

基于畸变相位波前分形特征产生矩形湍流相屏

吴晗玲¹ 严海星¹ 李新阳² 李树山¹

(¹ 中国科学院力学研究所, 北京 100190; ² 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209)

摘要 在包含时间进程的光波大气传输及其自适应光学相位校正的数值模拟研究中, 如长曝光成像和自适应光学系统的动态控制过程, 矩形湍流相屏的产生和应用尤为重要。而现在通常使用的功率谱反演法产生的是正方形的湍流相屏, 只采用其中的矩形部分显然造成计算机资源的浪费; 并且谱反演法产生的湍流相屏需要进行低频补偿, 从而明显地增加计算量。基于大气湍流所造成的畸变相位波前的分形特征, 提出了一种产生矩形湍流相屏的新方法, 并与解析理论结果进行对比, 验证了这种矩形相屏产生方法的正确性。与已有的方法相比, 此算法具有两个明显的优点: 算法简单、计算效率高, 节省计算机资源; 与大气湍流介质统计特性无论在高频部分还是在低频部分均符合得较好。

关键词 大气光学; 湍流相位屏; 分形插值; 大气湍流; 数值模拟

中图分类号 O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092901.0114

Generation of Rectangular Turbulence Phase Screens Based on Fractal Characteristics of Distorted Wavefront

Wu Hanling¹ Yan Haixing¹ Li Xinyang² Li Shushan¹

(¹ *Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*
² *Institute of Optoelectronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China*)

Abstract In numerical simulation of light propagation through the atmosphere with the phase compensation by an adaptive optical system including temporal evolution, such as very long exposure imaging and simulation of the dynamic control process in an adaptive optical system, the generation and application of rectangular turbulence phase screens are critical. But the widely-used spectral approach can only generate square phase screen, and wastes the computational resource because only a rectangular portion of the square phase screen is practically utilized. Furthermore, the spectral phase screen needs low-frequency modification, so that needs more computation. Based on the fractal characteristics of turbulence-distorted wavefront, a new algorithm for generating rectangular turbulent phase screen is proposed. The phase structure function of generated phase screens agrees well with the theoretical one. Compared with existing approaches, the present algorithm shows obvious advantages: simplicity, high efficiency and less computation resource. The generated phase screen agrees with theoretical results from turbulent statistical characteristics, in the low- and high-frequency region.

Key words atmospheric optics; turbulent phase screen; fractal interpolation; atmospheric turbulence; numerical simulation

1 引言

光波在大气湍流介质中的传输和成像, 是与天文观测、无线激光通信、航空测绘和军事等应用领域

有密切联系的重要课题^[1]。相对于解析理论分析和实验研究的复杂性和局限性来说, 光波大气湍流效应及其自适应光学相位校正技术的数值模拟研究凭

收稿日期: 2008-05-09; **收到修改稿日期**: 2008-06-19

作者简介: 吴晗玲(1979—), 男, 博士研究生, 主要从事激光大气传输及自适应光学相位校正技术的数值模拟等方面的研究。E-mail: wuhanling@imech.ac.cn

导师简介: 严海星(1942—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事激光大气传输及自适应光学相位校正技术的数值模拟等方面的研究。E-mail: hxyan@imech.ac.cn

借其独特的优越性(主要包括参数的可控性和统计的可实现性)而成为研究光波大气传输特性的重要手段,也是对激光工程应用进行定量评介的重要环节^[2~5]。如何将大气湍流介质中折射率的随机变化恰当地体现在光波相位波前上是数值模拟研究的关键。为此目的通常采用多相位屏法。其基本思想是^[4,6]:将光波穿过的大气湍流介质分成若干段(这些段的长度可以互不相等),认为每段介质都彼此独立地对光波波前相位产生随机的扰动,把产生这种扰动的介质压缩到一个二维薄屏(相位屏)上,使光波的传输路径看起来由真空和散布其间的若干相位屏构成。于是构造合适的湍流相位屏,以正确地反映湍流大气统计特性就成为光波大气传输数值模拟研究的一个核心问题。

