

文章编号: 0253-2239(2009)01-0169-07

# 基于泽尼克多项式的显微镜点扩展函数研究

唐玉科 何小海 陶青川

(四川大学电子信息学院图像信息研究所, 四川 成都 610064)

**摘要** 在计算光学切片显微成像(COSM)的非盲图像复原中,准确获取系统点扩展函数对图像复原质量和复原结果的稳定性有重要影响。显微镜系统的点扩展函数的获取通常有两种方式:数值计算和物理测量。数值计算运算量大,涉及的参数较多且难以准确估计,因而在实际应用中具有一定的局限性;物理测量得到的点扩展函数最能真实体现显微镜系统的光学特性,但其存在着信噪比(SNR)低的缺点,使用之前必须对其进行预处理。针对物理测量得到的点扩展函数详细讨论了如何运用扩展 Nijboer-Zernike 理论(ENZ)来对测得的点扩展函数进行重建。实验证明,该方法能快速准确地重建显微镜的三维点扩展函数,提升其信噪比。

**关键词** 光学测量;显微镜点扩展函数;拟合;泽尼克多项式

中图分类号 TP751 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092901.0169

## Research on the Point Spread Function of Microscope Based on the Zernike Polynomials

Tang Yuke He Xiaohai Tao Qingchuan

(Image Information Institute, School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University,  
Chengdu, Sichuan 610064, China)

**Abstract** In the non-blind image restoration of the computational optical sectioning microscopy (COSM), the acquisition of accurate point spread function of the system has a major impact on the quality and the stability of image restoration. There are two ways to access the point spread function in general: numerical calculation and physical measurements. Numerical calculation has heavy computational burden and more parameters which always cannot be accurately estimated, hence, it has some limitations in practical application; the point spread function accessed by physical measurements can embody the optical properties of the microscope system most properly, but it has low signal-to-noise ratio (SNR), it must be pre-processed before used. A detailed introduction of the principle about how to use the extended Nijboer-Zernike theory (ENZ) to reconstruct the point spread function accessed by physical measurements is given. Experiments proved that this method can rapidly and accurately reconstruct the 3D point spread function of the microscope and raise its SNR.

**Key words** optical measurement; point spread function of microscopy; fitting; Zernike polynomials

## 1 引 言

在计算光学切片显微成像技术中,由显微镜获取的切片图像序列由于受离焦层面以及显微镜本身缺陷的影响,往往会使图像模糊,需要采用各种数字图像处理技术对图像进行复原。图像复原算法<sup>[1]</sup>通常分为两类:非盲复原和盲复原算法。非盲复原算法,

如近邻法以及传统的滤波方法等,需要预先知道系统点扩展函数,然后通过传统的图像复原算法对模糊图像进行逆运算,能否快速准确获取点扩展函数对复原质量和复原结果的稳定性有重要影响;盲复原算法,如参数盲解卷积(PBD)算法,虽不需要预先知道系统点扩展函数,但需要知道点扩展函数的模型,然后通

收稿日期: 2008-03-21; 收到修改稿日期: 2008-08-20

基金项目: 国家自然科学基金(60372079)和教育部重点项目(107094)资助课题。

作者简介: 唐玉科(1982-),男,硕士研究生,主要从事图像处理和图像通信等方面的研究。E-mail: yuketang@sina.com

导师简介: 何小海(1964-),男,教授,博士生导师,主要从事图像处理、模式识别和图像通信等方面的研究。

E-mail: hxx@scu.edu.cn (通信联系人)

过迭代算法交替估计原始图像和点扩展函数参数,建立合适的模型对复原结果也有重要影响。因而,准确获取点扩展函数在图像复原中有重要意义。本文从当前点扩展函数的获取方法入手,针对物理测量方法获得的点扩展函数信噪比较低的缺点,提出了一种对其进行重建,提升其信噪比的方法。

## 2 点扩展函数获取方法

点扩展函数的获取通常有两种方式:数值计算<sup>[2]</sup>和物理测量。数值计算所用的通常是透镜理论点扩展函数模型,即由菲涅耳衍射定理及透镜相干成像公式所得的衍射积分:

$$U(x, y; f) = \frac{1}{\pi} \iint_{u^2+v^2 \leq 1} P(u, v) \exp[if(u^2 + v^2)] \times \exp(2\pi i u x + 2\pi i v y) du dv, \quad (1)$$

极坐标形式:

$$U(r, \varphi; f) = \frac{1}{\pi} \int_0^{12\pi} P(\rho, \theta) \exp(if\rho^2) \times \exp[2\pi i \rho r \cos(\theta - \varphi)] \rho d\rho d\theta, \quad (2)$$

