动窗口平行的方向获得边缘信息的最小值。如图 2 和图 3 所示。

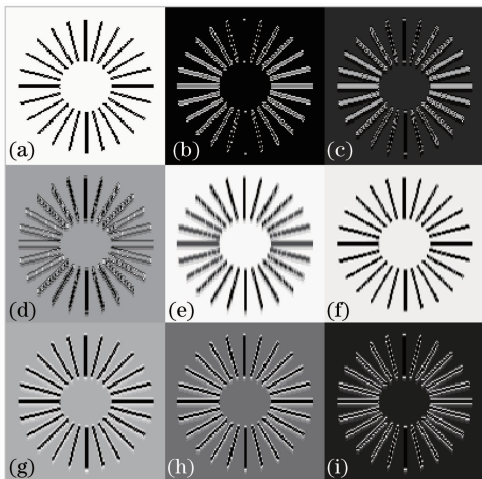


图 2 方向  $\pi/2$  滑动窗口 PWVD 变换图

Fig. 2 Directional  $\pi/2$  map of PWVD transform

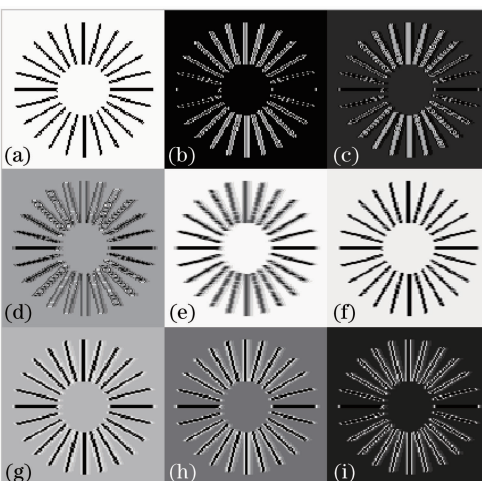


图 3 方向 0 滑动窗口 PWVD 变换图

Fig. 3 Directional 0 map of PWVD transform

形成图 2(b)~图 2(i)图像的 PWVD 变换的滑动窗口为垂直方向(定义为  $\frac{\pi}{2}$ ),在图 2(b),(c),(h),(i)中可以看到,原始图像的水平边缘在分解图中突出,而垂直边缘在分解图不明显,在图 2(b),(i)表现的最为突出。图 3 一维滑动窗口为水平方向(定义 0)。从图 3 可以看出,原始图像的垂直边缘在分解图中突出,而水平边缘在分解图不明显,因此,滑动窗口的方向对图像高频(边缘)是一个非常重要的参数。利用一维  $N$  像素滑动窗口对图像进行分解时,更改滑动窗口的方向,可以获得图像不同的高频信息。

### 3.3 融合方法

假设待融合图像已经过空间配准,根据图像 PWVD 多分辨率特性和分解方向特性,融合步骤如下:

1) 确定一维滑动窗口的大小  $N$ ;

2) 计算待融合图像  $I_1(i, j)$  方向  $hm$  的 PWVD 变换向量  $X_{ij-hm}^k, k = 0, 1, \dots, N-1, m = 1, 2, 3, 4, \dots$ ;

3) 计算  $X_{ij-hm}^k$  的欧氏距离  $d_{1m}$

$$d_{1m} = \sqrt{(X_{1ij-hm}^0)^2 + (X_{1ij-hm}^1)^2 + \dots + (X_{1ij-hm}^{N-1})^2};$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

4)  $d_1 = \max d_{1m}$ , 取  $d_1$  对应的  $X_{ij-hm}^k$ ;

5) 计算待融合图像  $I_1$  的每个像素点的  $X_{ij-hm}^k$ , 形成  $N$  幅能量谱图(代表图像  $N$  个频段);

6) 分别计算待融合图像  $I_2(i, j), I_3(i, j), \dots, I_M(i, j)$  的  $d_f, f = 1, 2, 3, \dots, M$ , 形成  $M$  组  $N$  幅能量谱图;

7) 对  $M$  组  $N$  幅“能量谱图”的各个对应频段进行融合,原则是高频取最大值,低频取方差最大的“能量谱图”,形成  $N$  幅“能量谱图”。

8) 对 7) 的结果依据(3)式和(4)式进行 PWVD 逆变换,得到融合图像。

利用(3)式和(4)式进行逆变换时,初始值  $S(0)$  和  $S(1)$  分别等于  $X_{1ij-hm}^0$  的均值和  $X_{1ij-hm}^1$  的均值。

