

基于分区域耦合的随机并行梯度下降自适应光学

王三宏 梁永辉 龙学军 于起峰 谢文科

(国防科技大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要 基于随机并行梯度下降(SPGD)方法的自适应光学(AO)系统通过直接优化系统的性能评价函数来控制波前校正器以补偿光束中存在的波前畸变。为了提高这种无模型优化自适应光学系统的收敛速度,提出了基于分区域耦合的新方法以改进传统随机并行梯度下降自适应光学系统的工作方式。将波前校正器光学孔径分成多块子区域,每块子区域对应着的所有驱动器作为一个整体控制单元,从形式上可以得到一个空间分辨率较低的分区域波前校正器。该校正器与原校正器同步工作,并采用随机并行梯度下降算法对同一个性能评价函数进行优化,从而构成了双校正器的耦合作用结构。对 256 单元分立活塞式波前校正器建立了自适应成像系统的数值模型,结果表明这种分区域耦合的随机并行梯度下降自适应光学系统比传统随机并行梯度下降自适应光学系统具有更快的收敛速度和更好的渐近态。

关键词 自适应光学;随机并行梯度下降;分区域耦合;双波前校正器

中图分类号 TP273.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS200828s2.0348

Adaptive Optics with Stochastic Parallel Gradient Descent Based on Subzones Coupling

Wang Sanhong Liang Yonghui Long Xuejun Yu Qifeng Xie Wenke

(College of Opto-Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology,
Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract Adaptive optics (AO) system based on stochastic parallel gradient descent (SPGD) method compensates a beam's wave-front aberrations by controlling a wave-front corrector with direct optimization of the system's performance metric. A new method of subzones coupling for modifying the conventional SPGD AO system is presented to increase the convergence speed of the model-free adaptive optics system. A new lower-resolution subzonal wave-front corrector can be approximated by subdividing the wave-front corrector's aperture into multiple subzones, all actuators associated with each subzone being treated as a whole controlling element. The coupling architecture of double wave-front correctors can be constructed by simultaneously controlling the approximated wave-front corrector and the original one with SPGD technique for a common performance metric. A numerical simulation model for an adaptive imaging system with 256-elements pixelated piston-type wave-front corrector was built up. The numerical simulation results show that this SPGD AO system based on subzones coupling holds faster convergence speed and better asymptotic normality than the conventional SPGD AO system.

Key words adaptive optics; stochastic parallel gradient descent; subzones coupling; double wave-front correctors

1 引 言

无模型优化自适应光学(AO)系统通过控制波前校正器来直接优化系统的性能评价函数以补偿光束中存在的波前畸变^[1]。相比于传统上采用爬山法

的 SPGD AO 系统,基于随机并行梯度下降(SPGD)算法的 SPGD AO 系统因其各控制单元之间并行工作的特点大大减少了收敛所需要的迭代次数^[2]。特别是近十几年来 SPGD AO 得到了广泛研

基金项目: 国家自然科学基金(60708029)资助项目。

作者简介: 王三宏(1977—),男,博士生,主要从事自适应光学技术方面的研究, E-mail: sanhongwang@gmail.com。

导师简介: 于起峰(1958—),男,博士,教授,主要从事光测图像处理与自适应光学技术方面的研究,

E-mail: yuqifeng@vip.sina.com。

究，在算法改进^[3-6]、超大规模集成电路芯片在 SPGD 控制器中的应用^[7]、高速波前校正器件^[8]的研制等方面的进展使得 SPGD AO 系统具备了实时工作的可能性，并进一步在自由空间光通信^[9]、光纤激光相干合成^[10]等实验中显示了很好的校正效果。

尽管 SPGD AO 得到了很大的发展，但是由于 SPGD 算法本质上仍然是一种迭代算法，而且迭代过程的收敛速度与控制单元数的平方根成反比。当控制单元数较多时，较慢的收敛速度必然会导致自适应光学系统无法实时校正大气引起的光束相位畸变。特别是随着单元数高达数百甚至数百万的高分辨率或超高分辨率的波前校正器（液晶相位调制器与利用微机电技术制成的波前校正器）的发展，较慢的收敛速度成为 SPGD AO 系统向高分辨率或超高分辨率自适应光学系统过渡的主要障碍。为此，文献^[3, 4]中提出采用全局耦合的方法来加快 SPGD 自适应过程的收敛速度。本文则提出了另一种分区域耦合的方法来改进传统 SPGD AO 系统的迭代过程，并进行了数值模拟，验证了新改进方法确实提高了自适应光学系统的收敛速度。