式中离焦因子  $f = k\Delta z\pi(NA)^2/\lambda$ ,  $NA$  为显微镜数值孔径,  $\lambda$  为所用光的波长,  $\Delta z$  为相临切片间的距

离,  $k$  为相距焦平面的第  $k$  层切片。  $P(\rho, \theta)$  为透镜瞳函数,  $\exp(if\rho^2)$  为离焦项,  $\exp[2\pi i \rho r \cos(\theta - \varphi)]$  为与惠更斯-菲涅耳原理相关的项。

(1)式、(2)式的理论点扩展函数模型比较复杂,运算量很大,并且由于瞳函数  $P$  难以准确估计,使得其应用具有很大的局限性。为了解决这些问题,很多人从光强分布的角度去逼近上述理论模型的光强分布,提出了一些简化模型,例如陶青川博士提出的高斯模型<sup>[3]</sup>:

$$h(x, y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma_z^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_z^2}\right), \quad (3)$$

式中  $\sigma_z^2 = \sigma_{z_0} + \alpha|z - z_0|$ 。该模型的光强分布接近上述理论模型,且参数少,估计相对简单,计算方便,具有较大的实用性,但该模型会损失部分高频信息,因而在应用上具有一定局限性。

物理测量通常使用荧光珠或星点检测等方法,比如星点检测法,其基本原理是:让光源通过一个尺寸足够小的孔(由瑞利判据,孔的直径  $D$  应满足  $D \leq 0.61\lambda/NA$ ),这样该孔就可近似为一个点光源,然后记录下该点光源通过显微镜后在聚焦平面及附近的光强分布,以此作为显微镜的点扩展函数,星点检测系统结构如图 1 所示。

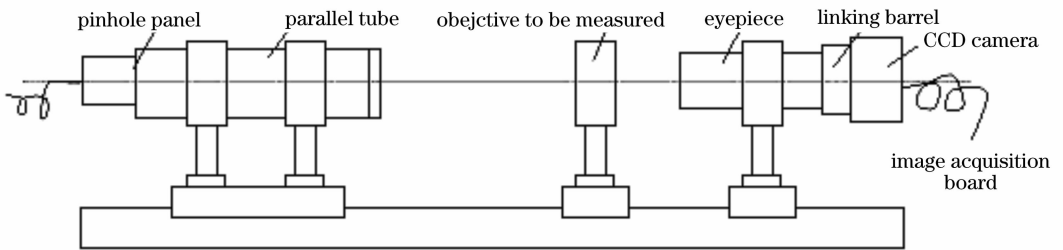


图 1 星点检测系统结构示意图

Fig. 1 Structure of pinhole detection system

该方法有一个很大的缺点就是由于孔很小,通过的光强度很弱,受噪声影响很大,得到的点扩展函数信噪比(SNR)较低,不能直接应用于图像复原,必须先对其进行预处理,提高信噪比。本文就针对该方法得到的点扩展函数,应用扩展 Nijboer-Zernike 理论<sup>[4~6]</sup>对其进行拟合<sup>[7,8]</sup>,重建点扩展函数,提高其信噪比。下面简单介绍一下扩展 Nijboer-Zernike 理论。

## 3 扩展的 Nijboer-Zernike 理论简介

在显微镜成像中,瞳函数的一般表达式为

$$P(\rho, \theta) = \exp[i\Phi(\rho, \theta)], \quad (4)$$

式中  $\Phi(\rho, \theta)$  表示相位失真。对于一般的显微镜,  $\Phi(\rho, \theta)$  比较小,则可以对(4)式做一阶近似:

$$P(\rho, \theta) \approx 1 + i\Phi(\rho, \theta), \quad (5)$$

将  $\Phi(\rho, \theta)$  展开成泽尼克级数<sup>[9]</sup>:

$$\Phi(\rho, \theta) = \sum_{m,n} \alpha_n^m R_n^m(\rho) \cos m\theta, \quad (6)$$

式中  $\alpha_n^m$  为实泽尼克系数,  $R_n^m(\rho)$  为泽尼克多项式,  $m, n$  为非负整数,  $n - m \geq 0$  且为偶数。将(6)式代入(5)式,可得瞳函数的如下表达式:

$$P(\rho, \theta) \approx 1 + i \sum_{m,n} \alpha_n^m R_n^m(\rho) \cos m\theta, \quad (7)$$

将(7)式代入(2)式中,并利用 Nijboer-Zernike 理论,可得点扩展函数的级数表达式:

$$U(r, \varphi; f) \approx 2V_0^0(r, f) + 2i \sum_{m \neq n} i^m \alpha_n^m V_n^m(r, f) \cos m\varphi, \quad (8)$$

