

文章编号: 0253-2239(2009)01-0120-06

入射角对双层衍射光学元件衍射效率的影响

裴雪丹 崔庆丰 冷家开

(长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022)

摘要 基于单层衍射二元光学元件的相位延迟表达式,将双层衍射光学元件的衍射面用二元光学元件的台阶表面近似模拟,推导出光束斜入射时双层衍射光学元件的衍射面产生的相位延迟,揭示出含有斜入射角度的双层衍射光学元件衍射效率表达式。实例分析结果表明,双层衍射光学元件衍射效率仅在一定角度范围内对入射角的变化不敏感,当入射角度持续增大时,衍射效率随入射角的增加快速下降。当入射角从 0° 增大到 4.5° 时,衍射效率几乎没有下降;当入射角从 4.5° 增大到 6.7° 时,衍射效率开始缓慢下降到 95%;当入射角从 6.7° 增大到 9.5° 时,衍射效率明显下降到 80%;当入射角从 9.5° 增大到 18° 时,衍射效率快速下降到 0。

关键词 衍射光学; 双层衍射光学元件; 衍射效率; 入射角度

中图分类号 O436; TH74 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092901.0120

Effect of Incident Angle on Diffraction Efficiency of a Two-Layer Diffractive Optical Element

Pei Xuedan Cui Qingfeng Leng Jiakai

(College of Opto-Electronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China)

Abstract Diffractive surface of a two-layer diffractive optical element (DOE) is simulated approximately by step surface of binary optical element, and phase shift of a two-layer DOE for light of oblique incidence is deduced from phase shift of a single-layer binary optical element. The expression of diffraction efficiency of the two-layer DOE is presented. Simulation shows that the diffraction efficiency of a two-layer DOE changes slightly when the incident angle is small, but it decreases greatly when incident angle increases. Diffraction efficiency changes little when the incident angle increases to 4.5° , decreases slowly to 95% when the incident angle increases 6.7° , decreases to 80% when the incident angle change increases to 9.5° , and decreases rapidly to zero when the incident angle increases to 18° .

Key words diffractive optics; two-layer diffractive optical element; diffraction efficiency; incident angle

1 引言

单层衍射光学元件的衍射效率随着成像光谱宽度的增加而大幅下降,而近年来提出的双层衍射光学元件则可以在较宽的成像光谱范围内具有很高的衍射效率^[1~5],且有关研究结果已经成功地应用于成像光学系统^[6~9]。对双层衍射光学元件衍射效率的分析都是基于光束正入射条件下所作的分析,而对于光束斜入射情况的研究仅见于对单层衍射光学元件衍射效率的讨论^[10]。因此,有必要对双层衍射

光学元件衍射效率随入射角的变化关系作深入讨论,以保证光学系统设计时的准确性。

本文基于单层衍射二元光学元件的相位延迟表达式,将双层衍射光学元件的衍射面用二元光学元件的台阶表面近似模拟,推导出双层衍射光学元件在光束斜入射时的相位延迟表达式,进而揭示了含有斜入射角度的双层衍射光学元件衍射效率表达式,该变化规律是双层衍射光学元件的设计应用基础。

收稿日期: 2008-02-21; 收到修改稿日期: 2008-04-29

基金项目: 国防科工委“十一五”基础科研项目(B1020060365)和国家自然科学基金(60878030)资助课题。

作者简介: 裴雪丹(1979—),女,博士研究生,主要从事衍射光学、光学设计等方面的研究。

E-mail: peixuedan_2001@163.com

导师简介: 崔庆丰(1954—),男,教授,博士生导师,主要从事衍射光学、光学设计等方面的研究。

Email: cuiqf@yahoo.com.cn

2 入射角对单层衍射光学元件衍射效率的影响

2.1 光束斜入射时单层衍射光学元件的衍射效率表达式

通常把衍射光学元件 m 级次的衍射效率定义为 m 级衍射光的能量 E_m 与入射到衍射光学元件上的总能量 E_0 之比,即

$$\eta_m = \frac{E_m}{E_0}. \quad (1)$$

为了便于计算,在以下衍射效率的讨论中,忽略光栅表面的反射损失,看作是完全透射的光束。衍射二元光学元件衍射效率的基本公式^[11]为

$$\eta_m^N = \left\{ \frac{\sin\{\pi[m - \phi(\lambda)]\}}{\sin\{\pi[m - \phi(\lambda)]/N\}} \frac{\sin(\pi m/N)}{\pi m} \right\}^2, \quad (2)$$

