

涡旋光束在湍流大气中的传输特性

王 涛 蒲继雄 陈子阳

(华侨大学电子科学与技术系, 福建 泉州 362021)

摘要 根据广义的惠更斯-菲涅耳原理,研究了涡旋光束在湍流大气中的传输特性。研究表明,涡旋光束在湍流大气中传输时,截面光强会从空心分布转化为高斯分布。光束所带的拓扑电荷数以及大气湍流均会影响光强分布的变化。研究结果还表明,涡旋光束能够抑制大气湍流对光束扩展的影响,这一现象得到了实验上的证实。通过杨氏双缝干涉的方法,还研究了涡旋光束经过湍流大气传输后的拓扑电荷数。研究发现,涡旋光束经过湍流大气后,拓扑电荷数将发生波动。

关键词 大气光学;传输特性;广义惠更斯-菲涅耳原理;光学涡旋

中图分类号 TN012 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS200828s2.0082

Propagation of Vortex Beams in a Turbulent Atmosphere

Wang Tao Pu Jixiong Chen Ziyang

(Department of Electronic Science & Technology, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China)

Abstract Based on the extended Huygens-Fresnel principle, the propagation of vortex beams in a turbulent atmosphere has been investigated. It is found that the beam profile will approach to a Gaussian shape when the vortex beam propagates a distance in a turbulent atmosphere, and the topological charge and the atmospheric turbulence will influence the changes of the intensity distribution. It is also found that vortex beams can reduce the beam-spreading induced by the atmospheric turbulence. Moreover, the topological charge of the vortex beam propagating in a turbulent atmosphere has also been studied by using the Young's double-slit interference experiment. It is found that the topological charge of the beam will exhibit fluctuating as it propagates through a turbulent atmosphere.

Key words atmospheric optics; propagation properties; extended Huygens-Fresnel principle; optical vortex

1 引 言

激光光束在湍流大气中的传输对于遥感、成像以及远距离光通信等方面有着重要的意义,因而受到广泛的关注^[1]。然而,激光光束在大气中传输时,湍流的存在会导致光束迅速地扩展,这使得激光光束在远距离光通信中的应用受到极大的限制。寻求特殊的光束以降低大气湍流对光束传输的影响,一直是人们努力的方向,例如,部分相干光束^[2,3]、平顶高斯光束^[4,5]、余弦高斯光束和椭圆高斯光束^[6,7]等。

另一方面,涡旋光束的产生和传输特性也引起了人们极大的兴趣^[8~13]。涡旋光束的每个光子带有固定的轨道角动量,这使得以光束的拓扑电荷数

作为信息的载体用于空间光通信成为可能。因此,涡旋光束在湍流介质中的传输特性显得相当重要,然而,关于涡旋光束在湍流介质中的传输特性的研究很少,尤其是实验研究。

本文首先根据广义的惠更斯-菲涅耳原理研究了涡旋光束在湍流介质中传输时的光强分布,然后分别从理论上和实验上研究了涡旋光束在湍流介质中传输时的光束扩展,最后实验探讨了涡旋光束在湍流介质中传输时拓扑电荷数的变化情况。

2 理论基础与实验分析

假设光源位于 $z = 0$ 平面,光源发出的拉盖尔-

基金项目: 福建省科技计划重点项目(2007H0027)和福建省自然科学基金(A0810012)资助课题。

作者简介: 王 涛(1984—),男,硕士研究生,主要从事奇点光学与传输光学的研究。E-mail: towerwang@126.com

导师简介: 蒲继雄(1962—),男,博士,教授,主要从事传输光学与非线性光学的研究。

E-mail: jixiong@hqu.edu.cn (通信联系人)

高斯光束在近轴近似条件下沿 z 轴正方向在湍流介质中传输,在光源平面,光束的场可以表示为

$$E(r, \theta) = \left(\frac{\sqrt{2}r}{\sigma}\right)^l \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right) \exp(-i l \theta), \quad (1)$$