式中

$$V_n^m(r, f) = \int_0^1 R_n^m(\rho) \exp(iff\rho^2) J_m(2\pi\rho r) \rho d\rho, \quad (9)$$

(9) 式最关键的一点就是  $V_n^m(r, f)$  的计算, 可以看到其中不但包含泽尼克多项式, 还包含贝塞尔函数, 很难计算, 为了解决此问题, Janssen 等<sup>[4]</sup> 进行了大量研究, 于 2002 年推导出了  $V_n^m(r, f)$  的级数表示式:

$$V_n^m(r, f) = \exp(iff) \sum_{l=0}^{\infty} \left(-\frac{iff}{\pi r}\right)^l \sum_{j=0}^p u_{lj} \frac{J_{m+l+2j+1}(2\pi r)}{2\pi r}, \quad (10)$$

$$u_{lj} = (-1)^p \frac{m+l+2j+1}{q+l+j+1} \binom{m+j+l}{l} \binom{j+l}{l} \binom{l}{p-j} \bigg/ \binom{q+l+j}{l}, \quad (11)$$

式中组合数满足

$$\binom{n}{k} = \begin{cases} \frac{n!}{k!(n-k)!}, & n \geq k \\ 0, & n < k \end{cases}$$

且  $p = (n-m)/2, q = (n+m)/2$ 。

实验证明, 在离焦因子  $f$  满足  $|f| \leq 10\pi, l$  取到  $3|f|$  左右时, 即可满足精度要求, 一般取到  $3.5|f|+1$  项即可<sup>[10]</sup>。

应用上述理论计算点扩展函数, 不但能达到较高的精度, 还能大大降低运算量。除此之外, 还有一个很重要的优点就是  $V_n^m(r, f)$  与系统特性无关, 实际应用中我们只需取(8)式中级数的前面若干项, 这样一来, 系统的特性就完全由几个泽尼克系数表征。在光学原理<sup>[11]</sup>中, 泽尼克系数的前面几项有明确的物理意义, 如彗差、像散、畸变等, 这样就有助

于寻求一种方法来获得系统的特性, 即泽尼克系数, 进而用得到的系数重建点扩展函数, 改善其信噪比。下面将详细介绍如何利用(8)式中点扩展函数的级数表达式来重建物理测量得到的点扩展函数。

#### 4 重建点扩展函数

本文采用了一种拟合算法来重建点扩展函数, 其基本原理是: 用(8)式对物理测量得到的强度点扩展函数进行拟合, 得到系统特性, 即泽尼克系数, 然后再把求得的泽尼克系数代入(8)式中, 计算出点扩展函数, 将该值作为重建的系统点扩展函数。

设物理测量记录的点扩展函数的强度为  $I_{\text{means}}(r, \varphi; f)$ , 而由(8)式得到的理论点扩展函数的强度记为  $I(r, \varphi; f)$ , 即

$$I(r, \varphi; f) = |U(r, \varphi; f)|^2 = U(r, \varphi; f)U^*(r, \varphi; f) = 4|V_0^0(r, f)|^2 - 8 \sum_{m \neq n} \alpha_n^m \text{Im}[i^m V_n^m(r, f)V_0^{0*}(r, f)] \cos m\varphi + C(r, \varphi; f), \quad (12)$$

其中交叉项

$$C(r, \varphi; f) = 4 \sum_{m_1, n_1; m_2, n_2} \alpha_{n_1}^{m_1} \alpha_{n_2}^{m_2} \text{Re}[i^{(m_1-m_2)} V_{n_1}^{m_1}(r, f)V_{n_2}^{m_2*}(r, f)] \cos m_1\varphi \cos m_2\varphi, \quad (13)$$

舍去二次交叉项  $C(r, \varphi; f)$ , 并令  $I_{\text{means}}(r, \varphi; f) = I(r, \varphi; f)$  得

$$I_{\text{means}}(r, \varphi; f) = 4|V_0^0(r, f)|^2 - 8 \sum_{m \neq n} \alpha_n^m \text{Im}[i^m V_n^m(r, f)V_0^{0*}(r, f)] \cos m\varphi, \quad (14)$$

(14)式两边同乘以  $\cos m'\varphi$ , 并在  $[0, 2\pi]$  上求平均值, 其中  $m'$  为  $0, 1, 2, \dots$ 。令

$$\psi_{\text{means}}^{m'}(r, f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I_{\text{means}}(r, \varphi; f) \cos m'\varphi d\varphi, \quad (15)$$

