

# Savart 偏光镜的透射率对空间调制偏振干涉成像光谱仪通量的影响

吴俊芳 刘汉臣

(西安工程大学理学院, 陕西 西安 710048)

**摘要** 空间调制偏振干涉成像光谱仪的核心是干涉仪,干涉仪的重要组成部分是 Savart 偏光镜。Savart 偏光镜的透射率直接决定着空间调制偏振干涉成像光谱仪的光通量,进而影响到目标的干涉图和目标的像。因此有必要研究 Savart 偏光镜的透射率对光通量的影响。在介绍干涉仪结构的基础上,利用电磁场边界条件和折射定律分别求得了光在 Savart 偏光镜的 4 个分界面:空气/Savart 偏光镜的左板;Savart 偏光镜的左板/胶粘剂;胶粘剂/Savart 偏光镜的右板;Savart 偏光镜的右板/空气的透射率和光强,同时得到了光通过干涉仪后的两束干涉光的光强。利用光的叠加原理得到了干涉后的总的光强,并求出了光通过 Savart 偏光镜的透射率和光通量的数学表达式。通过两者的关系式可以很直观的看到 Savart 偏光镜的透射率对空间调制偏振干涉成像光谱仪的光通量的影响,为研究空间调制偏振干涉成像光谱仪提供了一定的理论依据。

**关键词** Savart 偏光镜;透射率;光通量;成像光谱仪

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092901.0093

## Influence of Transmissivity in Savart Polariscopes on Throughput of Spatially Modulated Polarization Interference Imaging Spectroscopy

Wu Junfang Liu Hanchen

(School of Science, Xi'an Polytechnic University, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

**Abstract** The interferometer is core of spatially modulated polarization interference imaging spectroscopy, the key component of the interferometer is Savart polariscopes. The throughput of spatially modulated polarization interference imaging spectroscopy is directly determined by transmissivity in Savart polariscopes, thus affects forming the interferogram and target image. There is necessary to study the influence of transmission in Savart polariscopes on throughput. After introducing the structure of interferometer, on the basis of electromagnetic field boundary conditions and the law of refraction-transmission and light intensity were obtained in Savart polariscopes of the four interfaces: air /the left plate of Savart polariscopes; the left plate of Savart polariscopes/adhesive; adhesive/the right plate of Savart polariscopes; the right plate of Savart polariscopes/air, at the same time the light intensity is got after the two light beams interfere in through interferometer. The interference overall intensity is obtained by using light superposition principle, the mathematical expression of the transmissivity and throughput is solved. Through the relationship between the transmissivity and throughput, the influence of transmissivity in Savart polariscopes on throughput can be intuitively known, this may provide a theoretical basis for the study of spatially modulated polarization interference imaging spectroscopy.

**Key words** Savart polariscopes; transmissivity; throughput; imaging spectroscopy

### 1 引言

空间调制偏振干涉成像光谱仪主要有两类,即萨尼亚克(Sagnac)型和偏振型(Savart)<sup>[1,2]</sup>。与萨尼亚克型比较,偏振型体积更小、费用更低、稳定性好、能量利用率高,同时解决了航天遥感器中普遍存在的探测器对不同偏振度的偏振光响应效率不同的

缺点。20 世纪 90 年代后期,在空间调制干涉光谱仪基础上,又出现了干涉成像光谱仪,它的主要优点是可获得目标的二维空间信息和一维光谱信息,同时得到的是目标的干涉图和像,这种仪器同时具备了光谱仪和高分辨率照像机的双重功能。

本文在简要介绍空间调制偏振干涉光谱仪的干

涉仪的基础上,着重就 Savart 偏光镜的透射率对空间调制偏振干涉光谱仪的通量的影响进行了分析和计算,因为成像光谱仪通量的高低,决定着它的应用前景。

## 2 光在 Savart 偏光镜中的透射率

空间调制偏振干涉光谱仪的干涉仪结构如图 1 所示,它由起偏器  $P_1$ , Savart 偏光镜和检偏器  $P_2$  构成。Savart 偏光镜由两块厚度均为  $t$  的负单轴晶体(方解石)使用光学玻璃元件胶粘剂(冷杉胶)粘接制成,左板主截面在纸平面( $XZ$  平面)内,光轴与  $X$ 、 $Z$  轴正向均成  $45^\circ$ ;右板主截面垂直于左板主截面,光轴与  $Y$ 、 $Z$  轴正向均成  $45^\circ$ 。