式中 σ 为光斑大小, l 为拓扑电荷数, r, θ 分别表示光源平面位置矢量的模和方位角。

在 Rytov 近似条件下,光波在弱湍流介质中经过 z 距离的传输后,光束的场可以表示为

$$E(\boldsymbol{\rho}, z) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ikz) \iint_s E(r, \theta) \exp\left[\frac{ik}{2z}(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{r})^2\right] \exp[\psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}, z, \omega)] r dr d\theta, \quad (2)$$

式中 $\boldsymbol{\rho}$ 为输出平面的位置矢量, $\psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}, z, \omega)$ 为光束从光源平面传输到观察平面的过程中,大气湍流对其复相位的扰动, $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ 为波数。

光束经过湍流介质传输后的交叉谱密度可以表示为^[14]

$$\begin{aligned} W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z) &= \langle E(\boldsymbol{\rho}_1, z) E(\boldsymbol{\rho}_2, z) \rangle = \\ &= \frac{k^2}{4\pi z^2} \iiint E(r_1, \theta_1) E(r_2, \theta_2) \exp\left[-\frac{ik}{2z}(\boldsymbol{\rho}_1 - \mathbf{r}_1)^2 + \frac{ik}{2z}(\boldsymbol{\rho}_2 - \mathbf{r}_2)^2\right] \times \\ &\quad \langle \exp[\psi(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\rho}_1, z, \omega) + \psi(\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\rho}_2, z, \omega)] \rangle d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} \langle \exp[\psi(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\rho}_1, z, \omega) + \psi(\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\rho}_2, z, \omega)] \rangle &= \exp[-0.5 D_\psi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] = \\ &= \exp\left\{-\frac{1}{\rho_0^2}[(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2 + (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) + (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2)^2]\right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $D_\psi(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ 为相位结构函数, $\rho_0 = (0.545 C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$ 为球面波在湍流介质中传输时的相干长度, C_n^2 为折射率结构常数,它表征湍流的强弱。

将(1),(4)式代入(3)式,并且令 $\boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\rho}_2 = \boldsymbol{\rho}$, 输出平面的光强分布可以表示为

$$\begin{aligned} I(\rho, \phi, z) &= \frac{k^2}{4\pi z^2} \iiint \left(\frac{2r_1 r_2}{\sigma^2}\right)^l \exp\left[-\frac{ik}{2z}(r_1^2 - r_2^2)\right] \exp\left[\frac{ik\rho r_1 \cos(\phi - \theta_1)}{z}\right] \exp\left[-\frac{ik\rho r_2 \cos(\phi - \theta_2)}{z}\right] \times \\ &\quad \exp\left[-\left(\frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\rho_0^2}\right)(r_1^2 + r_2^2)\right] \exp\left[\frac{2r_1 r_2}{\rho_0^2} \cos(\theta_1 - \theta_2)\right] \exp[-il(\theta_1 - \theta_2)] r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\theta_1 d\theta_2, \end{aligned} \quad (5)$$

根据公式^[11,15]

$$\exp\left[\frac{ik\rho r}{z} \cos(\phi - \theta)\right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n\left(\frac{k\rho r}{z}\right) \exp[in(\phi - \theta)], \quad (6)$$

$$\int_0^{2\pi} \exp\left[-i l \theta_1 + \frac{2r_1 r_2}{\rho_0^2} \cos(\theta_1 - \theta_2)\right] d\theta_1 = 2\pi \exp(-i l \theta_2) I_l\left(\frac{2r_1 r_2}{\rho_0^2}\right), \quad (7)$$

(5)式可以简化为

$$\begin{aligned} I(\rho, \phi, z) &= \frac{k^2}{z^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left[-\left(\frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\rho_0^2}\right)(r_1^2 + r_2^2)\right] \exp\left[-\frac{ik}{2z}(r_1^2 - r_2^2)\right] J_n\left(\frac{k\rho r_1}{z}\right) \times \\ &\quad J_n\left(\frac{k\rho r_2}{z}\right) I_{n+l}\left(\frac{2r_1 r_2}{\rho_0^2}\right) r_1 r_2 dr_1 dr_2, \end{aligned} \quad (8)$$