目前已有多种方法用来产生符合大气湍流统计特性的随机相位屏,主要可以分为功率谱反演法和 Zernike 多项式法,但它们都存在着严重的不足^[7]。谱反演法产生的相位屏缺少较多的低频成份,虽然可以通过各种方法来增加相位屏的低频成份,但会带来相当大的计算量;而 Zernike 多项式法则存在明显的高频成份不足,这种不足虽然可以通过增加多项式的项数来加以改善,但也随之带来了计算量的大幅增加。针对这些不足, Lane 等^[8]根据湍流畸变波前的分形特征,首先使用随机中点偏移法来产生湍流相位屏,这种方法计算效率高,产生的相位屏的低频和高频成份都很明显,并与理论结果得到了较好的吻合。Schwartz 等^[9]则确认穿过湍流大气的光波波前是由分形布朗运动产生的布朗曲面,进而用继承随机增加法得到了符合 Kolmogorov 谱的光波波前。基于分形理论产生湍流相位屏的方法由于其使用方便、计算效率高在光波大气湍流效应及其自适应光学相位校正的数值模拟研究中得到了越来越广泛的应用^[10~12]。

以上文献论述的一般都是如何产生正方形相位屏的方法,这在研究静态的湍流效应及其自适应光学相位校正中是足够了。但在对包含时间进程的实际的光波大气湍流效应及自适应光学相位校正的数值模拟研究中,必须包括自适应光学系统的动态控制过程^[13]。在对一定时间间隔内光波在湍流介质中的传输及自适应光学相位校正的动态控制过程进行仿真计算时,由于横向自然风的作用、光源和/或靶目标的运动,根据“湍流冻结假设”,湍流相位屏的时间差异可以转化为空间差异,所以相位屏必须相应地作长距离的横向移动,以便对穿过湍流相位屏

的不同空间部分的光波进行采样,从而包含由时间引起的湍流变化效应。这就要求必须采用矩形相位屏,而非正方形相位屏,产生至少在一个方向上非常长(可能为实际上无限长)的湍流相位屏。于是,在满足计算精度的条件下,从节省计算机资源和提高计算效率的角度考虑,矩形相位屏比正方形相位屏更为适用于这种包含动态控制过程的数值模拟研究,尤其是在进行大规模的工程数值计算时。另外,国外在对于特大口径的自适应光学天文望远镜的数值仿真计算中也遇到了类似的使用实际上无限长的湍流相位屏的要求^[14]。如何有效地产生能反映大气湍流统计特性的矩形相位屏是实际应用中迫切需要解决的问题之一;同时,要求计算量和计算机的存储能力必须是实际使用的计算机系统可以承受的。

本文针对实际应用研究中对矩形相位屏的需求,基于畸变相位波前的分形特征,提出一种算法简单、计算效率高且与大气湍流时空统计特性符合较好的矩形湍流相位屏产生方法,并与解析理论结果进行对比,验证了这种矩形湍流相位屏产生方法的正确性。

2 大气湍流造成的畸变相位波前的分形特征

大气湍流会使在其中传播的光波波前发生畸变,由 Kolmogorov 湍流理论可知,通过湍流大气的光波波前是一个均匀、各向同性的随机高斯过程^[15],该过程可由惯性区内幂律型的结构函数来描述,波前相位的空间结构函数和时间结构函数分别为

$$D_{\varphi}(r) = E\langle[\varphi(R+r) - \varphi(R)]^2\rangle = 6.88(r/r_0)^{5/3}, \quad (1)$$

$$D_{\tau,\varphi}(\tau) = E\langle[\varphi(t+\tau) - \varphi(t)]^2\rangle = 6.88(\tau/t_0)^{5/3}, \quad (2)$$

式中 $E\langle\cdot\rangle$ 表示系综平均, r_0 、 t_0 为大气相干长度和相干时间, $r_0 = \left[0.423k^2 \int_0^L C_n^2(z) dz\right]^{-3/5}$, 它是反映

大气湍流强度的一个特征尺度,波数 $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波波长, C_n^2 为大气折射率结构常数,通常是位置、时间和高度的函数, L 表示湍流层的厚度, r_0 与 t_0 的关系是: $t_0 = r_0/v$, v 为风速。在惯性区,波前相位的功率谱与空间频率 κ 的关系是

$$P_{\varphi}(\kappa) \propto \kappa^{-11/3}. \quad (3)$$

分形布朗运动是一种随机分形,它能有效地表达自然界中许多非线性现象。二维分形布朗运动的结构

函数^[16]是

$$E\langle(p_x - p_y)^2\rangle = cr^{2H}, \quad (4)$$

式中 c 为标度常数, $r = |p_x - p_y|$ 为两点之间的距离, 该式表明分形布朗运动增量的方差取决于两点之间的距离。其功率谱是

$$P_B(\kappa) \propto \kappa^{-(2H+E)}, \quad (5)$$

式中 E 为曲面的标准拓扑维, 对于一个平面来说, $E = 2$, H 称为 Hurst 参数, 在直观上表征图形的粗糙度, 取值范围是: $0 < H < 1$ 。则分形布朗运动构造表面的分形维数是: $F = E + 1 - H$ 。