2 SPGD AO 系统

SPGD AO 系统示意图如图 1 所示。平行入射光束的波前相位畸变为 $\varphi(r)$ ，经波前校正器 (Wave-front corrector) 补偿后光束波前残余相位畸变为 $\phi(r) = \varphi(r) + u(r)$ ，其中 $u(r)$ 为波前校正器引入的相位补偿。接着透镜将被补偿后的光束成像在 CCD 上转换为二维远场光强分布 $I(r)$ ，从而可以很方便地通过计算得到反映光束残余波前相位畸变大小的 Strehl 比 R_{sr} ，并把它作为反映自适应光学系统性能优劣的评价函数 $J[\phi(r)] = R_{sr}$ 。SPGD 控制程序接收性能评价函数 $J[\phi(r)]$ ，执行 SPGD 算法流程然后输出波前校正器的控制电压 $\mathbf{u} = \{u_1, \dots, u_N\}$ ，其中 N 为波前校正器的控制单元数。波前校正器引入的相位补偿量 $u(r)$ 与控制电压 \mathbf{u} 之间满足关系： $u(r) = \sum_{j=1}^N u_j S_j(r)$ ，其中 $S_j(r)$ 为第 j 个控制单元对应的影响函数。因此性能评价函数可以表示成关于波前校正器控制电压的函数 $J[\mathbf{u}]$ 。

以波前校正器的 N 个控制电压为控制变量的传统 SPGD 算法按如下流程执行：在每步迭代过程中，对所有的控制变量先后分两次同时施加统计独

立的正、反随机微扰： $\{\delta u_j\}$ 与 $\{-\delta u_j\}$ ，($j = 1, \dots, N$)，然后利用 J 的扰动量 $\delta J = [J(u_1 + \delta u_1, \dots, u_N + \delta u_N) - J(u_1 - \delta u_1, \dots, u_N - \delta u_N)]/2$ 与每个扰动电压的乘积 $\delta J \delta u_j$ 作为梯度分量 $\partial J / \partial u_j$ 的估计。控制电压更新法可表示为：

$$u_j^{(n+1)} = u_j^{(n)} + \gamma \delta J^{(n)} \delta u_j^{(n)}, j = 1, \dots, N, \quad n = 0, 1, \dots, \quad (1)$$

式中 n 为迭代步数， γ 为迭代增益系数， $\gamma > 0$ 相应于 J 极大化过程， $\gamma < 0$ 相应于 J 极小化过程。

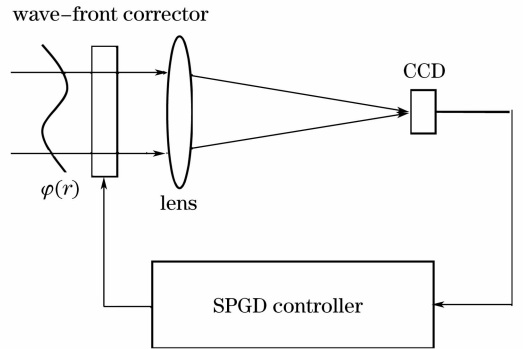


图 1 系统示意图

Fig.1 Schematic of system

3 分区域耦合 SPGD AO 系统

SPGD 收敛过程所需的迭代步数与控制变量个数的平方根 \sqrt{N} 成正比的事实阻碍了对空间高分辨率的追求。但应注意到，在自适应光学应用的绝大部分场合，待校正光束的波前相位分布基本都是由一些缓变的大尺度畸变与快变的小尺度畸变组成，而且大尺度畸变比小尺度畸变对光束质量的影响更大。因此按照全局耦合的思想，可以用低分辨率波前校正器与高分辨率波前校正器同步工作，分别校正大尺度畸变与小尺度畸变。

与全局耦合中基于 Zernike 多项式为影响函数的低分辨率模式波前校正器不同，本文提出将高分辨率波前校正器光学孔径分成 M 个子区域 ($M < N$)，每个子区域对应的多个驱动器当作一个整体，总是施加相同的控制电压。如此即可以得到一个形式上具有 M 个控制单元的分区域波前校正器，对应第 i 个控制单元的影响函数可以表示为 $W_i(r) = \sum_{j \in A_i} S_j(r)$ ，其中 A_i 为第 i 个子区域中对应驱动器的序号集合。