最后,oo、oe 光以及 eo、ee 光分别透过 Savart 偏光镜右板出射到空气中。后经成像镜在探测器上相遇,形成干涉图样和目标像。通过以上分析可以得知,oe 和 eo 两束光从空气入射到 Savart 偏光镜分别通过 4 个界面:空气/Savart 偏光镜的左板;Savart 偏光镜的左板/胶粘剂;胶粘剂/Savart 偏光镜的右板;Savart 偏光镜的右板/空气。在这一过程中 oe 光和 eo 光在同一界面的透射率不同,下面我们分别计算 oe 光和 eo 光在不同界面的透射率。

自然光经过前置光学系统射入起偏器  $P_1$  (偏振化方向如图 1 所示)后,变为沿  $P_1$  偏振化方向振动的一束线偏振光,其方向矢量为  $\mathbf{S} = (-\sin i, 0, \cos i)$ ,入射到 Savart 偏光镜左板后产生一束反射光,由反射定律,反射光  $\mathbf{S}_r$  方向矢量为  $\mathbf{S}_r = (-\sin i, 0, -\cos i)$ 。同时生成两束折射光 o、e 光<sup>[3]</sup>,折射 o 光波矢的方向矢量为  $\mathbf{K}_{o1} = (-\sin \theta_o, 0, \cos \theta_o)$ ,折射 e 光波矢的方向矢量为  $\mathbf{K}_{e1} = (-\sin \theta_e, 0, \cos \theta_e)$ 。其中,  $i$  为入射角,  $\theta_o$ 、 $\theta_e$  分别为 o、e 光的波矢折射角。由推广的 Snell 定律得到  $n \sin i = n_o \sin \theta_o = n'_e(\theta_1) \sin \theta_e$ , 其中  $n$  为空气折射率,  $n_o$ 、 $n_e$  是晶体主折射率,  $n'_e(\theta_1)$  是相应

的 e 光波矢折射率,  $\theta_1$  是 e 光波矢与 Savart 偏光镜左板光轴的夹角<sup>[4~8]</sup>。

设入射光经起偏器  $P_1$  后的电矢量为  $\mathbf{E}$ , 光强为  $I_0$ , 由  $P_1$  的偏振化方向可知  $\mathbf{E}_{xy} = [\sin(45^\circ - \theta), \cos(45^\circ - \theta), 0]$ , 经分析得  $\mathbf{E} = (\mathbf{S} \times \mathbf{E}_{xy}) \times \mathbf{S}$ 。所以

$$\mathbf{E} = EA [\cos^2 i \sin(45^\circ - \theta), \cos(45^\circ - \theta), \sin i \cos i \sin(45^\circ - \theta)], \quad (1)$$

其中  $A = [\cos^2(45^\circ - \theta) + \cos^2 i \sin^2(45^\circ - \theta)]^{-1/2}$ 。由于在晶体内产生了 o、e 光, 故假设反射光  $\mathbf{S}_r$  有两个方向相互垂直的电矢量  $\mathbf{E}_{rp}$  和  $\mathbf{E}_{rs}$ , 那么, 反射光  $\mathbf{S}_r$  的电矢量为

$$\mathbf{E}_r = (-E_{rp} \cos i, E_{rs}, E_{rp} \sin i), \quad (2)$$

因为 o 光电矢量振动方向与 o 光主平面垂直, e 光电矢量振动方向与 e 光主平面平行, 光强分别为  $I_{o1}$  和  $I_{e1}$ 。折射 o 光电矢量为  $\mathbf{E}_{o1} = E_{o1}(0, 1, 0)$ ; 折射 e 光电矢量为  $\mathbf{E}_{e1} = E_{e1}(\cos \theta_e, 0, \sin \theta_e)$ 。应用电磁场边值条件求折射 o、e 光的透射系数

$$t_o = \frac{E_{o1}}{E} = \frac{2An \cos i \cos(45^\circ - \theta)}{n_o \cos \theta_o + n \cos i}, \quad (3)$$

$$t_e = \frac{E_{e1}}{E} = \frac{n[A \cos^2 i \sin(45^\circ - \theta) + AB \cos i]}{n'_e(\theta_1) \cos i + n \cos \theta_e}, \quad (4)$$