融合过程如图 4 所示。

## 4 验证实验与结果分析

为了验证该融合算法的正确性和有效性,本文采用可见光与红外图像、多聚焦图像,医学图像,合成孔径雷达(synthetic aperture radar, SAR)与红外图像进

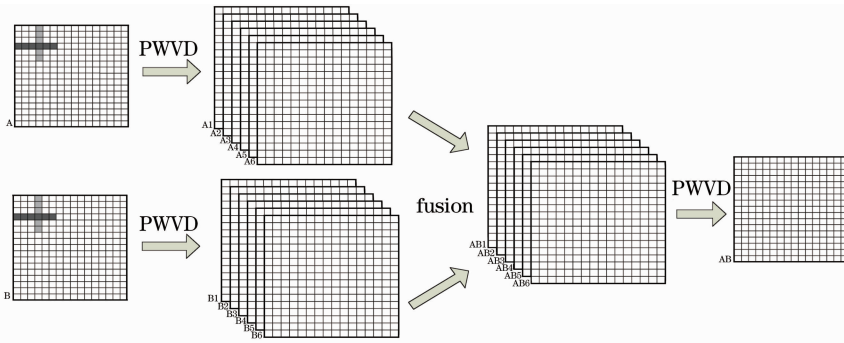


图 4 本文提出的图像融合流程

Fig. 4 Image fusion process of the proposed method

行融合仿真实验,并对实验结果图像利用图像信息熵指标进行质量评价。图像信息熵指标计算表达式

$$H = - \sum_{l=0}^L h(l) \lg[h(l)], \quad (6)$$

其中  $h(l)$  为图像的直方图,  $L$  为图像的灰度级。

图 5(a)和图 5(b)分别是大小为  $320 \times 240$  的红外

外图像和可见光图像,图 5(c)为可见光与红外图像的融合结果,从图 5(c)可以看到,融合图像对图 5(a)中的人信息和图 5(b)的栅栏与地物信息得到了很好的保留,从表 1 也可以看出图 5(c)的信息熵明显大于图 5(a)和图 5(b)。



图 5 源图像和融合结果。(a) 红外图像;(b)可见光图像;(c)融合图像

Fig. 5 Resource image and fusion image. (a) Infrared image;(b) visible-light image;(c) fused image with the proposed method

表 1 实验源图像和融合图像信息熵

Table 1 The entropy of source image and fusion image

Entropy	(a)	(b)	(c)
Fig. 5	5.6784	6.0422	7.4058
Fig. 6	6.6325	1.9247	6.0959
Fig. 7	7.3237	7.2632	7.5281
Fig. 8	6.9182	6.5235	7.7839

图 6(a)和图 6(b)分别是人头部 MR 图像和 CT 图像,从图 6(c)融合结果可以得到,融合结果保留了待融合图像的大部分信息,从融合结果的视觉效果看,MR 图像眼部的细节信息在融合结果图像

中没有得到很好体现,融合图像的信息熵明显小于图 6(a)信息熵。其原因是 PWVD 为双线性时频分布,变换结果存在交叉项,且能量谱图中存在负值,再融合过程中引起部分能量丢失,逆变换时,初始值取之  $X_{1ij-hm}^0$  的均值和  $X_{1ij-hm}^0$  的均值,该均值也不能很好的逼近真值。图 7 多聚焦图像的融合中,融合结果图像[图 7(c)]去除了图 7(a)和图 7(b)的中模糊部分,保留了图 7(a)和图 7(b)中清晰的部分,融合结果图像在视觉效果上不能保持平滑,原因同图 6 结果。

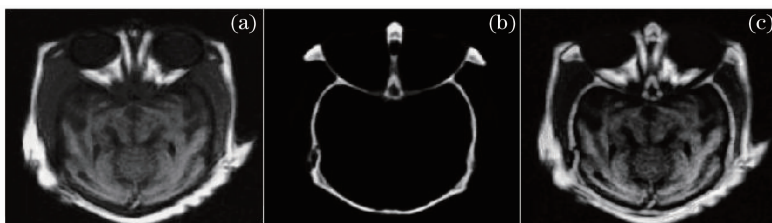


图 6 医学图像和融合结果。(a)MR 图像;(b)CT 图像;(c)融合图像

Fig. 6 Medical source image and fusion image. (a) MR image;(b) CT image;(c) fused image with the proposed method