共用同一个性能评价函数，使用 SPGD 算法同步控制形式上的低分辨率分区域波前校正器与原来

的高分辨率波前校正器,即可形成双波前校正器结构的分区域耦合的 SPGD AO 系统。引入到光束中的相位补偿量包含两部分:

$$u(r) = \sum_{j=1}^N u_j S_j(r) + \sum_{i=1}^M v_i W_i(r), \quad (2)$$

式中 v_i 为施加在低分辨率分区域波前校正器的第 i 个控制单元上的控制电压。控制变量由 $\{u_1, \dots, u_N, v_1, \dots, v_M\}$ 组成,迭代法则由(1)式及

$$v_i^{(n+1)} = v_i^{(n)} + \gamma \delta J^{(n)} \delta v_i^{(n)}, \quad i = 1, \dots, M, \quad (3)$$

给出。其中控制变量的微扰具有统计独立随机性。 $\{\delta u_j\}$ 与 $\{\delta v_i\}$ 分别满足 Bernoulli 统计分布

$$\langle \delta u_j \rangle = 0, \quad \langle \delta u_j \delta u_l \rangle = \sigma_u^2 \delta_{jl}, \quad l = 1, \dots, N,$$

$$\langle \delta v_i \rangle = 0, \quad \langle \delta v_i \delta v_m \rangle = \sigma_v^2 \delta_{im}, \quad m = 1, \dots, M, \quad (4)$$

其中 $\langle \cdot \rangle$ 表示求系统平均符号, δ_{jl} 和 δ_{im} 为 Kronecker 符号。通常微扰幅度 $\sigma_v > \sigma_u > 0$ 以保证在存在大尺度相位畸变时低分辨率波前校正器能以较快收敛速度去补偿它。不过,当光束中的大尺度相位畸变被补偿后,低分辨率分区域波前校正器对自适应过程实质上变成了一个噪声源,一定程度上会降低高分辨率波前校正器的校正能力。

4 数值模拟

采用与图 1 所示相似的系统结构,对分区域耦合的 SPGD 自适应成像系统进行数值模拟研究。由于除了低分辨率波前校正器的形式不同外,分区域耦合 SPGD 方法与全局耦合 SPGD 方法的工作原理基本相同。

采用 Kolmogorov 空间功率谱模型将大气引起的光束波前畸变模拟为一薄层相位屏 $\varphi(r)$,湍流强度相应于 $D/r_0 = 10$,其中 $r_0 = 0.1$ m 为表示大气相干长度的 Fried 常数, $D = 1$ m 为透镜直径。为了补偿采用功率谱反演法生成相位屏时缺失的空间低频分量,首先生成一个 $8D \times 8D$ 大小的相位屏,然后从中截取直径为 D 的圆形区域上的相位分布作为 $\varphi(r)$ 。

波前校正器采用分立活塞式,具有 $N = 16 \times 16$ 个控制单元,每个单元对应的方形镜面的边长 $a = D/16$,影响函数是中心点为 r_j 的步进函数: $S_j(r) = S(r - r_j)$,其中当 $|x| \leq a/2$ 且 $|y| \leq a/2$ 时 $S(r) = 1$,其他 $S(r) = 0$ 。

4.1 分区域波前校正器

图 2 示出了分区域波前校正器的模拟方法。图

2 (a)为 $N = 16 \times 16$ 单元的波前校正器,圆形区域为通光部分。按图 2 (b)所示将图 2 (a)所示的波前校正器分成 36 个子区域,除 4 个角上的子区域外,其余 $M = 32$ 个子区域都全部或部分地包含在圆形通光孔内。将子区域内的驱动器当成一个整体,每次都施加相同的驱动电压,则形式上可以产生一个 32 单元的低分辨率分区域波前校正器。由此波前校正器引入的波前相位补偿量可表示为

$$u_{sc}(r) = \sum_{i=1}^M v_i W_i(r), \quad (5)$$

其中在本子区域内 $W_i(r)$ 取值为 1,否则为 0。

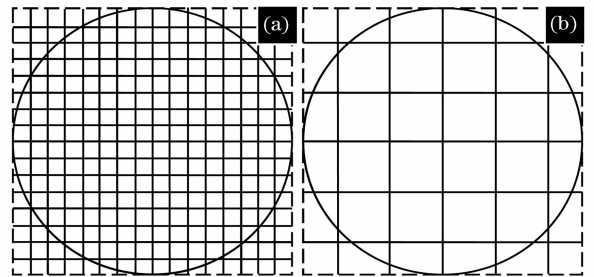


图 2 波前校正器。(a) 16×16 单元;(b) 6×6 单元

Fig. 2 Wave-front correctors. (a) 16×16 elements;