其中  $B = [\cos^3 i \sin(45^\circ - \theta) + \sin^2 i \cos i \cos(45^\circ - \theta)]$ , 对应的透射光强为

$$I_{o1} = t_o^2 I_0 (n_o/n), \quad (5)$$

$$I_{e1} = t_e^2 I_0 [n'_e(\theta_1)/n]. \quad (6)$$

两束折射 o、e 光从左板分别射入到胶粘剂中, 由于胶粘剂是各向同性的, 那么, 对于入射到其中的 o 光, 将产生一束反射 o 光和一束折射光; 对于入射到其中的 e 光, 将产生一束反射 e 光和另一束折射光。类似于上述分析, 可以得出 o、e 光由 Savart 偏光镜左板入射到胶粘剂的透射系数为<sup>[4]</sup>

$$t_{og} = \frac{E_{og}}{E_{o1}} = \frac{2n_o \cos \theta_o}{n' \cos i' + n_o \cos \theta_o}, \quad (7)$$

$$t_{eg} = \frac{E_{eg}}{E_{e1}} = \frac{n'_e(\theta'_1) \cos \theta_e + n'_e(\theta_1) \cos r_e}{n' \cos r_e + n'_e(\theta'_1) \cos i'}, \quad (8)$$

对应的透射光强为

$$I_{og} = t_{og}^2 I_{o1} (n'/n_o), \quad (9)$$

$$I_{eg} = t_{eg}^2 I_{e1} [n'/n'_e(\theta_1)], \quad (10)$$

式中  $n'$  为胶粘剂的折射率,  $r_e$  为反射 e 光波矢与入射面法线( $Z$  轴)的夹角,  $n'_e(\theta'_1)$  为相应的 e 光波矢折射率。

上述两束折射 o、e 光再分别由胶粘剂入射到 Savart 偏光镜右板, 产生一束反射光和两束折射光(即 oo、oe 光或 eo、ee 光), 当 o、e 二光由胶粘剂入射到 Savart 偏光镜右板时, oe 和 eo 光的透射系数为

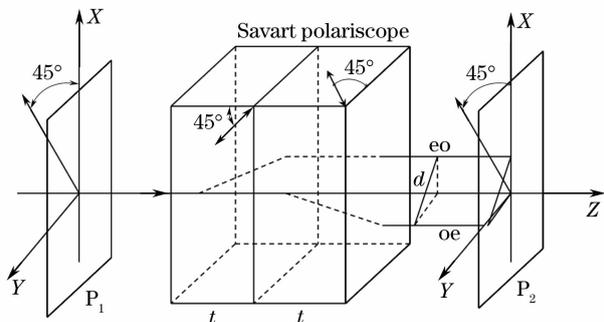


图 1 Savart 偏光镜三维结构图

Fig. 1 Three-dimensional structure of Savart polariscope

$$t_{oe} = E_{oe}/E_{og} = 2Cn' \cos i' (1 + \sin^2 \theta'_e)^{1/2} (n_o \cos i' + n' \cos \theta_o), \quad (11)$$

$$t_{eo} = E_{eo}/E_{eg} = -2Cn' \cos i' (1 + \sin^2 \theta_o)^{1/2} [n' \cos i' + n'_e(\theta_2) \cos \theta'], \quad (12)$$

式中

$$C = \{ \sin \theta_o \sin \theta'_e (n_o \cos \theta_o + n' \cos i') [n' \cos \theta'_e + n'_e(\theta_2) \cos i'] + (n_o \cos i' + n' \cos \theta_o) [n' \cos i' + n'_e(\theta_2) \cos \theta'_e] \}^{-1}, \quad (13)$$