对于(14)式的右边, 得

$$4|V_0^0(r, f)|^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos m'\varphi d\varphi - 8 \sum_{m \neq n} \alpha_n^m \text{Im}[i^m V_n^m(r, f)V_0^{0*}(r, f)] \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos m\varphi \cos m'\varphi d\varphi, \quad (16)$$

令

$$\delta_{m'} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos m'\varphi d\varphi = \begin{cases} 1, & m' = 0 \\ 0, & m' > 0 \end{cases} \quad \epsilon_{m'} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos m\varphi \cos m'\varphi d\varphi = \begin{cases} 0, & m' \neq m \\ 1, & m' = m = 0 \\ 0.5, & m' = m > 0 \end{cases} \quad (17)$$

将(17)式代入(16)式得:

$$4\delta_{m'} |V_0^0(r, f)|^2 - 8\epsilon_{m'} \sum_n \alpha_n^{m'} \text{Im}[i^{m'} V_n^{m'}(r, f) V_0^{0*}(r, f)], \quad (18)$$

若令

$$\psi_n^{m'}(r, f) = -8\epsilon_{m'} \text{Im}[i^{m'} V_n^{m'}(r, f) V_0^{0*}(r, f)], \quad (19)$$

将(19)式代入(18)式得

$$4\delta_{m'} |V_0^0(r, f)|^2 + \sum_n \alpha_n^{m'} \psi_n^{m'}(r, f), \quad (20)$$

令(15)式与(20)式相等,得

$$\psi_{\text{means}}^{m'}(r, f) = 4\delta_{m'} |V_0^0(r, f)|^2 + \sum_n \alpha_n^{m'} \psi_n^{m'}(r, f), \quad (21)$$

定义内积运算:

$$(\psi, \chi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \psi(r, f) \chi^*(r, f) r dr df, \quad (22)$$

然后用  $\psi_n^{m'}(r, f)$  对(21)式两边同时做(22)式所定义的内积运算,其中  $n' = m', m'+2, \dots$ , 得

$$(\psi_{\text{means}}^{m'}, \psi_n^{m'}) = 4\delta_{m'} (|V_0^0(r, f)|^2, \psi_n^{m'}) + \sum_n \alpha_n^{m'} (\psi_n^{m'}, \psi_n^{m'}), \quad (23)$$

由  $V_0^0(r, f)$  及  $\psi_n^{m'}$  的定义可知,  $|V_0^0(r, f)|^2$  关于  $f$  偶对称, 而  $\psi_n^{m'}$  在  $m'$  为偶数时, 关于  $f$  奇对称, 在  $m'$  为奇数时关于  $f$  偶对称, 所以在  $m' = 0$  时  $(|V_0^0(r, f)|^2, \psi_n^{m'}) = 0$ , 于是由(17)式和(23)式可得

$$(\psi_{\text{means}}^{m'}, \psi_n^{m'}) = \sum_n \alpha_n^{m'} (\psi_n^{m'}, \psi_n^{m'}), \quad (24)$$

式中  $m' = 0, 1, 2, \dots; n, n' = m', m'+2, \dots$ 。对于  $m'$  的某一个值, 令  $\mathbf{b}$  为如下列向量:

$$\mathbf{b} = [(\psi_{\text{means}}^{m'}, \psi_n^{m'})]_{n=m', m'+2, \dots}, \quad (25)$$

令矩阵  $\mathbf{A}$  为

$$\mathbf{A} = [(\psi_n^{m'}, \psi_n^{m'})]_{n, n'=m', m'+2, \dots}, \quad (26)$$

表 1 不同信噪比下的泽尼克系数估计结果

Table 1 Estimate of the Zernike coefficients under different SNR

$m$	$n$	$\alpha_n^m$ (input)	$\alpha_{\text{rec}}$ (SNR: $\infty$ )	$\alpha_{\text{rec}}$ (SNR: 100)	$\alpha_{\text{rec}}$ (SNR: 10)	$\alpha_{\text{rec}}$ (SNR: 2)
0	2	0.3	0.3000	0.2999	0.2997	0.3065
0	4	0.2	0.2000	0.1998	0.1924	0.1849
1	1	0.1	0.1000	0.1001	0.0969	0.1146
1	3	0.4	0.4000	0.4001	0.3927	0.4569
2	2	0.2	0.2000	0.1999	0.1996	0.2068

由以上结果可以看出:随着信噪比的降低,误差增大;在信噪比不太低的情况下,此方法可达到较高的精度,能有效地提升信噪比。

下面分别采用本文点扩展函数模型与高斯点扩

令  $\mathbf{X}$  如下列向量:

$$\mathbf{X} = (\alpha_n^{m'})_{n=m', m'+2, \dots}, \quad (27)$$

于是可得线性方程组:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}\mathbf{X}, \quad (28)$$