式中 N 为衍射二元光学元件的相位结构级数; $\phi(\lambda)$ 为衍射二元光学元件多级结构的相位延迟, $\phi(\lambda) = N\varphi(\lambda)$, $\varphi(\lambda)$ 为相邻子周期的相位差。

斜入射的光线通过单层衍射二元光学元件相邻子周期时的情形如图 1 所示。

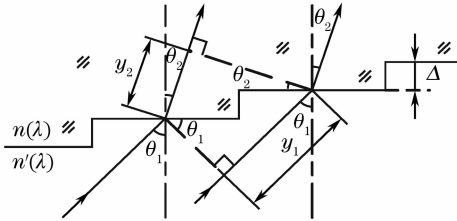


图 1 斜入射光线在单层衍射二元光学元件表面的折射
Fig. 1 Refraction of the slanted beam on the surface of a single-layer binary optical element

当以波长 λ 为单位时

$$\varphi(\lambda) = \frac{1}{\lambda} [n(\lambda)y_2 - n'(\lambda)y_1], \quad (3)$$

式中 $n(\lambda)$ 为衍射二元光学元件在波长为 λ 时的基底折射率; $n'(\lambda)$ 为波长为 λ 的光束入射到衍射二元光学元件之前时所对应的介质折射率。

经过简单的推导,可得

$$\varphi(\lambda) = \frac{\Delta}{\lambda} [\sqrt{n^2(\lambda) - n'^2(\lambda) \sin^2 \theta_1} - n'(\lambda) \cos \theta_1], \quad (4)$$

式中 θ_1 为光线入射到二元光学元件表面上所形成的入射角; Δ 为二元光学元件多级相位结构中每一级的台阶高度。

设 d 为光栅的最大高度,有 $d = N\Delta$,则

$$\phi(\lambda) = \frac{d}{\lambda} [\sqrt{n^2(\lambda) - n'^2(\lambda) \sin^2 \theta_1} - n'(\lambda) \cos \theta_1]. \quad (5)$$

当相位级数趋于无穷时,衍射结构的子结构消失,每个周期都变成一个连续的表面,此时的衍射二元光学元件变成具有连续表面面形结构的衍射光学元件。对(2)式取 $N \rightarrow \infty$ 的极限,则衍射光学元件的衍射效率表达式为

$$\eta_m = \text{sinc}^2 [m - \phi(\lambda)], \quad (6)$$

式中 $\text{sinc } x = \sin(\pi x)/(\pi x)$ 。将(5)式代入(6)式中,得到单层衍射光学元件衍射效率的一般表达式为

$$\eta_m = \text{sinc}^2 \left\{ m - \frac{d}{\lambda} [\sqrt{n^2(\lambda) - n'^2(\lambda) \sin^2 \theta_1} - n'(\lambda) \cos \theta_1] \right\}. \quad (7)$$

当光束从空气中正入射到衍射光学元件上时, $n'(\lambda) = 1, \theta_1 = 0$ 。(7)式变为

$$\eta_m = \text{sinc}^2 \left\{ m - \frac{d}{\lambda} [n(\lambda) - 1] \right\}, \quad (8)$$

即为通常使用的单层衍射光学元件的衍射效率表达式。

2.2 单层衍射光学元件衍射效率与入射角度关系的分析

选择光学塑料聚碳酸酯(Polycarbonate)作为单层衍射光学元件的材料,在设计波长 d 谱线(587.5618 nm) λ_d 处,有 $n(\lambda_d) = 1.58555$,计算对应的最大光栅高度 $d_{\max} = \lambda_d / [n(\lambda_d) - 1] = 1.00344 \mu\text{m}$,则(8)式可作出可见光范围内衍射级次分别为 $m = 0, 1, 2$ 时相应的衍射效率曲线,如图 2 所示。

