

基于小波变换的堆积啁啾光脉冲时频分析

张旨遥¹ 周晓军¹ 隋 展² 王建军² 李明中²

(¹ 电子科技大学宽带光纤传输与通信网技术教育部重点实验室, 光电信息学院, 四川 成都 610054)

(² 中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 四川 绵阳 621900)

摘要 以复 Morlet 函数作为小波母函数推导了 $2M$ 路线性啁啾高斯脉冲堆积形成的整形脉冲的时间分辨能量谱密度解析表达式。通过小波变换获得了堆积啁啾脉冲功率和瞬时波长随时间的分布;堆积啁啾高斯脉冲功率随时间呈现振荡变化,瞬时波长在功率接近零的极小值点发生跳变;啁啾的增大会加剧功率的时域振荡和瞬时波长的跳变;瞬时波长的跳变仅发生在功率接近零的极小值附近,脉冲的能量仍然主要集中在由基元脉冲啁啾决定的波长范围内。同时,研究表明脉冲重叠因子的微小变化会极大地影响整形脉冲峰值功率与等效平均功率之比和包络平坦度,且两者不能同时达到最佳,需折衷选取。

关键词 傅里叶光学;能量时间分辨谱密度;小波变换;啁啾脉冲

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS200828s2.0129

Time-Frequency Analysis of Stacking Chirped Optical Pulses Based on Wavelet Transform

Zhiyao Zhang¹ Xiaojun Zhou¹ Zhan Sui² Jianjun Wang² Mingzhong Li²

¹ Key Laboratory of Broadband Optical Fiber Transmission and Communication Networks, Ministry of Education, School of Opto-Electronic Information, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China

² Research Center of Laser Fusion, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, China

Abstract We deduced the analytical expression of the time-resolved energy spectrum density for shaped pulse stacked by $2M$ chirped Gaussian pulse using wavelet transform and complex Morlet function. Time-resolved power and instantaneous central wavelength distribution of the stacking chirped Gaussian pulse have been obtained through wavelet transform. It's found that the power oscillates in the time domain, and the instantaneous central wavelength jumps when the power is zero. Increasing the chirp will aggravate the power oscillation and the instantaneous central wavelength jump. The instantaneous central wavelength jump occurs only when the power is zero. Therefore, the pulse energy remains in the wavelength range determined by the chirp of fundamental pulse. Simulating results also show that a little change of the pulse overlap factor will greatly influence the packing ratio and the flatness of the shaped pulse, both of those cannot simultaneously reach optimum. Therefore, the pulse overlap factor should be selected eclectically.

Key words Fourier optics; time-resolved energy; spectrum density; wavelet transform; chirped pulse

1 引 言

非线性光学、高能物理及光通信等领域需要对光脉冲形状实现精确控制^[1~3]。利用超短脉冲在时域的堆积是获得快上升沿任意形状整形脉冲的方法

之一。最近一种用并联可编程单模光纤延迟线进行啁啾光脉冲堆积整形的新方法可获得任意形状整形脉冲,已应用于惯性约束核聚变(ICF)的前端系统以补偿脉冲放大过程中的失真^[4~6]。用于堆积的多

作者简介: 张旨遥(1983—),男,博士研究生,主要从事非线性光学、全光信号处理方面的研究。

E-mail: zhangzhiyao@uestc.edu.cn

导师简介: 周晓军(1955—),女,博士生导师,主要从事非线性光学、光纤传感和全光信号处理方面的研究。

E-mail: xjzhou@uestc.edu.cn

路脉冲由同一线性啁啾高斯脉冲经分束和不同延时得到,延时和啁啾使相邻脉冲具有随时间较规律变化的相位差,堆积后会出现丰富的时频信息,准确地把握这种堆积啁啾脉冲的时频特性对光纤前端系统的设计是至关重要的。

小波变换(WT)将时间函数投影到二维的时间-频率相平面,可实现对信号的时间-频率联合分析。与仅能获得频谱时间统计特性的傅里叶变换(FT)相比,小波变换可获得更多的脉冲信息,已被用于获取超短脉冲自由空间传输的时间分辨谱^[7]以及超短脉冲的光谱相位重建^[8]等。本文应用小波变换解析地推导了2M路啁啾高斯脉冲堆积形成的整形脉冲的时间分辨能量谱密度,并对不同啁啾和重叠因子的32路啁啾高斯脉冲的堆积进行了分析,研究结果对ICF光纤前端系统的设计具有理论指导意义。

