

# 基于低密度奇偶校验码的超强前向纠错码设计

廖 薇 吴 翔 刘锦高

(华东师范大学信息学院电子系, 上海 200241)

**摘要** 光纤中的传输效应(如色散、偏振模色散(PMD)和非线性效应等)会严重影响传输速率和传输距离的进一步提高。因而有必要研究性能更好的新超强前向纠错(Super-FEC)码型,使其在光通信系统中获得更高的编码增益和更好的纠错性能。简单介绍了低密度奇偶校验(LDPC)码,然后提出光通信系统中一种基于 LDPC 码的超强前向纠错(Super-FEC)码型,构造了冗余度为 6.68% 的新颖 LDPC(3969,3720)码,并给出超强 FEC 码型的仿真结果。通过与 RS(255,239)及 BCH(3860,3824)+BCH(2040,1930)进行对比分析,还分析与探讨了新 LDPC 码型的编译码电路的设计实现问题。通过理论分析与仿真结果表明这种超强 FEC 码型具有良好的性能,可以节省硬件开销,比较适用于光通信系统中,可作为超强 FEC 码型的候选码。

**关键词** 光通信系统;低密度奇偶校验码;超强前向纠错码;置信传播译码

**中图分类号** TN929 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS200828s2.0058

## Design of a Super-FEC Code Based on Low Density Parity Check Code in Optical Communication System

Liao Wei Wu Xiang Liu Jingao

(School of Information Science and Technology, East China Normal University, Shanghai 200241, China)

**Abstract** The effect of optical fiber transmission (dispersion, PMD and nonlinear effects, etc.) will seriously affect the transmission speed and further improvement of the distance. Consequently, it is essential to work out new super forward error correction (Super-FEC) codes with better performance so that higher coding gain and better error correction performance will be received. This paper briefly introduced the low density parity check (LDPC) codes, and then proposed a SFEC code based on LDPC code in optical communication system. The novel LDPC(3969,3720) code with 6.68% redundancy was constructed, and the simulation result of the FEC code was showed up. It not only compared with those of the RS(255,239)code and BCH(3860,3824)+BCH(2040,1930) code, but also analyzed and discussed the problem that the encoding and decoding of LDPC circuit design and implementation. Through the theoretical analysis and simulation results show that this super-FEC code has a good performance, and can save hardware costs so that it is suitable in optical communication system and can be used as a super-FEC candidate code.

**Key words** optical communication system; low density parity check; Super-FEC codes; RS code

## 1 引 言

随着光纤通信系统向超高速、超长距离、超大容量的方向发展,前向纠错(FEC)技术作为超长距离光传输系统的关键技术之一。目前用于高速光通信系统的 FEC 码主要是单一的线性系统中循环码:博斯-查德胡压-霍昆格姆编码(BCH 码)、班德-所罗门码(RS 码)。光纤中的传输效应(如色散、偏振模色

散(PMD)和非线性效应等)会严重影响传输速率和传输距离的进一步提高。因而有必要研究性能更好的新超强前向纠错(Super-FEC)码型,使其在光通信系统中获得更高的编码增益和更好的纠错性能<sup>[1,2]</sup>。

本文进行的一项光通信中基于低密度奇偶校验(LDPC)码的 Super-FEC 码的研究,提出的新码型

**基金项目**:上海市 2007 年科技攻关重点项目(075115002)资助课题。

**作者简介**:廖 薇(1982—),女,博士研究生,主要从事信号处理、通信与信息系统方面的研究。

E-mail: liaowei54@126.com

**导师简介**:刘锦高(1948—),男,教授,博士生导师,主要从事数字信号处理、高频地波雷达海洋遥感、光纤通信、移动通信、位置相关的移动通信服务系统、现代数字终端技术等方面的研究。

为 LDPC(3969,3720)码,并进行了系统设计和仿真性能分析,还分析与探讨了新 LDPC 码型的编译码电路的设计实现问题。

## 2 LDPC 码的理论分析

LDPC 码是一种具有稀疏校验矩阵的分组纠错码,是哥拉格(Gallager)于 1962 年提出的一种性能接近香农限的好码<sup>[3,4]</sup>。低密度奇偶校验码是近年来备受重视的一种信道编码。该码具有逼近香农极限的纠错性能及适合于并行计算的简单译码算法<sup>[5]</sup>,描述和实现简单,易于进行理论分析,译码简单且可实行并行操作,适合硬件实现,因而不断被各种新的通信标准所采纳,这使得 LDPC 码的实际应用在不久的将来将成为现实,也表明在未来一段相当长的时间里,LDPC 码将成为通信系统中的一种主流信道编码<sup>[6]</sup>。