由泽尼克多项式的正交性可得  $\mathbf{A}$  非奇异,因而可由该方程解得泽尼克系数:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}, \quad (29)$$

分别取不同的  $m'$  值,即可求出所有的泽尼克系数。

在实际应用中,取如下几项<sup>[11~13]</sup>:  $\alpha_2^0$  为象场弯曲,  $\alpha_4^0$  为球面象差,  $\alpha_1^1$  为畸变,  $\alpha_3^1$  为彗差,  $\alpha_2^2$  为象散。要计算这几个系数,  $m'$  只需取 0, 1, 2 即可, 于是可列如下方程组:

$$\begin{bmatrix} (\psi_{\text{means}}^0, \psi_2^0) \\ (\psi_{\text{means}}^0, \psi_4^0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\psi_2^0, \psi_2^0) & (\psi_4^0, \psi_2^0) \\ (\psi_2^0, \psi_4^0) & (\psi_4^0, \psi_4^0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_2^0 \\ \alpha_4^0 \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} (\psi_{\text{means}}^1, \psi_1^1) \\ (\psi_{\text{means}}^1, \psi_3^1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\psi_1^1, \psi_1^1) & (\psi_3^1, \psi_1^1) \\ (\psi_1^1, \psi_3^1) & (\psi_3^1, \psi_3^1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1^1 \\ \alpha_3^1 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$(\psi_{\text{means}}^2, \psi_2^2) = (\psi_2^2, \psi_2^2) \alpha_2^2, \quad (32)$$

分别解出这几个系数, 然后将其代入(8)式中即可重建出点扩展函数。

## 5 实验结果

模拟实验:即预先设定  $\alpha_n^m$ , 将其代入  $U(r, \varphi; f)$  的级数表达式中再求其强度, 然后加入不同强度的加性高斯白噪声, 得到不同信噪比的数据, 以此作为测得的点扩展函数强度  $I_{\text{means}}$ , 并用上面介绍的方法进行重建, 结果如表 1 所示(实验中参数取值为:  $NA = 1.1$ , 光源的波长为 500 nm,  $\Delta z = 0.2 \mu\text{m}$ )。

展函数模型对真实样本序列进行复原并对复原结果进行比较, 复原方法均采用观测数据不完全最大似然估计算法(Expectation maximization, EM)(迭代 50 次), 如图 2~图 9 所示。

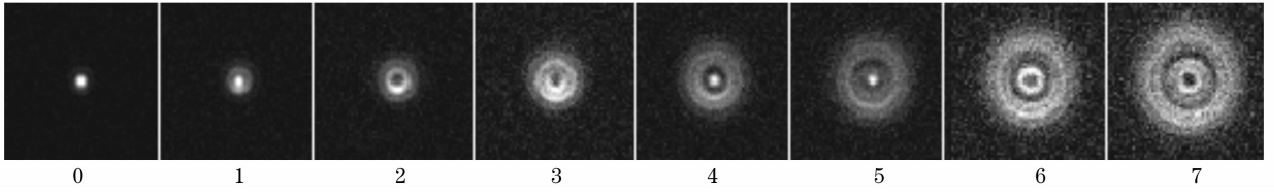


图 2 被噪声干扰的三维点扩展函数的不同离焦层面(SNR: 10,  $\Delta z=0.2 \mu\text{m}$ )

Fig. 2 3D PSF with noise (SNR: 10,  $\Delta z=0.2 \mu\text{m}$ )