2 小波变换

任意 $L^2(R)$ 空间中的函数 $f(t)$ 的小波变换为^[9]

$$WT_f(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\mathbb{R}} f(t) \psi^* \left(\frac{t-\tau}{a} \right) dt. \quad (1)$$

其中 $WT_f(a, \tau)$ 为具有尺度因子 a 和平移因子 τ 的小波变换系数, $\psi(t)$ 为小波母函数。(1)式的等效频域形式为

$$WT_f(a, \tau) = \frac{\sqrt{a}}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} F(\omega) \tilde{\psi}^*(a\omega) e^{i\omega\tau} d\omega, \quad (2)$$

其中 $F(\omega)$ 和 $\tilde{\psi}(\omega)$ 分别为信号 $f(t)$ 和小波母函数 $\psi(t)$ 的傅里叶变换。

堆积脉冲的基元为线性啁啾高斯脉冲,选取高斯分布的复Morlet函数作为小波母函数,其时域和频域形式为^[9]

$$\psi(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) \exp(i\omega_M t), \quad (3)$$

$$\tilde{\psi}(\omega) = \sqrt{2\pi} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_M)^2}{2}\right]. \quad (4)$$

按照(3),(4)式频谱信号 $F(\omega)$ 的小波变换为

$$WT_f(a, \tau) = \sqrt{\frac{a}{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} F(\omega) \exp\left[-\frac{(a\omega - \omega_M)^2}{2}\right] \exp(i\omega\tau) d\omega. \quad (5)$$

定义 $WT_f(a, \tau)$ 模的平方为时间分辨能量谱密度,由(1),(5)式可看出时间分辨能量谱密度量化了信号 $f(t)$ 在时域窗口中心 $t = \tau$ 及频域窗口中心 $\omega = \omega_M/a$ 处的能量大小。从时间分辨能量谱密度中可以获取功率和瞬时波长随时间的分布信息,因此可更深入地分析堆积啁啾整形脉冲的时频特性。

3 堆积啁啾整形脉冲的小波变换

3.1 基元脉冲的小波变换

基元线性啁啾高斯脉冲的时域及频域光场为

$$A(t) = A_0 \exp\left[-\frac{(1-iC)t^2}{2t_0^2}\right] \exp(i\omega_0 t), \quad (6)$$

$$\tilde{A}(\omega) = \sqrt{\frac{2\pi}{1-iC}} A_0 t_0 \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2 t_0^2}{2(1-iC)}\right], \quad (7)$$

其中 C 为啁啾系数, $C > 0$ 为正啁啾, $C < 0$ 为负啁啾。(6),(7)式的小波变换为

$$WT_A(a, \tau) = \sqrt{\frac{2\pi a}{t_0^2 + (1-iC)a^2}} A_0 t_0 \exp\left\{\frac{[\omega_0 t_0^2 + a\omega_M(1-iC) + i\tau(1-iC)]^2}{2(1-iC)[t_0^2 + a^2(1-iC)]}\right\} \exp\left[-\frac{t_0^2 \omega_0^2 + (1-iC)\omega_M^2}{2(1-iC)}\right], \quad (8)$$

其中 t_0 为基元脉冲半宽度(功率1/e点定义),取值为60 ps; λ_0 为基元脉冲中心波长,取值为1053 nm; P_0 为基元脉冲峰值功率,取值为1 W。