### 2.1 LDPC 码简介

LDPC 码是一种线性分组码,其最基本的特征就是其奇偶校验矩阵的稀疏性,即其中非零元素的个数远远小于矩阵的大小。LDPC 码的定义通常是首先定义对应的奇偶校验矩阵,对于任何一个线性分组码,其有效码字  $y$  和校验矩阵  $H$  间都必须满足关系  $H^T y = 0$ <sup>[7]</sup>。该等式一共可以写出  $k$  个校验方程, $k$  代表了校验矩阵的行数,每个校验方程代表了该 LDPC 码的符号比特间必须满足的一项约束。由于 LDPC 码奇偶校验矩阵的稀疏性,每个校验方程都只有很少的几个比特参与,从而很容易判断该校验方程是否已经满足。

### 2.2 LDPC 码的构造

LDPC 码的构造方法一直是 LDPC 码研究的一个重点。LDPC 码的校验矩阵是一种稀疏矩阵,即矩阵中非零元素的个数远远小于零元素的个数,或者矩阵的行重和列重与码长相比是很小的数<sup>[8]</sup>。LDPC 码由其校验矩阵决定。校验矩阵确定后,变换后得到生成矩阵,从而实现了 LDPC 码的编码。

码的结构决定了 LDPC 码的性能。目前,LDPC 码的构造方法可以大致分为两大类:随机构造法和结构化构造方法。随机 LDPC 码的构造基于某种设计规则或需要的码-图结构,例如最小环长(girth)分布和节点度数对分布利用计算机搜索而成。长的随机 LDPC 码具有逼近香农限的能力,但是,随机码通常编码复杂。结构化构造方法又可以分为代数构造方法及组合法。代数方法中包括基于有限几何的构造方法和基于循环置换矩阵的方

法。结构化构造的 LDPC 码可以保证中长码和短码具有好的矩阵特性,而且可以使以图表示的 LDPC 码中的 girth 尽可能的大。

作为一种线性分组码,LDPC 码的  $H$  矩阵必须满足以下三个条件:是一个稀疏矩阵;任意两行至多只在同一个位置具有非零元素“1”;任意两列至多只在同一个位置具有非零元素“1”。通常,上述三个条件被简称为行列约束条件。

基于上述对高码率 LDPC 码的相关理论的分析以及 LDPC 码的其他方面的自身特殊性,本文提出了在构造 LDPC 码时还要考虑如下两点构造原则:

1) 构造的 LDPC 码没有环四现象,即要满足斯泰纳界的要求,以便对 LDPC 码进行译码时将具有更好的译码收敛性。

2) 构造的 LDPC 码具有较低的密度,即 LDPC 码的校验矩阵  $H$  中 1 的个数相对于 0 的个数要绝对少得多。这样在进行迭代译码时,每次迭代将有较少的计算量,译码复杂度会降低。

## 3 基于 LDPC 码构造的超强 FEC 码型

根据 2.2 节 LDPC 码构造超强 FEC 码型的构造原则,要求没有环四、要使用低密度的  $H$  以及系统构造的 LDPC 码更容易实现。二元域 GF(2)上的 LDPC 码的编译码实现复杂度比使用迭代的级联码和 BTC 简单许多,因此,采用这类码型来构造更容易实现的超强 FEC 码型,并采用相对节省硬件开销的可构造无环四的系统 LDPC 码的构造方法。

考虑到码长较长的 LDPC 码具有更优良的纠错性能,且超强 FEC 码型要求有较低的冗余度,所以重点考虑码长在千比特以上冗余度较低的 LDPC 码。在这类 LDPC 码中,又重点考虑 SCG(4,63)。SCG(4,63)与目前光通信系统中使用的 RS(255,239)具有基本相同的冗余度,实现复杂度较低,如果纠错性能很好可以考虑用它来替代 RS(255,239)应用在光通信系统中。

## 4 编译码电路的设计与分析

LDPC 码型设计好后就可以求得生成矩阵  $G$ ,然后根据这一生成矩阵可以很方便的实现编码。具体的电路设计规则就是将信息比特编号按从小到大的顺序排成一列,将编码比特编号按从小到大的顺序排成一列,然后寻找与第一个编码比特有联系的信息比特。寻找的方法就是查看所有信息比特编号

对应的行号与该编码比特编号对应的列号在  $G$  中的交汇位置处是否为 1, 若为 1 就表示这一信息比特与该编码比特有联系, 否则就没联系。最后将所有与该编码比特有联系的信息比特进行异或运算就完成了第一个编码比特电路。其余编码比特的电路设计原则与第一个编码比特电路的设计原则是相同的, 可依次进行设计<sup>[9]</sup>。当最后一个编码比特的编码电路设计完成时, 整个 LDPC 码的编码电路也就设计出来了。图 1 给出了一个生成矩阵为  $G =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