对应的透射光强为

$$I_{oe} = t_{oe}^2 I_{og} (n_o/n'), \quad (14)$$

$$I_{eo} = t_{eo}^2 I_{eg} [n'_e(\theta_2)/n']. \quad (15)$$

最后 oo、oe 光以及 eo、ee 光分别透过 Savart 偏光镜右板出射到空气中, 由于 oo 光和 ee 光的透射率非常小, 能量非常低, 通常不予考虑, 认为只有 oe 光和 eo 光透射<sup>[4]</sup>。oe 和 eo 光的透射率

$$t'_{oe} = \frac{E'_{oe}}{E_{oe}} = \frac{2(1 + \sin^2 i)^{1/2} \cos \theta'_e [n'_e(\theta_2)D + 2F]}{(1 + \sin^2 \theta'_e)^{1/2} [nD(G \cos \theta'_e + \cos i) + 2F(G \cos i + \cos \theta'_e)]}, \quad (16)$$

$$t'_{eo} = \frac{E'_{eo}}{E_{eo}} = \frac{2(1 + \sin^2 i)^{1/2} n_o \cos \theta_o (\sin^2 \theta_o \sin^2 \theta'_e - 1)}{(1 + \sin^2 \theta_o)^{1/2} [n \sin i \sin^2 \theta'_e \sin(i + \theta_o) + \frac{1}{2} \sin 2\theta'_e (n_o \sin i - n \sin \theta_o) - (n_o \cos i + n \cos \theta_o)]}, \quad (17)$$

式中  $\theta'_e$  为 e 光在右板中的折射角,

$$D = \cos \theta_o + \sin \theta_o \sin \theta'_e \cos \theta'_e;$$

$$F = (\cos \theta'_e + \sin \theta'_e \sin \theta_o \cos \theta_o) n_o / 2;$$

$$G = \frac{n_o n_e}{n} \cdot \left[ n_o^2 - \frac{1}{2} (n_o^2 - n_e^2) \cos^2 \theta'_e \right]^{-1/2}.$$

对应的透射光强为

$$I'_{oe} = t'^2_{oe} I_{oe} (n/n_o), \quad (18)$$

$$I'_{eo} = t'^2_{eo} I_{eo} [n/n'_e(\theta_2)], \quad (19)$$

其光强度为

$$I'_{oe} = t'^2_{oe} t_{oe}^2 t_{og}^2 I_o, \quad (20)$$

$$I'_{eo} = t'^2_{eo} t_{eo}^2 t_{eg}^2 I_o, \quad (21)$$

出射光的 oe 和 eo 光为振动方向互相垂直的平行于原入射光传播方向的有横向剪切量的两束线偏振光。通过检偏器  $P_2$  后变成振动方向完全一致的两束线偏振光。

## 4 通量的分析与计算

由干涉成像光谱仪原理, 空间偏振干涉成像光谱仪的通量  $E$  为<sup>[10]</sup>

$$E = T(\lambda) B(\lambda) \Omega A, \quad (22)$$

式中  $B(\lambda)$  为入射光源的光谱强度,  $T(\lambda)$  为系统的透过率,  $A$  为成像光谱仪的孔径,  $\Omega$  为光源对孔径中心所张的立体角。

在实际应用中, 立体角常常受到光谱分辨率  $R(= \lambda/\Delta\lambda = \nu/\Delta\nu)$  的限制, 二者满足<sup>[4]</sup>

$$R\Omega = 2\pi. \quad (23)$$

将(23)式代入(22)式得

$$E = T(\lambda) B(\lambda) 2\pi A/R = I(\lambda) 2\pi A/R, \quad (24)$$

式中  $I(\lambda) = T(\lambda) B(\lambda)$ 。

通常情况下, 成像光谱仪的孔径及由最大光程差  $L$  所决定的分辨率  $R$  由设计均已确定, 所以, 空间偏振干涉成像光谱仪的通量完全由  $I(\lambda)$  决定。对空间偏振干涉成像光谱仪来说,  $I(\lambda)$  主要由  $P_1$ 、 $P_2$  偏振化方向和透射率决定, 波长对其影响是微不足道的, 所以略去波长的影响, 本文将着重分析  $I$  与透过率之间的关系。