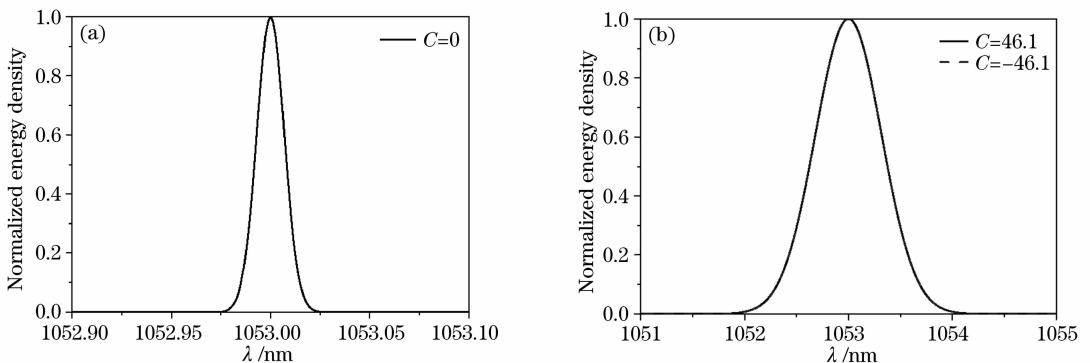


图1 傅里叶变换的基元脉冲能量谱密度图

Fig. 1 Energy spectrum density for fundamental pulse by Fourier transform

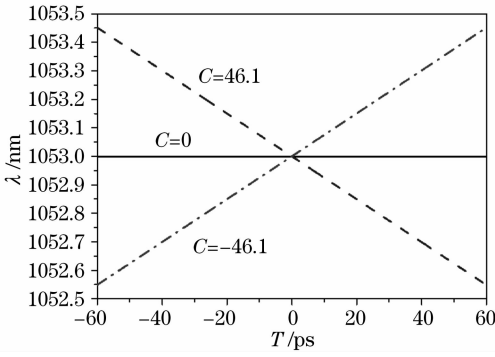


图 2 小波变换的基元脉冲瞬时波长随时间分布图

Fig. 2 Time-resolved instantaneous wavelength distribution for fundamental pulse by wavelet transform

图 1、图 2 分别为基元脉冲经过傅里叶变换的

能量谱密度和经过小波变换的时间分辨能量谱密度中获得的瞬时波长随时间分布。对于具有正负啁啾的脉冲，尽管傅里叶变换得到的能量谱密度相同，但从小波变换的时间分辨能量谱密度中提取的波长时间分布截然不同，可分辨出由啁啾引起的从脉冲前沿到脉冲后沿的瞬时波长变化。由基元脉冲堆积形成的整形脉冲在各基元脉冲重叠处相干，用小波变换才能获得整形脉冲相位变化率(瞬时波长)的时间分辨细节。

3.2 2M 路堆积啁啾脉冲的小波变换

ICF 光纤前端系统的整形脉冲是由多路基元线性啁啾高斯脉冲经过不同延时堆积形成的。2M 路堆积啁啾脉冲的时域及频域光场为

$$A(t) = \sum_{k=-(M-1)}^M A_k \exp\left\{-\frac{(1-iC)}{2} \cdot \left[\frac{t-(k-1/2)rt_0}{t_0}\right]^2\right\} \exp\{i\omega_0[t-(k-1/2)rt_0]\}, \quad (9)$$

$$\tilde{A}(\omega) = \sum_{k=-(M-1)}^M \sqrt{\frac{2\pi}{1-iC}} A_k t_0 \exp\left[-\frac{(\omega-\omega_0)^2 t_0^2}{2(1-iC)}\right] \exp[-i\omega(k-1/2)rt_0], \quad (10)$$

其中 r 为脉冲重叠因子， r 越大相邻脉冲延时越大、重叠越少。(9)、(10)式的小波变换为

$$WT_A(a, \tau) = \sqrt{\frac{2\pi a}{t_0^2 + (1-iC)a^2}} A_0 t_0 \exp\left[-\frac{t_0^2 \omega_0^2 + (1-iC)\omega_M^2}{2(1-iC)}\right] \times \sum_{k=-(M-1)}^M \exp\left\{\frac{\{\omega_0 t_0^2 + a\omega_M(1-iC) + i[\tau - (k-1/2)rt_0](1-iC)\}^2}{2(1-iC)[t_0^2 + a^2(1-iC)]}\right\}. \quad (11)$$

在 ICF 光纤前端系统中，脉宽约 2.2 ns 的整形脉冲由 32 路脉宽(FWHM)100 ps ($t_0 = 60$ ps)的基元线性啁啾高斯脉冲经过不同延时 ($1 \leq r \leq 1.3$) 后堆积而成，基元脉冲的延时及啁啾使得用于堆积的相邻基元脉冲具有随时间变化的相位差，堆积形成的整形脉冲功率随时间振荡。为了量化整形脉冲功率随时间的振荡特性，定义整形脉冲峰值功率与等效平均功率之比为

$$\delta = (P_{\text{peak}} \tau_{\text{stacking}}) / E_{\text{stacking}} \quad (12)$$

其中 P_{peak} 、 τ_{stacking} 、 E_{stacking} 分别为整形脉冲的峰值功率、脉宽和脉冲能量。 δ 越接近 1 表明整形脉冲振荡越不明显。图 3 为 32 路 $C = 46.1$ (谱宽约 0.75 nm)的基元脉冲堆积形成的整形脉冲 δ 与重叠因子 r 的关系曲线。从图 3 可以看到随着 r 的改变， δ 在极大和极小值之间发生变化， $r = 1.1964$ 时 $\delta = 1.5309$ 达到最小值(如图中 A 点所示)， $r = 1.1673$ 和 1.2243 分别对应 δ 最小值点邻近的两个局部极大值 2.9517 和 2.814(如图中 B、C 点所示)。