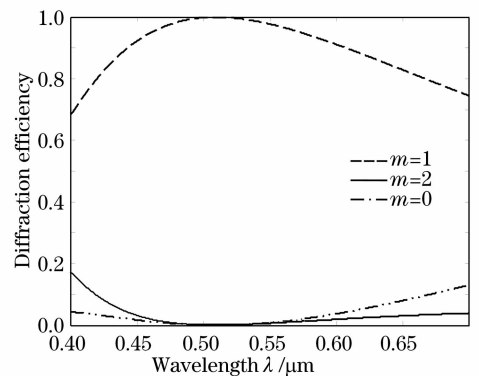


图 2 单层衍射光学元件的衍射效率
Fig. 2 Diffraction efficiency of a single-layer DOE versus wavelength

由图 2 可知,单层衍射光学元件的衍射效率只能在设计波长处达到 100%,波长偏离中心设计波长越远,衍射效率越低。设计级次以外的光成为杂散光弥散在像面上,导致元件的像面衬度下降,进而影响成像质量,因此单层衍射光学元件只能应用于成像光谱范围不太宽或对分辨率要求不太高的系统。

当光束从空气中以 θ_1 角入射到衍射光学元件上时,利用(7)式就可得到在设计波长 d 谱线(587.5618 nm)处的一级衍射效率与入射角 θ_1 的关系,如图3所示。

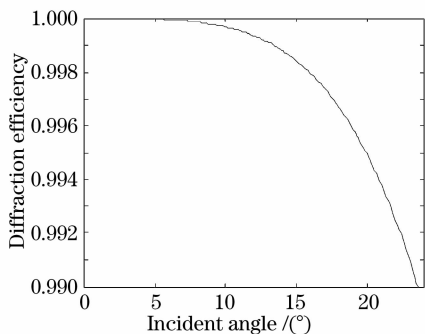


图3 单层衍射光学元件衍射效率与入射角的关系示意图

Fig. 3 Diffraction efficiency of a single-layer DOE versus incident angle

由图3可知,当入射角 θ_1 从 0° 变化到 24° 时,单层衍射光学元件的衍射效率从 100% 下降到了 99%。因此对于单层衍射光学元件,衍射效率对入射角的变化并不敏感。

3 入射角度对双层衍射光学元件衍射效率的影响

3.1 双层衍射光学元件衍射效率的一般表达式

由于存在衍射效率随成像光谱宽度的增加而下降的问题,单层衍射光学元件只能应用于成像光谱范围不太宽或对分辨率要求不太高的系统。若将单层衍射光学元件应用于宽波段、高质量的成像光学系统,必须提高衍射光学元件在整个成像波段范围内的衍射效率。通过利用两种基底材料分别构建两个不同相位高度的衍射光学元件,层叠后得到的双层衍射光学元件,则可很好地解决这个问题。