比较上面两者的结构函数(1)式、(4)式和功率谱(3)式、(5)式, 可以看到, 在惯性区域内的湍流畸变波前是一个 Hurst 参数 $H = 5/6$ 、分形维数 $F = 13/6$ 的分形布朗运动^[10]。于是模拟湍流相位屏的问题就转化为对特定的($H = 5/6$ 、 $F = 13/6$)二维分形布朗运动的模拟问题。

3 基于分形理论的矩形相位屏产生方法

从上可知, 利用分形理论产生湍流相位屏的基点是分形布朗运动与湍流畸变波前具有同样的功率谱形式和结构函数形式, 在惯性区域内可以认为湍流畸变波前是一个 Hurst 参数 $H = 5/6$ 、分形维数 $F = 13/6$ 的分形布朗运动, 这样可以将大气湍流相位屏的模拟问题转化为分形布朗运动中的分形布朗曲面的模拟问题, 下面介绍产生矩形相位屏的具体做法。

3.1 产生具有一定相关性的四个初始角点

由于在实际数值模拟过程中, 相位屏两个方向上的采样格点间距通常相等, 所以矩形相位屏的长度一般取其宽度的 2^N 倍, N 为整数。设所要产生的矩形相位屏的尺寸大小为 $L_1 \times L_2$ ($L_1 = 2^N L_2$), 由于其长宽不等且四个角点必须满足大气湍流的统计特性, 故按照下式产生矩形相位屏四个角点的值:

$$\begin{cases} A_1 = R_1^a + R^b + R^c, \\ A_2 = R_2^a + R^b - R^c, \\ A_3 = R_3^a - R^b - R^c, \\ A_4 = R_4^a - R^b + R^c, \end{cases} \quad (6)$$

式中 A_1, A_2, A_3, A_4 是矩形的四个角点, 同时也表示这四个点的值(下同); $R_1^a, R_2^a, R_3^a, R_4^a$ 是均值为零、方差为 σ_a^2 的高斯随机变量; 而 R^b, R^c 是均值为零、方差分别为 σ_b^2 和 σ_c^2 的高斯随机变量。根据结构函数(1)式的定义, 有下面三式成立:

$$\begin{cases} E\langle(A_1 - A_2)^2\rangle = 2\sigma_a^2 + 4\sigma_c^2 = D_{L_1}, \\ E\langle(A_1 - A_3)^2\rangle = 2\sigma_a^2 + 4\sigma_b^2 + 4\sigma_c^2 = D_L, \\ E\langle(A_1 - A_4)^2\rangle = 2\sigma_a^2 + 4\sigma_b^2 = D_{L_2} \end{cases} \quad (7)$$

式中 $D_{L_1} = 6.88(L_1/r_0)^{5/3}$, $D_{L_2} = 6.88(L_2/r_0)^{5/3}$, $D_L = 6.88(L/r_0)^{5/3}$, $L = \sqrt{L_1^2 + L_2^2}$, 求解(7)式可得

$$\begin{cases} \sigma_a^2 = (D_{L_1} + D_{L_2} - D_L)/2, \\ \sigma_b^2 = (D_L - D_{L_1})/4, \\ \sigma_c^2 = (D_L - D_{L_2})/4, \end{cases} \quad (8)$$