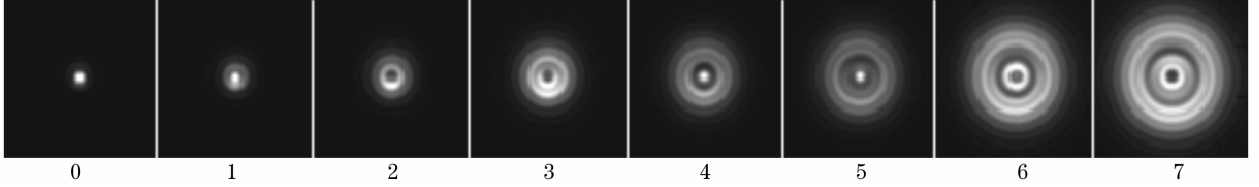


图 3 重建的三维点扩展函数

Fig. 3 3D PSF reconstructed

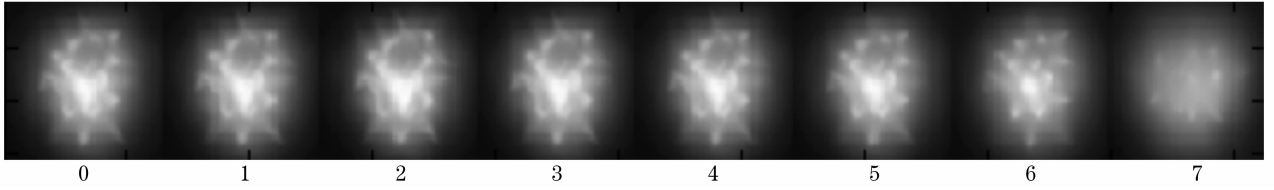


图 4 原始切片序列 1

Fig. 4 Original serial image 1

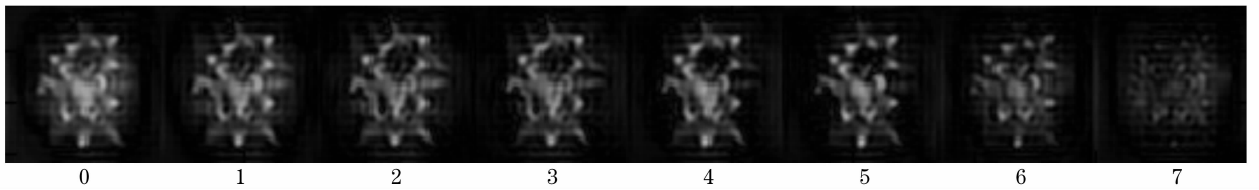


图 5 用本文点扩展函数模型对序列 1 复原的结果

Fig. 5 Restoration to serial image 1 with PSF in this paper

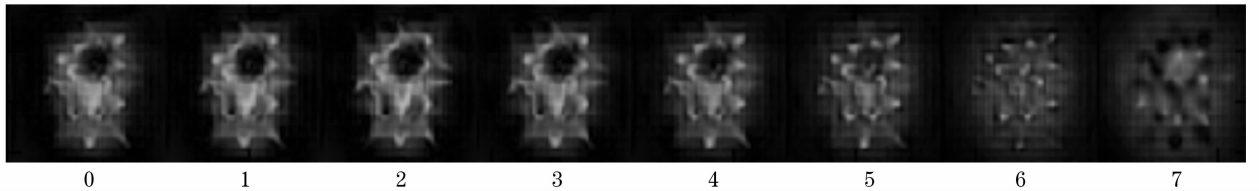


图 6 用高斯点扩展函数模型对序列 1 复原的结果

Fig. 6 Restoration to serial image 1 with Gauss PSF

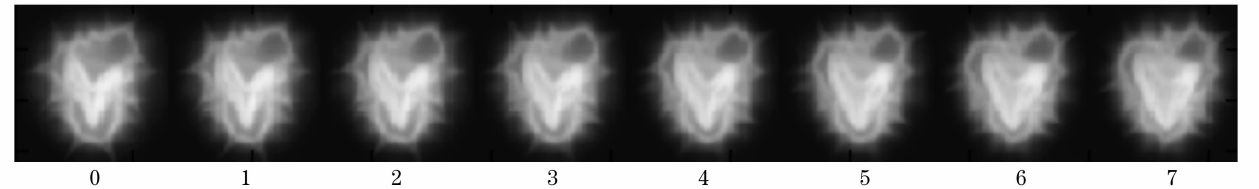


图 7 原始切片序列 2

Fig. 7 Original serial image 2

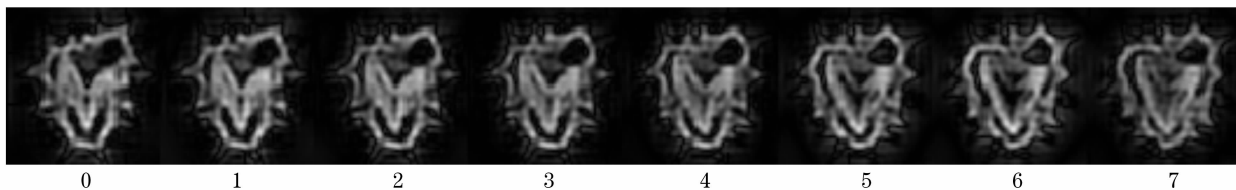


图 8 用本文点扩展函数模型对序列 2 复原的结果

Fig. 8 Restoration to serial image 2 with PSF in this paper

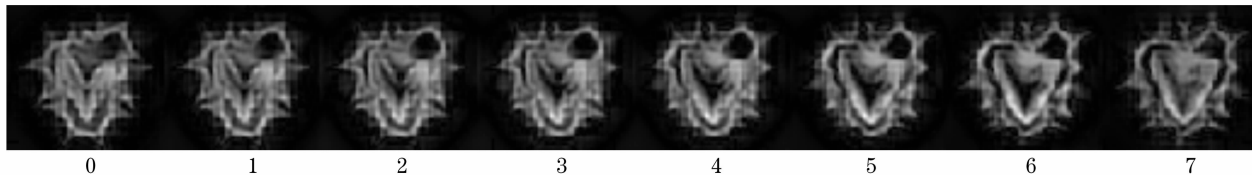


图 9 用高斯点扩展函数模型对序列 2 复原的结果

Fig. 9 Restoration to serial image 2 with Gauss PSF

从以上实验结果可知,本文的点扩展函数模型能较好地体现显微镜的光学特性,与高斯点扩展函数模型相比,在图像复原中能有效地去除模糊和层间干扰,较好地恢复切片序列各层的聚焦信息。

## 6 误差分析

下面主要简单讨论一下舍去二次交叉项  $C(r, \varphi; f)$  和一阶近似  $P(\rho, \theta) \approx 1 + i\Phi(\rho, \theta)$  时可能引入的误差。

对于舍去二次交叉项  $C(r, \varphi; f)$  时引入的误差,

由  $C(r, \varphi; f)$  的表达式(13)可知,该项乘上  $\cos m\varphi$  并在  $[0, 2\pi]$  上求平均值后,  $|m_1 \pm m_2| \neq m$  的项全为 0,其中只剩下  $|m_1 \pm m_2| = m$  的项,而  $C(r, \varphi; f)$  中的项  $\text{Re}[i^{(m_1-m_2)} V_{n_1}^{m_1}(r, f) V_{n_2}^{m_2*}(r, f)]$  在  $|m_1 \pm m_2|$  为偶数时关于  $f$  偶对称,在  $|m_1 \pm m_2|$  为奇数时关于  $f$  奇对称,这如  $\psi_n^m(r, f)$  关于  $f$  具有相反的奇偶性,因而它们的内积为 0,所以舍去  $C(r, \varphi; f)$  对系数的求取没有影响。