双层衍射光学元件是把两片光栅周期结构完全相同、相位高度不同的单层衍射光学元件相对同心

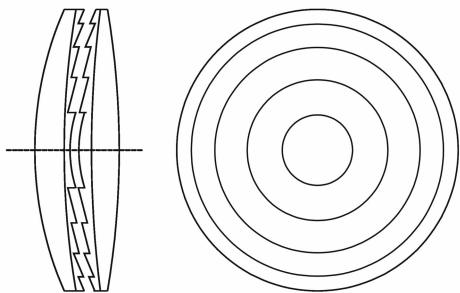


图4 双层衍射光学元件结构图

Fig. 4 Profile of a two-layer DOE

配置,两片元件之间的空气层间隔大小在微米数量级,所构成的双层衍射结构如图4所示。

将图4中双层衍射光学元件的衍射面上的每个连续表面都用二元光学元件的台阶表面进行模拟近似,则斜入射的光线通过双层衍射二元光学元件相邻子周期时的情形如图5所示。

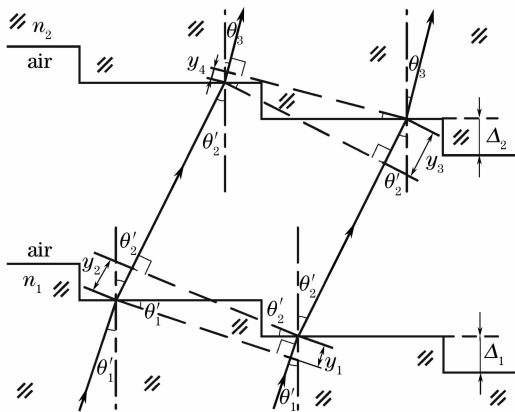


图5 斜入射光线在双层衍射二元光学元件表面的折射

Fig. 5 Refraction of the slanted beam on the surface of a two-layer binary optical element

当以波长为单位时,双层衍射二元光学元件相邻子周期的相位差可表示为

$$\varphi'(\lambda) = \frac{1}{\lambda} \{ [n_2(\lambda)y_4 - y_3] + [y_2 - n_1(\lambda)y_1] \}, \quad (9)$$

式中 $n_1(\lambda)$ 与 $n_2(\lambda)$ 分别是第一层与第二层衍射光学元件在波长为 λ 时的折射率。

经过推导,可得

$$\varphi'(\lambda) = \frac{\Delta_1}{\lambda} [\sqrt{1 - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta'_1} - n_1(\lambda) \cos \theta'_1] + \frac{\Delta_2}{\lambda} \left[\sqrt{n_2^2(\lambda) - \frac{\sin^2 \theta'_1}{n_1^2(\lambda)}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta'_1}{n_1^2(\lambda)}} \right], \quad (10)$$

式中 θ'_1 为光线入射到第一层衍射光学元件衍射面上所形成的入射角; Δ_1 和 Δ_2 分别为第一层和第二层衍射光学元件多级相位结构中每一级的高度。

设 d_1 、 d_2 分别为第一层与第二层衍射光栅的最大高度,有 $d_1 = N\Delta_1$ 、 $d_2 = N\Delta_2$,则双层衍射二元光学元件所产生的相位延迟为

$$\varphi'(\lambda) = \frac{d_1}{\lambda} [\sqrt{1 - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta'_1} - n_1(\lambda) \cos \theta'_1] + \frac{d_2}{\lambda} \left[\sqrt{n_2^2(\lambda) - \frac{\sin^2 \theta'_1}{n_1^2(\lambda)}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta'_1}{n_1^2(\lambda)}} \right]. \quad (11)$$

由于紧密贴合的两块衍射光学元件的复透射率函数等于每个衍射光学元件的透射率函数的乘积,因此双层衍射光学元件可看作是一个衍射光学元

件,其衍射效率也可用(6)式表示。将(11)式代入(6)式中,得到双层衍射光学元件衍射效率的一般表

达式为

$$\eta'_m = \text{sinc}^2 \left\{ m - \frac{d_1}{\lambda} \left[\sqrt{1 - n_1^2(\lambda) \sin^2 \theta'_1} - n_1(\lambda) \cos \theta'_1 \right] - \frac{d_2}{\lambda} \left[\sqrt{n_2^2(\lambda) - \frac{\sin^2 \theta'_1}{n_1^2(\lambda)}} - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta'_1}{n_1^2(\lambda)}} \right] \right\}. \quad (12)$$

当光束正入射到双层衍射光学元件的第一片衍射面上时, $\theta'_1 = 0$ 。此时

$$\eta'_m(\lambda) = \text{sinc}^2 \left\{ m - \frac{[n_1(\lambda) - 1]d_1 + [n_2(\lambda) - 1]d_2}{\lambda} \right\}, \quad (13)$$