(b) 6×6 elements

作为比较,又用图 2 (a)所示的波前校正器模拟了 M 单元的模式波前校正器^[4],其影响函数为

$$\hat{Z}_k(r) = \sum_{j=1}^N c_{k,j} S_j(r), \quad k = 1, \dots, M, \quad (6)$$

式中 $c_{k,j} = \frac{1}{a^2} \int Z_k(r') S_j(r') d^2 r'$, $Z_k(r)$ 为第 k 阶 Zernike 多项式,而 $Z_0(r)$ 对应平均相位,对光束质量没有影响,故而不予考虑。由此模式波前校正器引入的波前相位补偿量可表示为

$$u_z(r) = \sum_{k=1}^M a_k \hat{Z}_k(r), \quad (7)$$

式中 $\{a_k\}$ 为控制变量。

采用传统的 SPGD 算法分别控制分区域波前校正器与模式波前校正器,对同一个随机相位分布进行校正。计算中,为排除微扰幅度对收敛过程的影响,施加微扰后要求分区域波前校正器与模式波前校正器各自引入的相位扰动量 $\delta u_{sc} = \sum_{k=1}^M \delta v_i \cdot$

$W_i(r)$ 与 $\delta u_z = \sum_{k=1}^M a_k \hat{Z}_k(r)$ 满足关系

$$\int \langle \delta u_{sc}^2(r) \rangle d^2 r = \int \langle \delta u_z^2(r) \rangle d^2 r, \quad (8)$$

积分面积为圆形通光区域。具体地, $\{\delta v_i\}$ 服从 Bernoulli 分布, $|\delta v_i| = 1$ ($i = 1, \dots, M$); 而 $\{\delta a_k\}$

服从 Gauss 分布, $\langle \delta a_k^2 \rangle^{1/2} = 0.21$ ($k = 1, \dots, M$)。为排除迭代增益系数 γ 对收敛过程的影响, 限制其取值相同。图 3 显示了 50 次试验的平均 J 值收敛曲线, “Subzonal corrector”与“Modal corrector”分别指示所用的波前校正器为 32 单元的分区域波前校正器与同样单元数的模式波前校正器。显然, 对于同样数目的控制单元, 使用分区域波前校正器与使用模式波前校正器的收敛特性不存在明显差异。不过, 模拟分区域波前校正器所耗费的计算量却远小于模拟模式波前校正器所耗费的计算量, 因此可以大大节约计算时间。

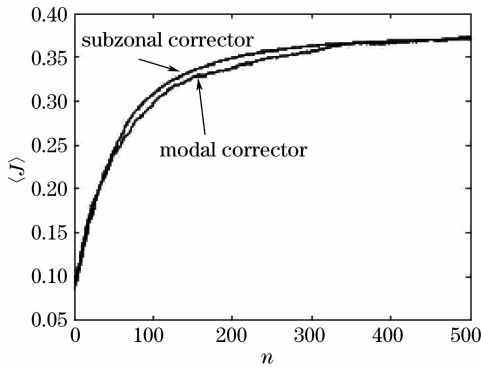


图 3 50 次试验平均 J 值收敛曲线

Fig. 3 Convergence curves of averaged J values over 50 tests

4.2 分区域耦合

图 4 示出了分区域耦合 SPGD AO 系统的 50 次迭代过程的平均 J 值收敛曲线及这 50 次试验间

J 值的归一化标准偏差 ($\sigma_J(n) = \{ \sum_{m=1}^{50} [J_m(n) - \langle J(n) \rangle]^2 \}^{1/2} / \langle J(n) \rangle$) 的演化曲线, 分别用 “subzones coupling” 指示。作为比较, 全局耦合 SPGD AO 系统的对应曲线也在图中画出, 并用 “global coupling” 指示。计算中, $|\delta v_i| = 1$ ($i = 1, \dots, M$), $\langle \delta a_k^2 \rangle^{1/2} = 0.21$ ($k = 1, \dots, M$), $|\delta u_j| = 0.3$ ($j = 1, \dots, N$)。从图 4(a) 可见, 整个自适应过程大致可以分为两个阶段: 一个较短的快速收敛阶段(大约前 100 步迭代)和随后一个很长的慢速收敛阶段。在快速收敛阶段, 分区域耦合与全局耦合的平均 J 值收敛曲线几乎重合, 说明这时主要是低分辨率波前校正器在起作用, 光束的大尺度波前畸变得到了快速校正; 在此后的慢速收敛阶段, 则主要是高分辨率波前校正器对光束的小尺度波前畸变的校正。但在慢速收敛阶段, 分区域耦合的平均 J 值比全局耦合的平均 J 值越来越大, 这就说明在分区域耦合中低分辨率分区域波前校正器引起的