对于一阶近似,假设加入二次项  $-\Phi(\rho, \theta)^2/2$ ,相当于在上面点扩展函数中加入了如下一项:

$$U_2(r, \varphi; f) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \exp(iff\rho^2) \Phi(\rho, \theta)^2 \exp[2\pi i \rho r \cos(\theta - \varphi)] \rho d\theta d\rho = \sum_{m_1, n_1; m_2, n_2} \alpha_{n_1}^{m_1} \alpha_{n_2}^{m_2} i^{|m_1 \pm m_2|} V_{n_1 n_2}^{m_1 m_2}(r, f) \cos |m_1 \pm m_2| \varphi, \quad (33)$$

式中, 
$$V_{n_1 n_2}^{m_1 m_2}(r, f) = \int_0^1 R_{n_1}^{m_1} R_{n_2}^{m_2}(\rho) \exp(iff\rho^2) J_{|m_1 \pm m_2|}(2\pi \rho r) \rho d\rho, \quad (34)$$

则 
$$I'(r, \varphi; f) = |U + U_2|^2 = \left| 2V_0^0(r, f) + 2i \sum_{m, n} i^m \alpha_n^m V_n^m(r, f) \cos m\varphi + U_2 \right|^2 = I(r, \varphi; f) + 4\text{Re}[U_2 V_0^{0*}] + C'(r, \varphi; f), \quad (35)$$

同样舍去交叉项  $C'(r, \varphi; f)$ ,再对上式两边同乘以  $\cos m\varphi$  并在  $[0, 2\pi]$  上求平均值,若令

$$\psi_{u_2}^m(r, f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} 4\text{Re}[U_2 V_0^{0*}] \cos m\varphi d\varphi, \quad (36)$$

类似前面的分析可知,  $\psi_{u_2}^m(r, f)$  在  $m$  为偶数时关于  $f$  偶对称;在  $m$  为奇数时关于  $f$  奇对称,而  $\psi_n^m(r, f)$  与  $\psi_{u_2}^m(r, f)$  关于  $f$  具有相反的奇偶性,因此有

$$(\psi_{u_2}^m, \psi_n^m) = 0, \quad (37)$$

所以加入该二次项对所求系数没有影响。那么在对瞳函数进行一阶近似时,只会引起三阶以上的误差,而我们的前提是相位失真较小,所以进行一阶近似能够达到一定的精度。

## 7 结论与问题

本文把扩展 Nijboer-Zernike 理论应用于显微镜的三维点扩展函数中,得出了其级数形式。该形

式相对于数值计算来说大大减少了运算量,同时由于该形式用不同的泽尼克系数来表征系统的各种失真,这不但能更直观地表示系统的特性,也为我们重建系统点扩展函数提供了可能。实验证明,应用该理论和本文提出的重建方法,在信噪比不太低的情况下,能较精确地重建系统点扩展函数,提升其信噪比。可以说,本文的方法兼有数值计算和物理测量的优点。