这样求出 σ_a^2, σ_b^2 和 σ_c^2 的值后, 再根据(6)式就可以产生满足一定相关性的四个初始角点, 如图 1(a)所示。

在矩形相位屏四个初始角点产生后, 需要对其进行细分加密, 以使该矩形相位屏达到所要求的采样点数。可以利用随机中点偏移法^[8,16]来达到这个目的。

3.2 将矩形分割成若干个小正方形

为了使相位屏在两个方向上的采样格点间距相等, 首先需要将矩形相位屏分割成 2^N 个正方形(正方形的边长是矩形的宽度), 如将边 A_1A_2 进行等分, 其中点为 P_1 :

$$P_1 = \frac{1}{2}[A_1 + A_2] + \gamma_1, \quad (9)$$

即边上中点的值为其两端点的平均值与一随机变量之和, 随机变量 γ_1 是均值为零、方差为 $\sigma_{\gamma_1}^2$ 的高斯随机变量, 其方差可由式 $E\langle(P_1 - A_1)^2\rangle = D_{\gamma_1}$ 求得

$$\sigma_{\gamma_1}^2 = D_{\gamma_1} - \frac{1}{4}D_{L_1}, \quad (10)$$

式中 $D_{\gamma_1} = 6.88(L_1/2r_0)^{5/3}$ 。这样可以将 A_1A_2 一分为二: A_1P_1, P_1A_2 , 按照上述的方法继续对 A_1P_1, P_1A_2 进行等分, 直至最后的相邻两点之间的距离为 L_2 ; 同样, 可以对 A_3A_4 进行类似操作。最终, 可将矩形相位屏分割成 2^N 个小正方形(其边长为矩形的宽度 L_2)。如图 1(b)所示, 其中正方形 $P_1P_2P_3P_4$ 和 $P_1P_4P_5P_6$ 是矩形中间的两个正方形, 在它们以外的正方形未画出, 以虚线代替。

3.3 对每个小正方形进行细分加密

在矩形被分割成 2^N 个正方形后, 按照下面步骤对每个正方形进行细分加密, 以使相位屏达到所需要的采样点数。这里以正方形 $P_1P_2P_3P_4$ 为例:

1) 按下式求正方形中心点 P_0 的值:

$$P_0 = \frac{1}{4}[P_1 + P_2 + P_3 + P_4] + \epsilon_0, \quad (11)$$

即中心点的值是周围四个角点的平均值与一随机变量之和, 上式右边第一项是通过双线性插值所得的

值。参见图 1(c)。随机变量 ϵ_0 是均值为零、方差为 $\sigma_{\epsilon_0}^2$ 的高斯随机变量,其方差由下式确定:

$$E\langle(P_0 - P_1)^2\rangle = D_1.$$

由上式可求得

$$\sigma_{\epsilon_0}^2 = D_1 - \frac{1}{4}D_{L_2} - \frac{1}{8}D_{\sqrt{x}}, \quad (12)$$

其中 $D_1 = 6.88\left(\frac{L_2}{\sqrt{2}r_0}\right)^{5/3}$, $D_{\sqrt{x}} = 6.88\left(\frac{\sqrt{2}L_2}{r_0}\right)^{5/3}$ 。

2) 按下式求正方形边上的中点 P_{12} 的值:

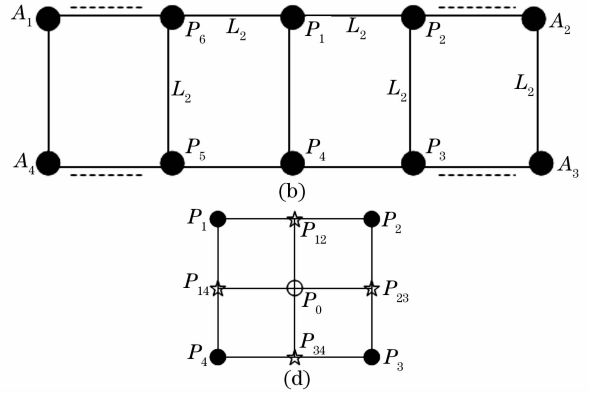
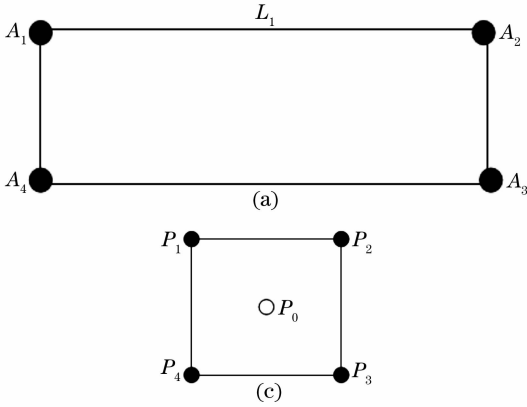