(13)式即为通常使用的双层衍射光学元件的衍射效率表达式。

3.2 双层衍射光学元件衍射效率与入射角度关系的分析

本文选择光学塑料聚碳酸酯作为第一层衍射光学元件的光栅材料, $n_1(\lambda_F) = 1.59953$ 、 $n_1(\lambda_d) = 1.58555$ 、 $n_1(\lambda_C) = 1.57996$ 、 $\nu_{1d} = 29.93091$; 聚甲基丙烯酸甲酯(PMMA)作为第二层单层衍射光学元件的光栅材料, $n_2(\lambda_F) = 1.49776$ 、 $n_2(\lambda_d) = 1.49176$ 、 $n_2(\lambda_C) = 1.48920$ 、 $\nu_{2d} = 57.44079$ 。选择可见光波段中的 d 谱线(587.5618 nm)作为中心设计波长,调整此波长处对应的光栅高度,得到优化后的光栅高度为 $d_1 = 14.04821 \mu\text{m}$ 、 $d_2 = 17.92237 \mu\text{m}$ 。应用(13)式可得 $\theta_1 = 0$ 时可见光波段中的 g 谱线(435.8343 nm)到 C 谱线(656.2725 nm)之间波段上的衍射效率曲线,如图 6 所示。

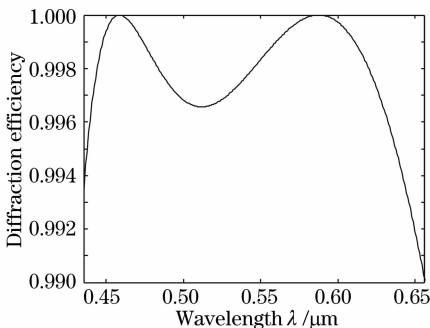


图 6 $\theta'_1 = 0$ 时双层衍射光学元件的衍射效率与波长的关系
Fig. 6 Diffraction efficiency of a two-layer DOE versus wavelength when $\theta'_1 = 0$

由图 6 可知,双层衍射光学元件在从 g 谱线(435.8343 nm)到 C 谱线(656.2725 nm)的可见光范围内的衍射效率均达 99% 以上,将其应用在高质量成像光学系统中是没有问题的。

由(12)式显见,当入射角 $\theta'_1 \neq 0$ 时,入射角对衍射效率有重要影响。取设计波长为 d 谱线(587.5618 nm),利用(12)式可得到衍射效率与入射角的关系曲线,如图 7 所示。在几个特征入射角

下的双层衍射光学元件衍射效率如表 1 所示。

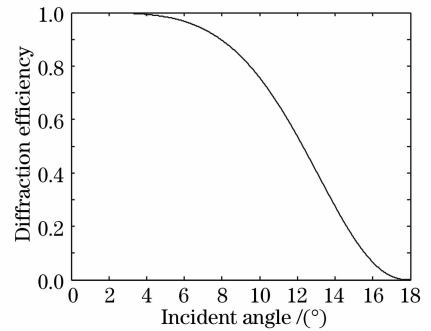


图 7 双层衍射光学元件衍射效率与入射角度的关系
Fig. 7 Diffraction efficiency of a two-layer DOE versus incident angle

表 1 双层衍射光学元件衍射效率与相应的入射角
Table 1 Diffraction efficiency of a two-layer DOE and homologous incident angle

Incident angle / (°)	Diffraction efficiency / %
0	100
4.5	99
5.3	98
6.7	95
7.9	90
9.5	80
12.3	50
15.6	10
18.0	0

由表 1 可见,当入射角从 0° 增大到 4.5° 时,衍射效率由 100% 下降到了 99%,衍射效率对入射角的变化并不敏感;当入射角从 4.5° 增大到 6.7° 时,衍射效率开始缓慢下降到 95%,需考虑入射角对衍射效率的影响,进而评估衍射效率对整个光学系统成像质量的影响;当入射角从 6.7° 增大到 7.9° 时,衍射效率下降到 90%,仍可应用于成像质量要求较高的光学系统中;当入射角从 7.9° 增大到 9.5° 时,衍射效率明显下降到 80%,应充分考虑双层衍射光学元件衍射效率对整个光学系统成像质量的影响,以作出准确的选择;当入射角从 9.5° 增大到 18° 时,衍

射效率快速下降到 0,对整个光学系统的成像质量造成严重的负面影响。分析结果表明,双层衍射光学元件衍射效率仅在一个较小的角度范围内对入射角的变化不敏感,当入射角度增大以后,衍射效率将随入射角的变化快速下降。