式中 I_{n+l} 为第 $n+l$ 阶修正贝塞耳函数。

根据(8)式,可以得到涡旋光束在湍流介质中传输时的光强分布规律。实验研究涡旋光束在湍流介质中的传输如图 1 所示,He-Ne 激光器发出的光束入射到全息片上产生涡旋光束。让涡旋光束通过湍流介质(转动的相位板)后,检测光束的光强分布,采用杨氏双缝干涉实验检测涡旋光束通过湍流介质后的拓扑电荷数。

3 涡旋光束在传输过程中的光强分布和光束扩展

图 2 所示为涡旋光束在湍流介质中传输时,湍流强弱对光强分布的影响。图中参数为: $\sigma = 0.01 \text{ m}$, $l = 2$, $\lambda = 0.6328 \text{ }\mu\text{m}$ 。图中实线、虚线和点划线分别给出 $C_n^2 = 0$ (free space), $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$ 和 $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 时涡旋光束在传输过程中的光强分布。从图中可以看出,涡旋光束在

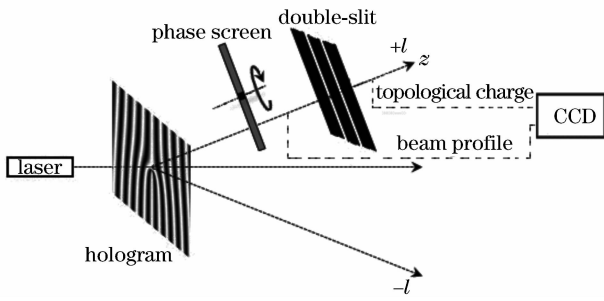


图1 涡旋光束在湍流介质中的传输

Fig. 1 Transmit of the vortex beams propagates in a turbulent atmosphere

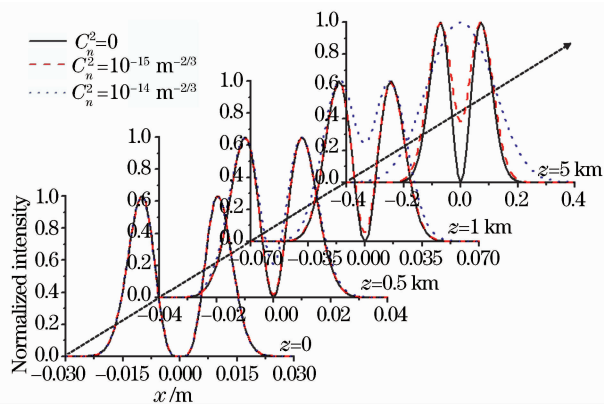


图2 湍流强弱对光强分布的影响

Fig. 2 Intensity distribution of vortex beam propagates in a turbulent atmosphere with different construct constant of the turbulence

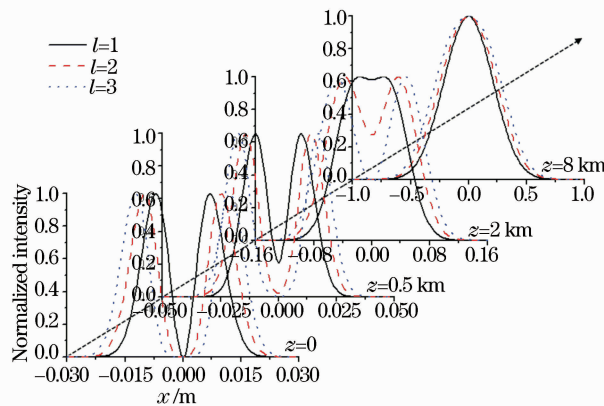


图3 拓扑电荷数对光强分布的影响

Fig. 3 Intensity distribution of vortex beam propagates in a turbulent atmosphere with different topological charge