设  $P_1$ 、 $P_2$  是两个完全相同的偏振器, 其透射比为  $T$  (透射光强与入射光强之比)。如果把  $P_1$  (或  $P_2$ ) 放入偏振光束中, 在理想情况下, 当偏振光束的振动方向与  $P_1$  (或  $P_2$ ) 的偏振化方向平行时, 则完全通过 (100%); 当二者方向正交时, 则完全不通过 (0)。实际上, 由于二向色性材料及制作工艺的限制, 任何偏振片都不可能达到理想状况。所以, 当把偏振片放入非偏振光束中时, 会产生电矢量主要在一个平面内的振动, 而只有一小部分在与此平面垂直的平面内振动的光束。如果起偏器置于线(平面)偏振光束中, 以平行于光束的轴线为轴, 转动起偏器, 则透射比由下式决定<sup>[3]</sup>:

$$T = (T_1 - T_2) \cos^2 \beta + T_2, \quad (25)$$

式中  $T_1$ 、 $T_2$  分别为主透射比的最大值和最小值,  $\beta$  为主透射比  $T_1$  的平面与入射光束振动面之间的夹角。在干涉仪中  $\beta = 45^\circ$ , 所以光通过  $P_2$  的透射比为

$$T = \frac{1}{2} (T_1 + T_2), \quad (26)$$

则出射 oe 和 eo 光通过检偏器  $P_2$  后其强度分别

为<sup>[10~13]</sup>

$$I_1 = \frac{1}{2} I'_{oe} (T_1 + T_2) = \frac{1}{2} t'^2_{oe} t^2_{oe} t^2_{og} t^2_{o} I_0 (T_1 + T_2), \quad (27)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} I'_{eo} (T_1 + T_2) = \frac{1}{2} t'^2_{eo} t^2_{eo} t^2_{eg} t^2_{e} I_0 (T_1 + T_2), \quad (28)$$

通过以上分析,oe 和 eo 光通过  $P_2$  之后,变成两束振动方向相同,其强度分别为  $I_1$  和  $I_2$  的线偏振光,这两束光相遇时发生干涉,其干涉光强  $I$  为

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi\Delta/\lambda), \quad (29)$$

式中  $\Delta$  是 oe 和 eo 光的光程差,设入射光位于 Savart 偏光镜左板的主平面内,则由 Savart 偏光镜产生的二线偏振光的光程差大小为<sup>[14~19]</sup>

$$\Delta = t \left[ \frac{(n_o^2 - n_e^2) \sin i}{n_o^2 + n_e^2} \right], \quad (30)$$

把(28)式、(29)式代入(30)式得到在最大调制度条件下的光通量计算公式为

$$E = \frac{I(\lambda)2\pi A}{R} = \frac{1}{2} t'^2_{oe} t^2_{oe} t^2_{og} t^2_{o} I'_0 (T_1 + T_2) + \frac{1}{2} t'^2_{eo} t^2_{eo} t^2_{eg} t^2_{e} I'_0 (T_1 + T_2) + t'_{oe} t_{oe} t_{og} t_{o} t'_{eo} t_{eo} t_{eg} t_e I'_0 (T_1 + T_2) \times \cos(2\pi\Delta/\lambda), \quad (31)$$

式中

$$I'_0 = 2\pi I_0 A/R = I_0 A\Omega, \quad (32)$$

式中  $A$ 、 $\Omega$  均由设计确定,且  $A\Omega \leq 1$ 。

## 5 结 论

利用电磁场边值条件和折射定律,通过求得光线在 Savart 偏光镜各个分界面的透射率,求得了空间调制偏振干涉成像光谱仪的光通量和透射率之间的函数关系式,为研究空间调制偏振干涉成像光谱仪,提高光谱仪的性能提供了理论基础。

## 参 考 文 献

- Courtial J, Patterson B A, Harvey A R *et al.*. Design of a static Fourier-transform spectrometer with increased field of view[J]. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(34): 6698~6702
- Patterson B A, Antoni M, Courtial J *et al.*. An ultra-compact static Fourier-transform spectrometer based on a single birefringent component[J]. *Opt. Commun.*, 1996, **130**(1~3): 1~6
- Li Jingzhen. Handbook of Optics[M]. Xi'an: Shannxi Science and Technology Press, 1985. 491~492  
李景镇. 光学手册[M]. 西安: 陕西科技出版社, 1985. 491~492
- Ren Haixia, Liu Liren, Liu De'an *et al.*. Double refraction and reflection of sequential crystal interfaces with arbitrary