的 LDPC 码的编码电路图。

LDPC 码的译码电路实现起来要复杂一些, 一般有两种实现结构: 串行结构和并行结构。由于并行解码性能与串行解码在性能上并无差别, 只是占用更多的硬件资源来换取更快的速度, 并且每一种并行结构只能针对具有某一特定校验矩阵的 LDPC 码, 比较适合在光通信系统中采用。所以这里我们只简单的分析串行结构实现的 LDPC 码译码器。

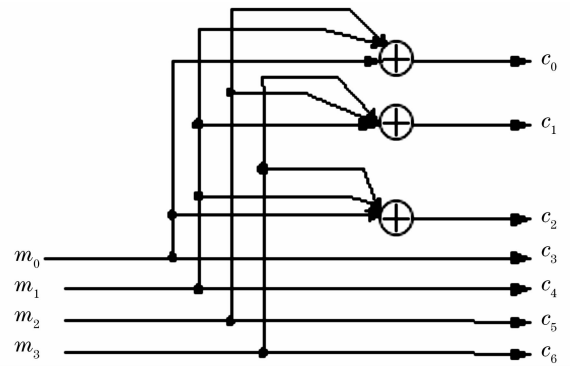


图 1 LDPC 码的编码电路图

Fig. 1 Encoding circuit schematic diagram of the LDPC code

串行解码结构图如图 2 所示, 帧检测单元检测到帧头后表示后面的输入有效, 启动译码器。初始化单元完成译码器的初始化; 校验节点单元和变量节点单元分别完成校验节点和变量节点的更新计算, 其中校验节点单元还要判断是否满足校验条件或达到最大迭代次数; 两个 RAM 完成特定校验矩阵迭代信息的位置置换; 中心控制模块完成整个系统的流程控制; 缓冲模块是为了达到速率匹配和能够连续译码而设置的。

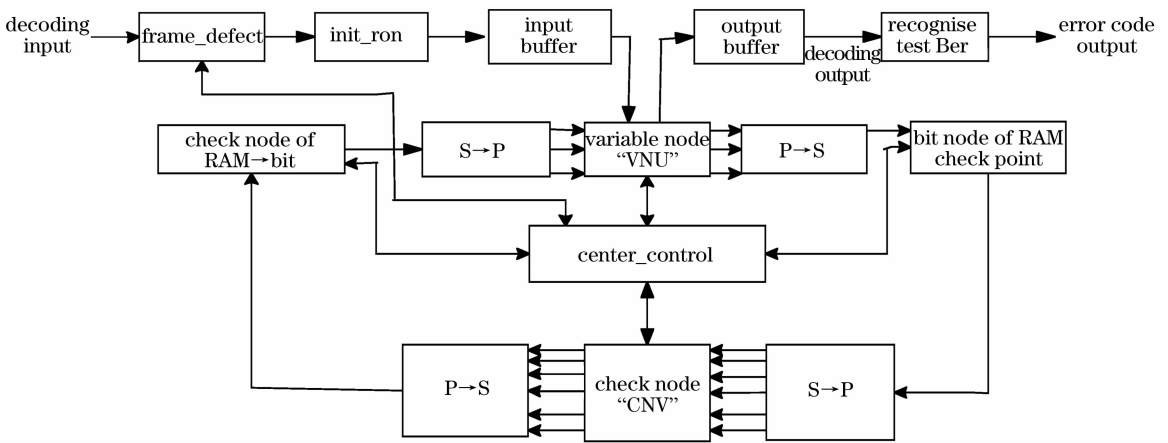


图 2 串行解码结构图

Fig. 2 Series structure schematic diagram of the decoder for the LDPC code

## 5 仿真试验实现与性能分析

通过 Matlab 语言编程, 利用自己提出的系统 LDPC 码的构造方法, 构造了 SCG(4, 63) LDPC 码。由于这种码型的校验矩阵是非满秩的, 因此它不能写成 LDPC(3969, 3717), 实际的程序运行结果表明它的信息比特长度为 3720, 也就是说它的校验矩阵均有三行是冗余行。因而本文所构造的 LDPC 码分别是 LDPC(3969, 3720)。用 Matlab 实现了 AWGN 信道上的 LDPC 码的仿真, 经过 18 次迭代

译码的仿真结果如图 3 所示。

根据仿真结果, 利用净编码增益 NCG(dB) 的定义式可以计算出 LDPC(3969, 3720) 的 NCG 值。设计算中使用的 NCG 为  $G$ , 其定义式为<sup>[10]</sup>

$$G = 20\lg[\operatorname{erfc}^{-1}(2f_{\text{ref}})] - 20\lg[\operatorname{erfc}^{-1}(2f_{\text{in}})] + 10\lg(R), \quad (1)$$