图 1 产生矩形相位屏的基本过程。(a) 产生矩形相位屏的四个角点,(b) 将矩形相位屏分割成若干个正方形,(c) 产生正方形相位屏的中心点,(d) 产生正方形相位屏四条边上的中点

Fig. 1 Process of generating a rectangular phase screen. (a) Initializing four correlated corners, (b) dividing a rectangular phase screen into large amount of squares, (c) interpolating the center of a square, (d) interpolating the midpoints of square sides

这样,通过以上两步可以将一个正方形分成四个小正方形,每个小正方形的边长是原正方形边长的一半。随后,再对每个小正方形进行上述步骤 1) 和 2) 的迭代操作直到该矩形相位屏达到所要求的采样点数为止。

根据实际数值模拟中的要求,这种产生矩形相位屏的方法可以通过设置 L_1 和 L_2 获得不同的长宽比,产生数值模拟中所需要的相位屏尺寸,从而可以有效地利用计算机资源。

4 数值模拟结果及分析

我们根据第 3 节中所介绍的方法产生了矩形相位屏,并将计算结果与解析理论结果作比较,利用所产生矩形相位屏的空间和时间统计特性来检验这种

$$P_{12} = \frac{1}{2}[P_1 + P_2] + \eta_{12}, \quad (13)$$

即边上中点的值为其两端点的平均值与一随机变量之和,随机变量 η_{12} 是均值为零、方差为 $\sigma_{\eta_{12}}^2$ 的高斯随机变量,其方差可由式 $E\langle(P_{12} - P_1)^2\rangle = D_{\eta_{12}}$ 求得

$$\sigma_{\eta_{12}}^2 = D_{\eta_{12}} - \frac{1}{4}D_{L_2}, \quad (14)$$

式中 $D_{\eta_{12}} = 6.88(L_2/2r_0)^{5/3}$,类似可求得其余三条边上的中点 P_{23} 、 P_{34} 、 P_{14} 的值,如图 1(d)所示。

方法的可靠性。

产生相位屏的基本参数为:波长为 1.55×10^{-6} m,相位屏采样点间隔为 0.01 m,相位屏所代表的湍流层厚度为 200 m,进行 10000 次实现以获得统计平均的结果。图 2 是矩形相位屏(4096×64 格点)的某次实现结果,可以看到,模拟产生的矩形相位屏的高频成份和低频成份都很丰富。

大气湍流相位的统计特性可以用空间和时间相位结构函数来描述,因此可以将相位结构函数作为验证模拟的相位屏正确与否的一种判断标准。大气湍流 Kolmogorov 谱的空间和时间相位结构函数分别由(1)式和(2)式给出。我们将相位结构函数的数值模拟结果与理论结果作了对比。

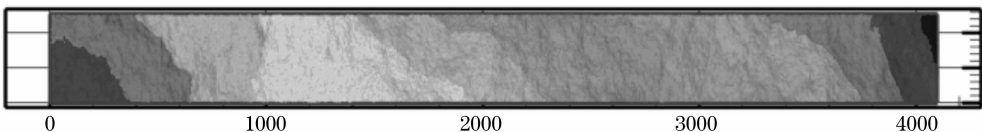


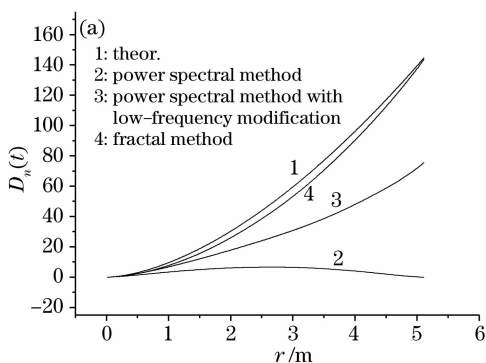
图 2 矩形湍流相位屏的某次实现结果

Fig. 2 One experimental result for a rectangular turbulent phase screen

4.1 相位屏的空间统计特性

相位屏采样点数为 512×64 格点, 即长宽比为 8。在此参数条件下, 空间相位结构函数的理论值与计算值如图 3(a) 所示, 图中最上面两条曲线分别是相位结构函数的理论值和计算值。可以看到, 数值模拟产生的相位屏空间结构函数与理论值符合得相当好, 特别是在所关注的高频和低频区域。