“噪声”要小于全局耦合中低分辨率模式波前校正器引起的“噪声”。从图 4 (b) 可以看出, 分区域耦合具有比全局耦合更好的收敛稳定性。因此, 分区域耦合方法显示了比全局耦合方法更好的效果, 表明改进后的 SPGD AO 系统比传统 SPGD AO 系统具有更快的收敛速度和更好的渐近态。

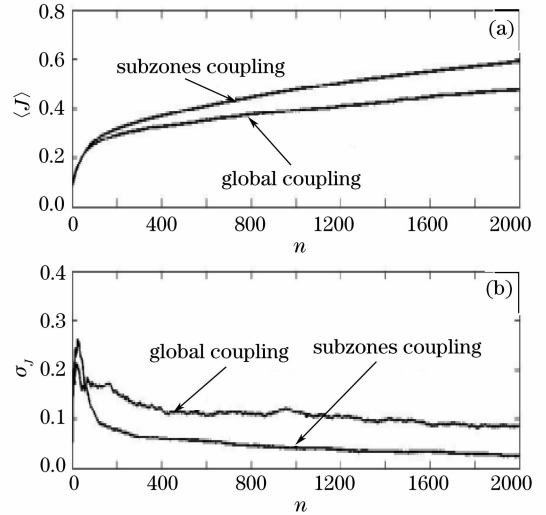


图 4 分区域耦合 SPGD AO 与全局耦合 SPGD AO 的数值模拟结果。(a) 50 次试验的平均 J 值收敛曲线; (b) 50 次试验 J 值的归一化标准偏差演化曲线

Fig. 4 Numerical simulation results of SPGD AO with subzones coupling and SPGD AO with global coupling. (a) convergence curves of averaged J values over 50 tests; (b) evolution curves of normalized standard deviation of J values of 50 tests

5 结 论

提出了一种新的分区域耦合的方法来改进 SPGD AO 系统。数值模拟结果显示, 此方法具有比全局耦合方法更好的收敛特性, 确实改善了 SPGD AO 系统的收敛速度和渐进态, 而且直接基于高分辨率波前校正器通光面的区域划分来模拟低分辨率分区域波前校正器, 比模式波前校正器的实现更简单也更节省时间。

参 考 文 献

- Richard A. Muller, Andrew Buffington. Real-time correction of atmospherically degraded telescope images through image sharpening[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, **64**(9): 1200~1210
- M. A. Vorontsov, G. W. Carhart. Adaptive phase-distortion correction based on parallel gradient-descent optimization[J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(12): 907~909
- G. W. Carhart, J. C. Ricklin, V. P. Sivokon et al.. Parallel perturbation gradient descent algorithm for adaptive wavefront correction[C]. *SPIE*, 1997, **3126**: 221~227

- 4 M. A. Vorontsov, V. P. Sivokon. Stochastic parallel-gradient-descent technique for high-resolution wave-front phase-distortion correction[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(10): 2745~2758
- 5 T. Weyrauch, M. A. Vorontsov, T. G. Bifano *et al.*. Adaptive optics system with micromachined mirror array and stochastic gradient descent controller[C]. *SPIE*, 2000, **4124**: 178~188
- 6 M. A. Vorontsov. Decoupled stochastic parallel gradient descent optimization for adaptive optics; integrated approach for wave-front sensor information fusion[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(2): 356~368
- 7 Marc H. Cohen, Mikhail Vorontsov, Gary Carhart *et al.*. Adaptive wavefront correction: a hybrid VLSI/optical system implementing parallel stochastic gradient descent [C]. *SPIE*, 1999, **3866**: 176~182
- 8 Thomas Weyrauch, Mikhail A. Vorontsov, Thomas G. Bifano *et al.*. Microscale adaptive optics: wave-front control with a μ -mirror array and a VLSI stochastic gradient descent controller [J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(24): 4243~4253
- 9 Thomas Weyrauch, Mikhail A. Vorontsov. Free-space laser communications with adaptive optics: Atmospheric compensation experiments[J]. *J. Opt. Fiber. Commun. Rep.*, 2004, **1**: 355~379
- 10 Ling Liu, Mikhail A. Vorontsov. Phase-locking of tiled fiber array using SPGD feedback controller[C]. *SPIE*, 2005, **5895**: 0P-1~0P-9