3.3 双层衍射光学元件应用的局限性

关于衍射光学元件衍射效率对光学传递函数的影响,Dale A. Buralli 等^[12]做过比较详细的讨论。由此可得出含有衍射光学元件的成像光学系统的实际传递函数 $OTF(f_x, f_y)$ 与衍射光学元件的衍射效率 η_{mt} 之间的关系:

$$OTF(f_x, f_y) \cong \eta_{mt} OTF_T(f_x, f_y), \quad (14)$$

式中 $F_T(f_x, f_y)$ 光学系统的理论传递函数。

当衍射光学元件的衍射结构的最小周期宽度为入射光波长的数十倍、以至更大时,应用标量衍射理论是准确的,折衍射混合成像光学系统中的衍射光学元件一般都属于这种情况,认为光瞳面上各点处的衍射效率均匀分布,且都为 1,此时光瞳面上各点处的衍射效率与该点所处的位置无关,只与入射波长有关,即 $\eta_{mt} = \bar{\eta}(\lambda)$, $\bar{\eta}(\lambda)$ 为带宽积分平均衍射效率,且

$$\bar{\eta}(\lambda) = \frac{1}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} \eta_m(\lambda) d\lambda. \quad (15)$$

将(13)式代入(15)式,得到光束正入射时双层衍射光学元件在 g 谱线到 C 谱线范围内的带宽积分平均衍射效率为 99.7%。

由(14)式可知,实际光学系统的调制传递函数(MTF)值可近似表示为带宽积分平均衍射效率 $\bar{\eta}(\lambda)$ 与理论 MTF 值的乘积,

$$F(f_x, f_y) = \bar{\eta}(\lambda) OTF_T(f_x, f_y). \quad (16)$$

由于 $\bar{\eta}(\lambda) = 99.7\%$,因此双层衍射光学元件的衍射效率对系统理论 MTF 的影响很小,甚至可忽略。但当 $\bar{\eta}(\lambda)$ 较低时,系统的理论 MTF 会随着 $\bar{\eta}(\lambda)$ 的降低快速下降,以至于系统无法应用于实际成像中。

图 8 为不同入射角时相应的双层衍射光学元件衍射效率图,可知,当入射角小于 4.5° 时,双层衍射光学元件可应用于宽波段、高质量的成像光学系统;当入射角在 $4.5^\circ \sim 7.9^\circ$ 时,衍射效率下降,进而影响系统的成像质量;当入射角在 $6.7^\circ \sim 9.5^\circ$ 时,衍射效率相当于单层衍射光学元件的衍射效率,但仍可应用于大部分光学系统中。当入射角从 9.5° 增大到 18° 时,衍射效率快速下降到 0,不适用于多数光学

系统。因此,双层衍射光学元件不适用于衍射表面的入射角大于 18° 时的光学系统中。

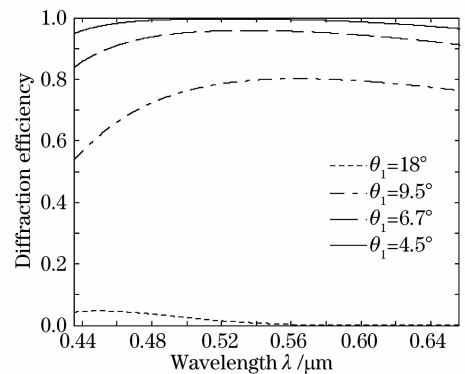


图 8 入射角 θ_1 不同时双层衍射光学元件的衍射效率
Fig. 8 Diffraction efficiency of a two-layer DOE at different incident angles