为了与已有的相位屏产生方法作比较, 还对采用功率谱反演法(不包括低频补偿)、考虑低频补偿的功率谱反演法和基于分形理论产生相位屏的三种



方法的结果进行了比较, 如图 3(a) 所示。用以进行统计平均的矩形相位屏采样点是 512×64 , 其中, 基于功率谱反演法产生的相位屏是一个 512×512 格点数的正方形相位屏, 选取其中的一部分 512×64 格点区域用以计算其相位结构函数, 对这样产生的长相位屏条进行多次实现, 求其统计平均值, 与相位结构函数的解析理论结果进行比较。从图中可以看出, 即使进行了一定程度的低频补偿, 功率谱反演法所得到的相位结构函数与理论值仍有较大的差距。

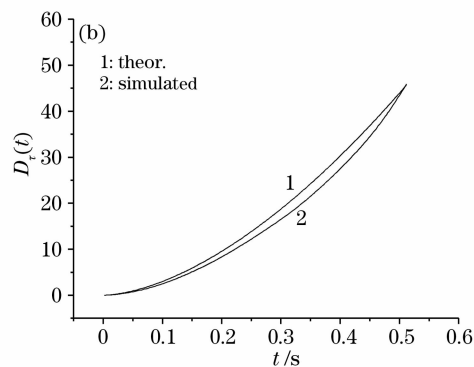


图 3 矩形相位屏的空间(a)、时间(b)相位结构函数计算值与理论值的比较

Fig. 3 Comparison between simulated values and theoretical ones of spatial (a), temporal (b) phase structure functions of rectangular phase screens

4.2 相位屏的时间统计特性

矩形湍流相位屏将应用在包含时间进程的光波大气传输及其自适应光学相位校正的数值模拟研究中, 故其时间统计特性是否符合理论预言至关重要。下面考察矩形湍流相位屏的时间统计特性。相位屏采样点数为 8192×256 格点, 即长宽比为 32, 大气相干长度为 $r_0 = 0.642$ m, 风速为 5 m/s。在此参数条件下, 时间相位结构函数的理论值与计算值如图 3(b) 所示。

从图 3 我们可以看到, 对分形法产生的矩形湍流相位屏而言, 其空间和时间相位结构函数的数值计算结果与解析理论结果符合较好, 特别在所关注的低频和高频区域, 能较为准确地反映大气湍流对光波的影响; 与其它产生相位屏方法相比, 无需作低频或高频补偿即可达到较高的数值模拟精度, 这使得它的计算效率非常高。

基于分形理论产生矩形湍流相位屏的方法可以根据实际需求产生相应尺寸的湍流相位屏。如要产生 $P \times Q$ 个采样点的相位屏, 该算法的计算量为 $O(PQ)$; 谱反演法的计算量为 $O[\max(P^2 \log_2 P, Q^2 \log_2 Q)]$; 若包括低频补偿, 所需计算量更大, 达到

$O\{\max[P^2(\log_2 P + 9N), Q^2(\log_2 Q + 9N)]\}$, 这里 N 表示进行低频成份补偿的程度; 对于 Zernike 多项式法而言, 其计算量为 $O[R^2(R^2 + PQ)]$, 其中 R 表示 Zernike 多项式的项数。故从计算量来考虑, 分形法具有很大的优势。所以, 基于分形理论产生矩形湍流相位屏的算法简单、计算效率高, 又因其与大气湍流的时空统计特性符合较好, 故特别适合于大规模的光波大气湍流效应及其自适应光学相位校正动态控制过程的数值模拟研究。

5 结 论

在包含时间进程的大气湍流效应及其自适应光学相位校正动态控制过程的数值模拟研究中, 要求有一种能有效产生精度较高的长而窄湍流相位屏的方法, 特别是在包含时间进程的光波在湍流介质中传输及其自适应光学相位校正, 如长曝光成像和自适应光学系统的动态控制过程中就有这样的需求。目前常用的湍流相位屏产生方法生成的都是正方形的湍流相位屏, 而在实际使用时只采用其中一部分即截取一个矩形部分; 并且, 通常还必须作低频成份补偿或高频成份补偿才能与理论结果较为一致, 这