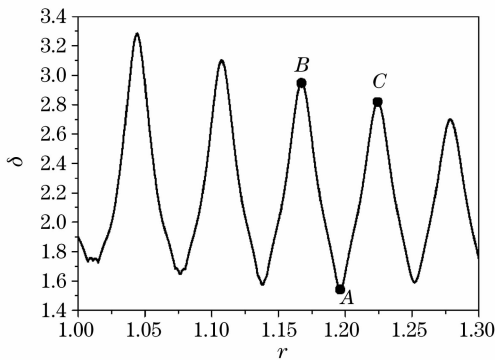


图 3 32 路堆积整形脉冲 δ 与重叠因子 r 的关系曲线

Fig. 3 Relation between δ and overlap factor r for shaped pulse stacking by 32 fundamental pulses

图 4(a)，图 4(b)分别为 $r = 1.1964$ (δ 为最小值)和 1.2243(δ 为局部极大值)时 32 路 C 取值为 46.1 基元脉冲堆积形成的整形脉冲图[如图 4(a1, b1)所示]、局部的功率和瞬时波长随时间分布图[如图 4(a2, b2)所示]及局部的时间分辨能量谱密度图[如图 4(a3, b3)所示]。从图中可以看到，整形脉冲顶部包络在 δ 为局部极大值时较平坦，在 δ 为最小值时不平坦；从小波变换的时间分辨能量谱密度能同时获得堆积啁啾整形脉冲功率和瞬时波长随时间的分布，整形脉冲的瞬时波长在功率接近零的极小值点发生跳变。