自由空间传输时,光强分布保持空心分布不变,而光束在湍流介质中传输时,光强分布会逐渐转化为高斯分布,湍流越强,转化速度越快。

图3给出了涡旋光束在湍流介质中传输时,拓扑电荷数对传输特性的影响。图中计算参数为: $\sigma =$

0.01 m , $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 。图中实线、虚线和点划线分布给出 $l=1, 2, 3$ 时涡旋光束在传输过程中的光强分布图。从图中可以看出,光束拓扑电荷数越大,光斑空心分布越明显,光强分布转化为高斯分布所需要的传输距离更长。

下面考虑涡旋光束在湍流介质中传输时的光束扩展。为便于比较,首先给出高斯光束在湍流介质和自由空间中传输时的光束扩展。计算参数为: $\sigma = 0.01 \text{ m}$, $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, $l = 0$, $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 。如图4所示,其中横坐标为传输距离,纵坐标为光斑半径,图4(a)为理论计算的结果,图4(b)为实验现象。从图4可以看出,当高斯光束在湍流介质中传输时,湍流导致的光束扩展是相当明显的。图5研究了涡旋光束在传输过程中的扩展,拓扑电荷数 $l=3$ 。计算参数为: $\sigma = 0.01 \text{ m}$, $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 。图5(a)为理论结果,图5(b)为实验现象。从图5可以看出,涡旋光束在湍流介质和自由空间中传输时,光束扩展的差异不是很明显,也就是说,湍流导致的涡旋光束的扩展要比高斯光束的扩展小得多。

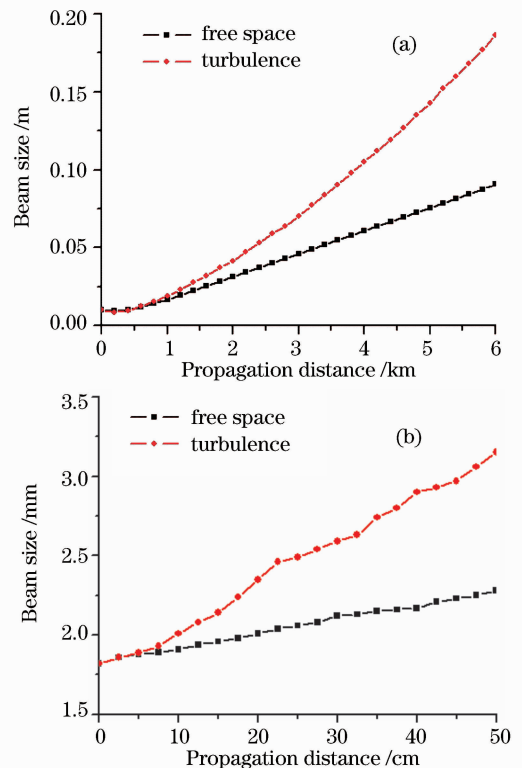


图4 高斯光束在湍流介质和自由空间中传输时的光束扩展

Fig. 4 Beam-spreading of Gaussian beam propagation in a turbulent atmosphere and free space

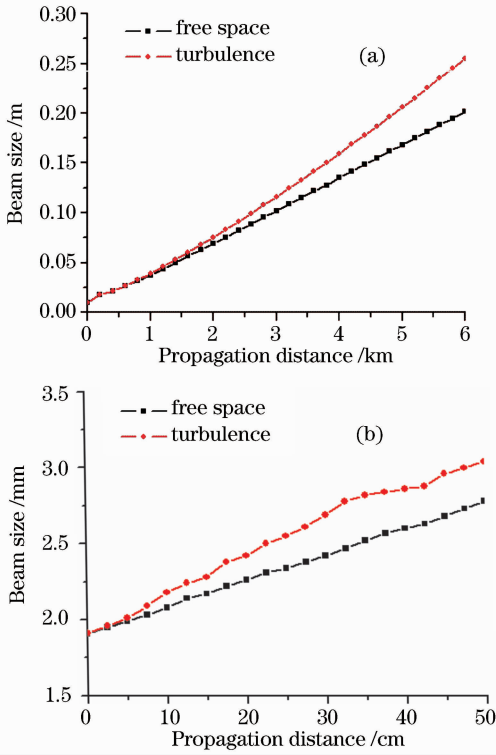


图 5 涡旋光束在湍流介质和自由空间中传输时的光束扩展
Fig. 5 Beam-spreading of vortex beam propagation in a turbulent atmosphere and free space