样会增加相当大的计算量,而且需占用较多的计算机资源,使得其计算效率较低,在大规模的数值模拟研究中很难得到实际应用。

基于此,首先介绍了湍流畸变波前的分形特征,而后提出了一种直接产生矩形湍流相位屏的方法,其长宽比可以根据实际应用中的需要设定。并将数值计算结果与解析理论结果进行了比较,结果表明,无论是在低频区域还是在高频区域,相位屏的空间和时间统计特性与理论结果都能得到较好的相符。从计算效率角度考虑,基于分形理论产生矩形相位屏的方法所需的计算量和占用计算机资源均较少。与现有的方法相比,本文提出的方法的模拟精度及计算效率都具有明显的优势,可以在大规模的光波大气传输及其自适应光学相位校正数值模拟研究中得到具体应用。

参 考 文 献

- 1 V. I. Tatarski. *Wave Propagation in a Turbulent Atmosphere* [M]. Wen Jingsong, Song Zhengfang *et al.* transl., Beijing: Science Press, 1978
塔塔尔斯基. 湍流大气中波的传播理论[M]. 温景嵩, 宋正方等译. 北京: 科学出版社, 1978
- 2 Rao Ruizhong. *Light Propagation in the Turbulent Atmosphere* [M]. Hefei: Anhui Science & Technology Press, 2005
饶瑞中. 光在湍流大气中的传播[M]. 合肥: 安徽科学技术出版社, 2005
- 3 Yan Haixing, Zhang Deliang, Li Shushan. Numerical simulation of an adaptive optics system: Direct wavefront gradient control method[J]. *Acta Optica Sinica*, 1997, **17**(6): 758~765
严海星, 张德良, 李树山. 自适应光学系统的数值模拟: 直接斜率控制法[J]. 光学学报, 1997, **17**(6): 758~765
- 4 J. A. Fleck, J. R. Morris, M. D. Feit. Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere [J]. *Appl. Phys.*, 1976, **10**(2): 129~160
- 5 Zhang Feizhou, Li Youkuan. The characteristic of the cracked beam spot[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(4): 567~573
张飞舟, 李有宽. 破碎光斑特征统计分析[J]. 光学学报, 2007, **27**(4): 567~573
- 6 Hai-Xing Yan, Shu-Shan Li, De-Liang Zhang *et al.*. Numerical simulation of an adaptive optics system with laser propagation in the atmosphere[J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(18): 3023~3031
- 7 Zhang Huimin, Li Xinyang. Numerical simulation of wavefront phase screen distorted by atmospheric turbulence [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, **33**(1): 14~19
张慧敏, 李新阳. 大气湍流畸变相位屏的数值模拟方法研究[J]. 光电工程, 2006, **33**(1): 14~19
- 8 R. G. Lane, A. Glindemann, J. C. Dainty. Simulation of a Kolmogorov phase screen[J]. *Waves in Random Media*, 1992, **2**(3): 209~224
- 9 C. Schwartz, G. Baum, E. N. Ribak. Turbulence-degraded wave fronts as fractal surfaces[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(1): 444~451
- 10 F. Dios, J. A. Rubio, A. Rodriguez. Scintillation and beam-wander analysis in an optical ground station-satellite uplink[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(19): 3866~3873
- 11 Liu Mingna, Wang Xiaoqiang, Wu Yi *et al.*. Numerical simulation of backscattering of a focused laser beam in turbulent atmosphere[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, **17**(12): 1799~1902
刘明娜, 王小强, 吴毅等. 湍流大气中激光聚焦光束后向散射的数值模拟[J]. 强激光与粒子束, 2005, **17**(12): 1799~1802
- 12 N. Perlot. Turbulence-induced fading probability in coherent optical communication through the atmosphere[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(29): 7218~7226
- 13 Yan Haixing, Li Shushan, Chen She. Numerical simulation of an adaptive optics system: Dynamic control process and frequency response characteristics[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(6): 667~672
严海星, 李树山, 陈涉. 自适应光学系统的数值模拟: 动态控制过程和频率响应特性[J]. 光学学报, 2001, **21**(6): 667~672
- 14 G. Sedmak. Implementation of fast-Fourier-transform-based simulations of extra-large atmospheric phase and scintillation screens[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(23): 4527~4538
- 15 J. W. Goodman. *Statistical Optics* [M]. Qin Kecheng *et al.* transl., Beijing: Science Press, 1992
J. W. 顾德门. 统计光学[M]. 秦克诚等译, 北京: 科学出版社, 1992
- 16 M. G. Donald. *Spectral Modeling and Simulation of Atmospherically Distorted Wavefront Data* [D]. Ontario: Queen's University Kingston, 1999