但该理论也有一些缺点,首先由前面的误差分析可知,在(5)式中的一阶近似会引入三阶以上的误差;还有一个缺点就是本文重建方法对离焦量  $f$  也有限制,一般要求  $|f| \leq 10\pi$ ,对于更大的  $f$ ,必须适当增大(10)式中  $l$  的取值范围,才能达到一定的精度;此外,本文方法需要预先知道点扩展函数的测量值,对实验设备要求较高。在实验条件有限的情况下,如能在只有切片图像序列的情况下,应用本文方法通过 PBD 之类的迭代运算逐渐逼近真实点扩展函数,将会降低实验成本,提高本文方法的实用性。

### 参 考 文 献

- 1 Zhao Wenqian, Rao Changhui, Geng Zexun. Myopic image deconvolution of point source based on joint estimation of object and point spread function[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(1): 52~56  
赵文倩,饶长辉,耿则勋. 基于目标和点扩展函数联合估计的点源目标图像近视解卷积[J]. *光学学报*, 2007, **27**(1): 52~56
- 2 O. Haerberlé. Focusing of light through a stratified medium; a practical approach for computing fluorescence microscope point spread functions. Part I: Conventional microscopy [J]. *Opt. Commun.*, 2003, **216**(1): 55~63
- 3 Tao Qingchuan. *A Study of Computational Optical Section Microscopy*[D]. Chengdu: Sichuan University, 2005. 23~43  
陶青川. 计算光学切片显微成像技术研究[D]. 成都: 四川大学, 2005. 23~43
- 4 A. J. E. M. Janssen. Extended Nijboer-Zernike approach for the computation of optical point-spread functions[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(5): 849~857
- 5 J. J. M. Braat, P. Dirksen, A. J. E. M. Janssen. Assessment of an extended Nijboer-Zernike approach for the computation of optical point-spread functions[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(5): 858~870
- 6 Canterakis N. 3D Zernike moments and Zernike affine invariants for 3D image analysis and recognition[J]. *Proc. of the 11th Scandinavian Conf. on Image Analysis*, 1999. 85~93
- 7 Liu Jianfeng, Long Funian, Zhang Wei. Frequency domain analysis of surface figure fitting based on Zernike polynomials[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(8): 1062~1066  
刘剑峰,龙夫年,张 伟. 基于泽尼克多项式进行面形误差拟合的频域分析[J]. *光学学报*, 2005, **25**(8): 1062~1066
- 8 Xue Lixia, Rao Xuejun, Wang Cheng. Higher-order aberrations correction and vision analysis system for human eye[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(5): 893~897  
薛丽霞,饶学军,王 成. 人眼高阶像差校正和视觉分析系统[J]. *光学学报*, 2007, **27**(5): 893~897
- 9 V. N. Mahajan. Zernike circle polynomials and optical aberrations of systems with circular pupils[J]. *Supplement to Applied Optics*, 1994, **33**(24): 8121~8124
- 10 Hou Xi, Wu Fan, Yang Li. Effect of central obscuration interferograms fitted with Zernike circle polynomials on calculating seidel aberrations[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(1): 54~60  
侯 溪,伍 凡,杨 力. 中心遮拦干涉图的圆泽尼克拟合对计算赛德尔像差的影响分析[J]. *光学学报*, 2006, **26**(1): 54~60
- 11 Born M, Wolf E. *Principles of Optics* [M]. 5th ed., Yang Jiasun transl., Beijing: Science Press, 1978. 610~633  
玻 恩,沃耳夫. *光学原理*[M]. 第5版,杨葭孙译,北京:科学出版社,1978. 610~633
- 12 Fang Lihua, Wang Zhaoqi, Wang Wei. Influence of wavefront aberration of single Zernike modes on optical quality of human eyes[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(11): 1721~1726  
方利华,王肇圻,王 伟. 泽尼克各项像差对人眼光学质量的影响[J]. *光学学报*, 2006, **26**(11): 1721~1726
- 13 Luis Alberto Carvalho. Accuracy of Zernike polynomials in characterizing optical aberrations and the corneal surface of the eye[J]. *Investigative Ophthalmology and Visual Science*, 2005, **46**(6): 1915~1926