4 涡旋光束在湍流介质中传输时的拓扑电荷数

下面将从实验上研究涡旋光束经过湍流介质传输后的拓扑电荷数。这里采用杨氏双缝干涉的实验。涡旋光束在衍射场中的相位分布如图 6(a)所示。而衍射场中的光强分布可以表示为

$$I(x, y) \propto \cos^2 \left[\frac{\delta}{2} + \frac{\Delta\varphi(y)}{2} \right], \quad (10)$$

式中 $\Delta\varphi(y) = \varphi_2(y) - \varphi_1(y)$ 为双缝上的相位分布，如图 6(b)所示。

众所周知，对于非涡旋光束而言，双缝干涉条纹在狭缝的方向上是直的。然而，对于拓扑电荷数为 l 的涡旋光束而言，从下到上看，相位差从 0 变化到 $2l\pi$ ，这将导致干涉条纹在垂直于单缝的方向上发生移动。干涉条纹移动的数目正好等于涡旋光束的拓扑电荷数。因此，可以根据干涉条纹的移动知道光束的拓扑电荷数。

图 7, 8 给出了涡旋光束经过湍流介质后的双缝干涉条纹，光源的拓扑电荷数 l 均为 1。图 7 为涡旋光束经过较弱的湍流介质的情况，图 7(a) 为光束经

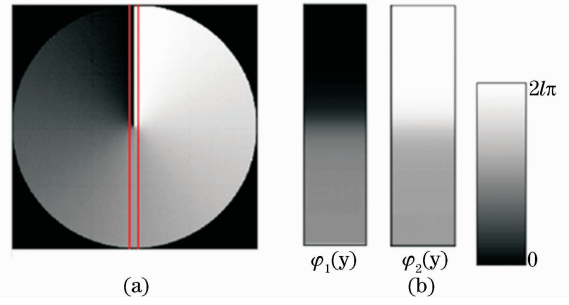


图 6 (a) 涡旋光束的相位分布及 (b) 双缝上的相位分布
Fig. 6 Phase distribution across the beam (a) and the phase on the double-slits (b) for a vortex beam

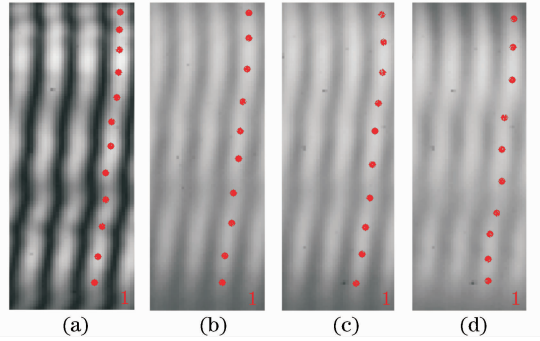


图 7 涡旋光束经过弱湍流介质后的双缝干涉条纹
Fig. 7 Young's double-slit interference fringes of vortex beam propagate through a weaker turbulence

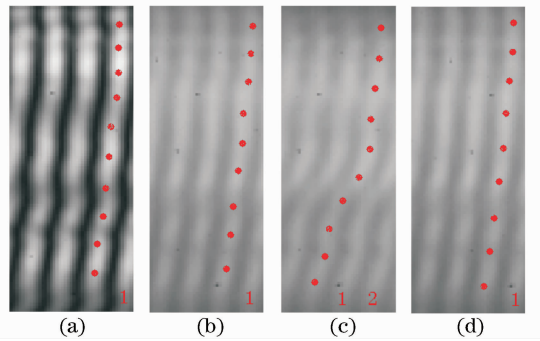


图 8 涡旋光束经过强湍流介质后的双缝干涉条纹
Fig. 8 Young's double-slit interference fringes of vortex beam propagate through a stronger turbulence