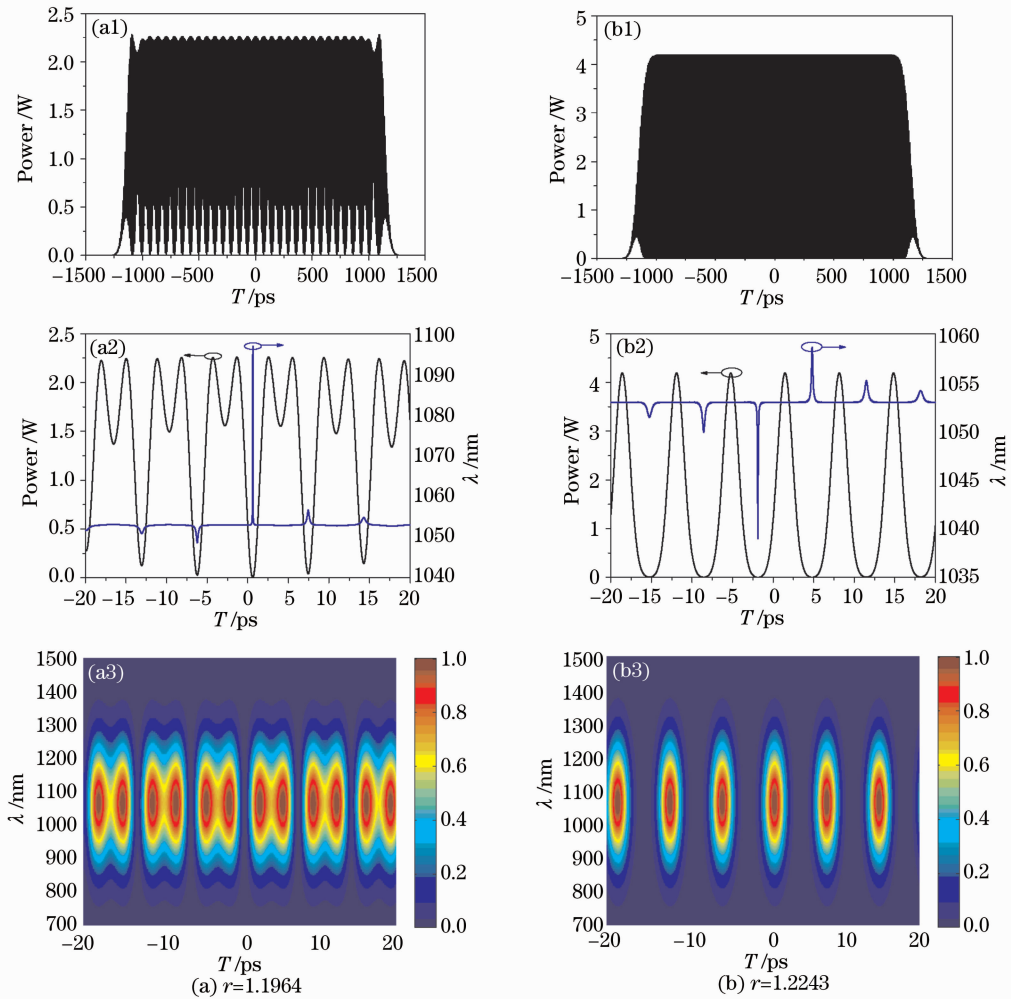


图 4 δ 为最小和局部极大值时的 32 路堆积整形脉冲时频分析

Fig. 4 Time-frequency analysis of shaped pulse stacking by 32 fundamental pulses at the maximum and local minimum δ

图 5(a), 图 5(b) 分别为 32 路 C 取值为 74 和 92 (分别对应谱宽约 1.2 nm 和 1.5 nm) 的基元脉冲堆积形成的整形脉冲 δ 与重叠因子 r 的关系曲线。从图 5(a), 图 5(b) 中可以看到, 啁啾的增大不能消除

整形脉冲的时域功率振荡, 整形脉冲的 δ 无法降到 1.5 以下。 δ 随 r 的变化在大啁啾时比小啁啾时更剧烈。 r 由延时决定, 为保证大啁啾时 δ 的稳定, 对延时的抖动提出了更高的要求。

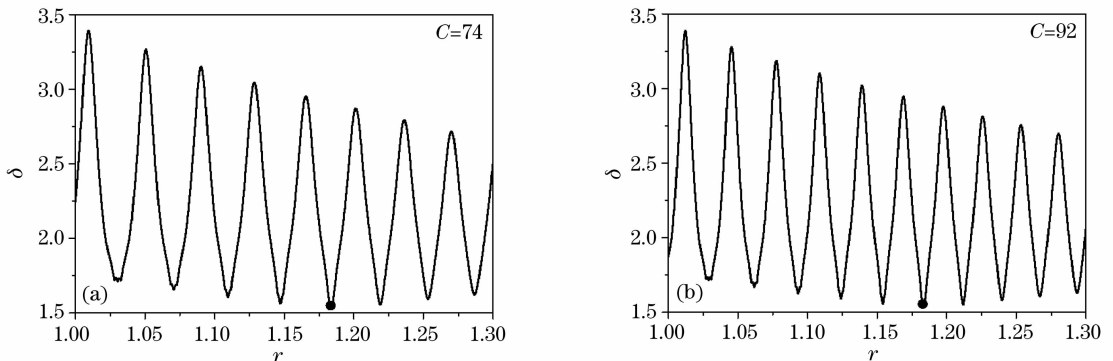


图 5 不同啁啾下整形脉冲 δ 与重叠因子 r 的关系曲线

Fig. 5 Relation between δ and overlap factor r for shaped pulse at different chirp

图 6(a), 图 6(b) 分别为 32 路 C 取值为 74 和 92 的基元脉冲堆积形成的整形脉冲局部的功率和瞬时波长随时间的分布图, 计算选用 $r = 1.1964$ 。图 6(a), 图 6(b) 和图 4(a) 对比可以看到啁啾系数越大, 整形脉冲功率在时域的振荡越剧烈, 同时瞬时波长在时域的跳变越剧烈。大量计算表明瞬时波

长仅在整形脉冲功率接近零的极小值点发生跳变, 其余时刻仍在由基元脉冲啁啾决定的波长范围内发生变化, 所以脉冲的能量仍然主要集中在基元脉冲中心波长附近, 不会对 ICF 后续光学系统的设计 (主要是带宽) 带来较大影响。