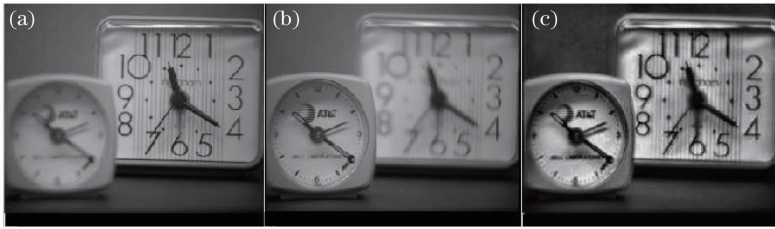


图 7 多聚焦图像和融合结果。(a)图像 1;(b) 图像 2;(c)融合图像

Fig. 7 Multifocus image and fusion image. (a) Image 1;(b) image 2;(c) fused image with the proposed method

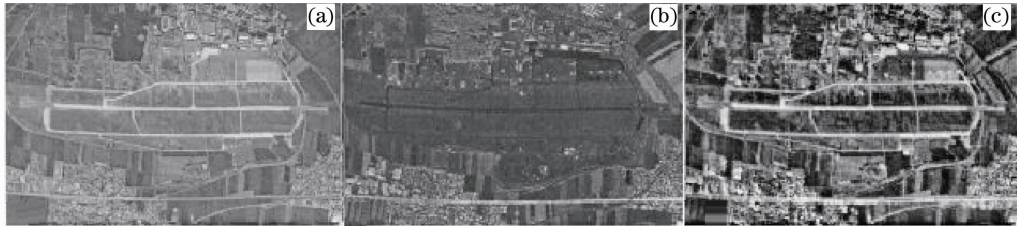


图 8 源图像和融合结果。(a) 红外图像;(b) SAR 图像;(c)融合图像

Fig. 8 Source image and fusion image. (a) Infrared image; (b) SAR image; (c) fused image with the proposed method

图 8 为某机场的 SAR 和红外图像,以及 SAR 和红外的融合结果,融合图像增强了机场的跑道信息,保留了 SAR 图像中停机坪上飞机信息和红外图像中机场周围的道路细节信息,信息量也明显增加(见表 1)。

## 5 结 论

本文根据 PWVD 变换和图像的多分辨率分析思想,提出了一种新的图像融合算法,通过多聚焦和多传感器图像的验证实验,证明该算法的有效性和正确性,由于 PWV 分布固有的特性(交叉项),在进行图像融合过程中会出现部分能量的丢失,引起融合图像不能保留源图像中的部分细节信息。本文可视为图像处理在时频域的一个有益探索研究。

## 参 考 文 献

- 1 H. Maiter, I. Bloch. Image fusion[J]. *Vistas in Astronomy*, 1997, **41**(3): 329~335
- 2 T. Taxt, A. H. S. Solberg. Information fusion in remote sensing[J]. *Vistas in Astronomy*, 1997, **41**(3): 337~342
- 3 M. A. Abidi, R. C. Gonzalez. Data Fusion in Robotics and Machine Intelligence[M]. Academic Press,1992

- 4 Wang Hong, Jing Zhongliang, Li Jianxun. An image fusion approach based on object region[J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(3): 351~355  
王 宏,敬忠良,李建勋. 一种基于目标区域的图像融合新方法[J]. *中国激光*, 2005, **32**(3): 351~355
- 5 Zhao Peng, Pu Zhaobang. Image fusion based on morphological 42 subband decomposition pyramid[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(1): 40~44  
赵 鹏,浦昭邦. 基于形态学 4 子带分解金字塔的图像融合[J]. *光学学报*, 2007, **27**(1): 40~44
- 6 Y. Wang, B. Lohmann. Multisensor image fusion: concept, method and applications[J]. Institute of Automatic Technology, University of Bremen, 2000
- 7 Salvador Gabarda, Gabriel Cristobal. Multifocus image fusion through Pseudo-Wigner distribution[J]. *Optical Engineering*, 2005, **44**(4): 047001-1~047001-9
- 8 Salvador Gabarda, Gabriel Cristobal. Volumetric image fusion using the Pseudo-Wigner distribution [C]. *SPIE*, 2004, **5558**: 624~631
- 9 Salvador Gabarda, Gabriel Cristobal. The Renyi entropy as a decision measure for a pseudo-Wigner distribution image fusion framework[C]. *SPIE*, 2005, **5910**:59100E-1~59100E-11
- 10 K. H. Brenner. A discrete version of the Wigner distribution function[C]. *Proc. EURASIP, Sig. Process. II: Theories Application*,1983, **6**: 307~309
- 11 T. A. C. M. Claassen, W. F. G. Mecklenbrauker. The Wigner distribution-a tool for time-frequency analysis, Parts I-III [J]. *Philips J. Res.* 1980, **35**: 217~250,276~300,372~389