过自由空间的情况，图 7(b)~(d) 为涡旋光束经过湍流介质后的干涉条纹，它们是同一地点不同时刻的干涉条纹，从图中可以看出，当湍流较弱时，光束通过湍流介质后的拓扑电荷数基本上保持不变。图 8 所示为涡旋光束经过较强湍流介质后的干涉条纹，与图 7 一样，图 8(a) 是光束经过自由空间的情况，图 8(b)~(d) 是经过湍流介质后的同一地点不同时刻的干涉条纹。从图 8 中可以看出，当湍流介质较强时，光束通过湍流介质后，它的拓扑电荷数不再保持恒定，而是在光源所带拓扑电荷数的真实值

附近发生随机波动。

5 结 论

研究了涡旋光束在湍流介质中的传输特性,研究表明,涡旋光束在湍流介质中传输时,光强分布会受到湍流强弱和光束所带拓扑电荷数的影响。通过对光束扩展的研究表明,涡旋光束受到湍流的影响比高斯光束小得多,这一现象得到了实验上的证实。此外,还从实验上研究了大气湍流对涡旋光束拓扑电荷数的影响,研究表明,在较强的湍流扰动情况下,涡旋光束的拓扑电荷数会发生变化。

参 考 文 献

- 1 L. C. Andrews, R. L. Phillips. Laser Beam Propagation through Random Media [M]. Bellingham, Wash: SPIE Press, 1998
- 2 J. Wu, Propagation of a Gaussian-Schell beam through turbulent media [J]. *J. Mod. Opt.*, 1990, **37**(4):671~684
- 3 J. Wu, A. D. Boardman. Coherence length of a Gaussian-Schell beam and atmospheric turbulence [J]. *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**(7):1355~1363
- 4 H. T Eyyubođlu, A. Arpali, Y. Baykal. Flat topped beams and their characteristics in turbulent media [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**:4197~4207
- 5 Y. Baykal, H. T. Eyyubođlu. Scintillation index of flat-topped Gaussian beams [J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(16):3793~3797
- 6 H. T. Eyyubođlu, Y. Baykal. Analysis of reciprocity of cos-Gaussian and cosh-Gaussian laser beams in a turbulent atmosphere [J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(20):4659~4674
- 7 Ji Xiaoling, Huang Taixing, Lü Baida. Spreading of partially coherent cosh-Gaussian beams propagating through turbulent atmosphere [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(2):978~982
季小玲,黄太星,吕百达. 部分相干双曲余弦高斯光束通过湍流大气的光束扩展[J]. *物理学报*, 2006, **55**(2):978~982
- 8 V. Garcés-Chávez, K. Dholakia, W. M. Lee. Interference from multiple trapped colloids in an optical vortex beam [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(16):7436~7446
- 9 L. E. Helseth. Optical vortices in focal regions [J]. *Opt. Commun.*, 2004, **229**:85~91
- 10 G. Gbur, T. D. Visser. Phase singularities and coherence vortices in linear optical systems [J]. *Opt. Commun.*, 2006, **259**(2):428~435
- 11 L. Rao, J. Pu. Focusing of partially coherent vortex beams by an aperture lens [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2007, **24**(5):1252~1255
- 12 G. Gbur, R. K. Tyson. Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2008, **25**(1):225~230
- 13 Q. Xie, D. Zhao. Optical vortices generated by multi-level achromatic spiral phase plates for broadband beams [J]. *Opt. Commun.*, 2008, **281**(1):7~11
- 14 X. Y. Du, D. M. Zhao, O. Korotkova. Changes in the statistical properties of stochastic anisotropic electromagnetic beams on propagation in the turbulent atmosphere [J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(25):16909~16915
- 15 I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik. Tables of Integrals, Series and Products [M]. Academic Press, 2000