- orientation of the optic axis and application to optimum design[J]. *J. Mod. Opt.*, 2005, **52**(4): 529~539
- Peng Zhihong, Zhang Chunmin, Zhao Baochang *et al.*. The transmittance of Savart polariscope in polarization interference imaging spectrometer[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(12): 6374~6381  
彭志红,张淳民,赵葆常等. 新型偏振干涉成像光谱仪中 Savart 偏光镜透射率的研究[J]. 物理学报, 2006, **55**(12): 6374~6381
- Wu Lei, Zhang Chunmin, Yuan Yan *et al.*. Exact calculation of the lateral displacement and optical path difference of Savart polariscopes[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(7): 885~890  
吴磊,张淳民,袁艳等. 萨伐尔偏光镜横向剪切量和光程差的精确计算[J]. 光学学报, 2005, **25**(7): 885~890
- Yuan Zhilin, Zhang Chunmin, Zhao Baochang. Study of SNR of a novel polarization interference imaging spectrometer[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(11): 6413~6419  
袁志林,张淳民,赵葆常. 新型偏振干涉成像光谱仪信噪比研究[J]. 物理学报, 2007, **56**(11): 6413~6419
- Li Yunzhou, Shi Qingfan, Wang Qi. Numerical calculation of multiple scattering of highfrequency electromagnetic wave[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(3): 1119~1125  
李运周,史庆藩,王琪. 高频电磁波多次散射的数值求解[J]. 物理学报, 2006, **55**(3): 1119~1125
- Li Z J, Xiong Y S, Liu Z L *et al.*. Reflection and transmission characteristics of plane waves at the interface including chiral media[J]. *Chinese Physics*, 1997, **6**(10): 731~736
- Yin Chunyong. Modern Interferometric Measuring Technique [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1999. 409~476  
殷纯永. 现代干涉测量技术[M]. 天津: 天津大学出版社, 1999. 409~476
- Wu Junfang, Zhang Chunmin, Yue Ruihong *et al.*. Nested bethe ansatz for spin ladder model with open boundary conditions[J]. *Commun. Theor. Phys.*, 2005, **43**(4): 687~694
- Wu Junfang, Zhang Chunmin, Zhang Yingtang *et al.*. Refraction of extraordinary rays and ordinary rays in the Savart polariscope[J]. *Chin. Phys. B*, 2008, **17**(7): 2504~2508
- Wu Junfang, Zhang Chunmin. A Study on the spin-ladder model[J]. *Chinese J. Computational Physics*, 2006, **23**(2): 189~192  
吴俊芳,张淳民. 自旋梯可积模型的研究[J]. 计算物理, 2006, **23**(2): 189~192
- Bell R J. Introductory Fourier Transform Spectroscopy [M]. New York: Academic, 1972
- Xiao J B, Sun X H. Full-vectorial finite-difference beam propagation method based on the modified alternating direction implicit method[J]. *Chinese Physics*, 2006, **15**(8): 1824~1830
- Wang Y H, Guo L X, Wu Q. Electromagnetic scattering from two parallel 2D targets arbitrarily located in a Gaussian beam[J]. *Chinese Physics*, 2006, **15**(8): 1755~1765
- Shen Yi, Zhou Bin, Wang Shanshan. Measurement of NO<sub>2</sub> in cigarette main smoke by differential optical absorption spectroscopy[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(10): 1934~1937  
沈轶,周斌,王珊珊等. 差分光学吸收光谱法研究卷烟主流烟气 NO<sub>2</sub>[J]. 光学学报, 2008, **28**(10): 1934~1937
- Li Yunsong, Ma Jing, Wu Chengke. Three-dimensional orientation prediction-based wavelet transform for interference multi-spectral images compression[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(12): 2281~2287  
李云松,马静,吴成柯. 基于方向角预测三维小波变换的干涉多光谱图像压缩[J]. 光学学报, 2008, **28**(12): 2281~2287
- Zhang Chi, Wang Yuanyuan. Reconstruction algorithm of photoacoustic tomography with acoustic speed heterogeneity[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(12): 2296~2301  
张弛,汪源源. 声速不均匀介质的光声成像重建算法[J]. 光学学报, 2008, **28**(12): 2296~2301