4 结 论

将双层衍射光学元件的每个衍射面都用二元光学元件的台阶表面近似模拟,推导出双层衍射光学元件在光束斜入射时的相位延迟表达式,进而揭示了含有斜入射角度的双层衍射光学元件衍射效率表达式。选取光栅高度为 $14.04821 \mu\text{m}$ 的光学塑料聚碳酸酯和光栅高度为 $17.92237 \mu\text{m}$ 的光学塑料聚甲基丙烯酸甲酯组成的双层衍射光学元件作为研究对象,分析了入射角对元件衍射效率的影响。计算结果表明,双层衍射光学元件衍射效率仅在一定角度范围内对入射角的变化不敏感,当入射角持续增大时,衍射效率将随入射角的变化快速下降。对于其他材料的组合,尽管具体的数值计算结果稍有不同,但不会改变其总体的变化规律。当入射角大于一定数值后,由于双层衍射光学元件衍射效率的快速下降,使实际光学系统调制传递函数值受到严重影响,因此只适用于在双层衍射光学元件衍射表面的入射角不大的光学系统。

参 考 文 献

- 1 Hong Hua, Yonggang Ha, Jannick P. Rplland. Design of an ultralight and compact projection lens[J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(1): 97~107
- 2 Zeng Jiyong, Jin Guofan, Wang Minqiang *et al.*. PWC primary aberration expression of thin lens system including diffractive optical element[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(1): 96~100
曾吉勇, 金国藩, 王民强 等. 含衍射光学元件的薄透镜系统初级像差的 PWC 表示[J]. *光学学报*, 2006, **26**(1): 96~100
- 3 Liu Bohan, Wu Liying, Zhang Jian. Fast phases retrieval for diffraction optical devices optimal design[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 219~224

- 刘伯哈, 吴丽莹, 张健. 一种用于衍射光元件优化设计的快速算法的研究[J]. 光学学报, 2007, **27**(2): 219~224
- 4 Zheng Zhimin, Ding Tianhuai, Zhang Jianfu. Characteristics of aperture-array diffraction and its application[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(2): 294~299
- 郑志敏, 丁天怀, 张建福. 小孔阵列衍射特性与应用[J]. 光学学报, 2006, **26**(2): 294~299
- 5 Yan Aimin, Liu Dean, Zhou Yu *et al.*. Influences of geometry parameter on the bragg diffraction by volume gratings of a pulsed gaussian beam[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(11): 1517~1521
- 闫爱民, 刘德安, 周煜等. 结构参量对脉冲高斯光束布拉格衍射特性的影响[J]. 中国激光, 2006, **33**(11): 1517~1521
- 6 Bai Jian, Ma Tao, Shen Yibing *et al.*. Characteristic analysis of two-layer diffractive elements [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, **35**(suppl.): 44~47
- 白剑, 马韬, 沈亦兵等. 双层衍射光学元件的特性分析[J]. 红外与激光工程, 2006, **35**(增刊): 44~47
- 7 Ma Tao, Shen Yibing, Yang Guoguang. Improving diffraction efficiency of DOE in wide waveband application by multilayer micro-structure [C]. *The 2006 National Photoelectricity Technology Conference*, Chengdu: Chinese Society of Astronautics, 2006. 233~239
- 马韬, 沈亦兵, 杨国光. 利用多层表面微结构提高 DOE 宽波段衍射效率[C]. 2006 年全国光电技术学术交流会议论文集: F 集, 成都: 中国宇航学会, 2006. 233~239
- 8 Andrew Wood, Mane-Si Laure Lee, Simone Cassette. Infrared hybrid optics with high broadband efficiency[C]. *Proc of SPIE*, 2005, **5874**: 58740G-1~12
- 9 Takehiko Nakai, Hideki Ogawa. Study of multi-layer diffractive optical elements and method of application to optical lens system [J]. *J. Society of Photographic Science and Technology of Japan*, 2002, **65**(3): 180~185
- 10 Cui Qingfeng. *Research on Hybrid Diffractive-Refractive Optical System* [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS, 1996
- 崔庆丰. 折衍射混合光学系统的研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械研究所, 1996
- 11 G. J. Swanson. *Binary Optics Technology; Theoretical Limits of the Diffraction Efficiency of Multilevel Diffractive Optical Elements* [M]. MIT Lincoln Laboratory technical Report, 1991
- 12 Dale A. Burali, G. Michael Morris. Effects of diffraction efficiency on the modulation transfer function of diffractive lenses [J]. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(22): 4389~4396