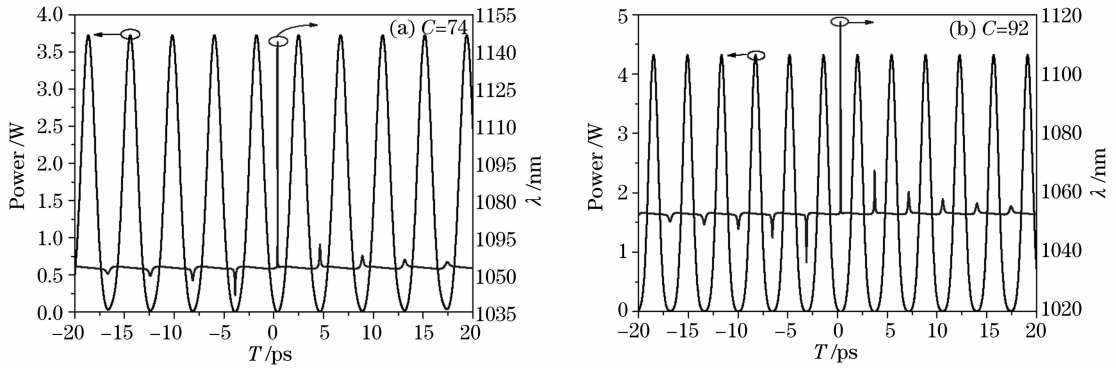


图 6 不同啁啾时堆积啁啾高斯脉冲的小波变换

Fig. 6 Wavelet transform for stacking chirped Gauss pulse at different chirp

4 结 论

相对于傅里叶谱只能得到信号时间统计特性的特点, 基于小波变换的能量时间分辨谱密度在描述由啁啾脉冲堆积形成的整形脉冲时更具优势。以复 Morlet 函数作为小波母函数推导了线性啁啾高斯脉冲及 $2M$ 路线性啁啾高斯脉冲堆积形成的整形脉冲的时间分辨能量谱密度解析表达式, 并对不同啁啾和重叠因子的 32 路高斯脉冲堆积形成的整形脉冲进行了时频分析。结果表明小波变化的时间分辨能量谱密度能同时获得堆积啁啾整形脉冲功率和瞬时中心波长随时间的分布; 堆积啁啾整形脉冲功率随时间呈现振荡特性, 瞬时波长在功率接近零的极小值点处发生跳变; 啁啾越大, 功率随时间的振荡越剧烈, 同时瞬时波长在时域的跳变也越剧烈; 由于瞬时中心波长的跳变仅发生在功率为零的极小值点, 脉冲的能量集中在基元脉冲中心频率附近由啁啾决定的波长范围内。计算结果还表明, 脉冲重叠因子的微小改变会严重影响整形脉冲填充比和包络平坦度, 两者不能同时达到最佳, 只能折中选取。

参 考 文 献

1 S. Wantanabe, R. Ludwig, F. Futami *et al.*, Ultrafast all-optical 3R-regeneration [J], *IEICE Trans. Electron.*, 2004,

E87-C: 1114~1118

- J. H. Lee, L. K. Oxenlwe, M. Ibsen *et al.*, All-optical TDM data semultiplexing at 80 Gbit/s with significant timing jitter tolerance using a fiber Bragg grating based rectangular pulse switching technology [J], 2003, **21**: 2518~2523
- L. K. Oxenlwe, M. Galili, R. Slavik *et al.*, Timing jitter tolerant 640 Gb/s demultiplexing using a long-period fiber grating based flat-top pulse shaper [C]. *Proc. 33rd Eur. Conf. Opt. Commun.*, 2007, Tu4. 5. 2
- Z. Sui, H. H. Lin, J. J. Wang *et al.*, A compact nanosecond-pulse shaping system based on pulse stacking in fibres [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2006, **23**(8): 2074~2076
- J. J. Wang, H. H. Lin, Z. Sui *et al.*, Temporal pulse shaping by chirped pulse stacking in fiber time delay lines [C]. *Proc. of SPIE*, 2006, **6287**: 62870G
- Honghuan Lin, Zhan Sui, Jianjun Wang *et al.*, Optical pulse shaping by chirped pulse stacking [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(3): 466~470
林宏免, 隋展, 王建军等. 啁啾脉冲堆积用于光脉冲整形 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(3): 466~470
- Hongping Chen, Zhitong Cao, Guoguang He. Time-resolved power spectra of the propagating ultrashort pulsed Beam [J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2002, **13**(10): 1066~1070
陈宏平, 曹志彤, 何国光. 超短脉冲光束传输的时间分辨功率谱 [J]. *光电子·激光*, 2002, **13**(10): 1066~1070
- Yuqiang Deng, Zhigang Zhang, Lu Chai *et al.*, Effect s of noise on spectral phase reconstruction with wavelet analysis [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(9): 4176~4181
邓玉强, 张志刚, 柴路等. 小波变换重建超短脉冲光谱相位的误差分析 [J]. *物理学报*, 2005, **54**(9): 4176~4181