式中  $f_{\text{ref}}$  为参考的输出误码率, 即  $f_{\text{out}} = f_{\text{ref}}$ ,  $f_{\text{in}}$  为输入误码率,  $R$  为码率,  $\operatorname{erfc}^{-1} = 1 - \operatorname{erf}(x)$ , 为辅助误差函数。

表 1 LDPC 码与其他 FEC 码型的纠错性能比较

Table 1 Comparison of error correction performance between LDPC code and other FEC codes

FEC code type	Redundancy	$f_{in}$ for $f_{out} = f_{ref} = 10^{-6}$	$f_{in}$ for $f_{out} = f_{ref} = 10^{-12}$	NCG ( $f_{ref} = 10^{-6}$ dB)	NCG ( $f_{ref} = 10^{-12}$ dB)
RS(255,239)	6.68%	$9.70 \times 10^{-4}$	$1.80 \times 10^{-4}$	3.43	5.60
BCH(3860,3824)+BCH(2040,1930) at the third iteration	6.68%	$3.68 \times 10^{-3}$	$3.30 \times 10^{-3}$	4.70	7.99
LDPC(3969,3720) at the eighteenth iteration	6.68%	$5.18 \times 10^{-3}$	$1.49 \times 10^{-3}$	5.08	7.25

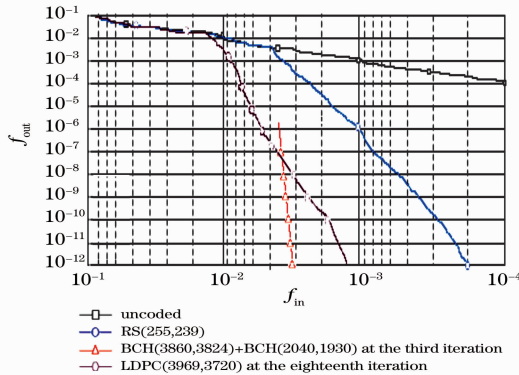


图 3 仿真结果图

Fig. 3 Simulation result diagram

与 RS(255,239) 以及 BCH(3860,3824)+BCH(2040,1930) 两种码型进行对比分析,如表 1 所示。

从表 1 可知,LDPC(3639,3720)码与 RS(255,239)以及 BCH(3860,3824)+BCH(2040,1930)相比,冗余度基本相同。在  $f_{ref} = 10^{-12}$  时,迭代 18 次的 LDPC(3969,3720)却比 RS(255,239)的 NCG 值高 1.65 dB,但比迭代三次的 BCH(3860,3824)+BCH(2040,1930)的 NCG 值要低 0.74 dB。但是 LDPC 码的译码可以硬件并行实现,所以它的译码延时很小,同时其实现复杂度相对于简单,所以这种码型也可以作为超强 FEC 的一种候选码型的一种候选码型。

## 6 结 论

对光通信系统中现有的 FEC 编码技术提出了一种 LDPC 码的超强 FEC 码型的改进方案,通过理

论分析与仿真,试验结果分析可知,这种 LDPC 码是一种纠错性能优良、冗余度适中、实现方便的码型,更适用于高速长距离光通信系统。

## 参 考 文 献

- Gong Qian, Xu Rong, Ye Xiaohua *et al.*. High-Speed and Long-Distance Optical Transmission [M]. Beijing: Posts & Telecom Press, 2005. 88~99
- 龚 倩,徐 荣,叶小华 等. 高速超长距离光传输技术[M]. 北京:人民邮电出版社, 2005. 88~99
- S.-K. Chung, G. D. Forney, T. Richardson. On the design of low-density parity-check codes within 0.0045 dB of the Shannon limit [J]. *IEEE Comm. Lett.*, 2001, ( ):58~60
- F. R. Kschischang, B. J. Frey, H.-A. Loeliger. Factor graphs and the sum-product algorithm [J]. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 2001, **47**(2):498~519
- Hi Jin, A. Khandekar, R. J. McEliece. Irregular repeat-accumulate codes [C]. In Proc. 2nd International Symposium on Turbo Codes and Related Topics, Brest France, Sept. 2000, 1~8
- Mohammad R. Yazdani, Admir H. Banihashemi. On construction of rate-compatible low-density parity-check codes [J]. *IEEE Comm. Lett.*, 2004, **8**(3):159~161
- C. Berrou, A. Glavieux, P. Thitimahshima. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes(1) [C]. ICC'93, 1993. 1064~1074
- S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi *et al.*. Serial concatenated trellis coded modulation with iterative decoding [C]. Proc. of 1997 IEEE ISIT, 1997
- S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi *et al.*. Serial concatenation of interleaved codes: performance analysis, design, and iterative decoding [J]. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 1998, **44**(3):909~926
- E. Biglieri, J. Proakis, S. Shamai. Fading channels. Information-theoretic and communication aspects [J]. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 1998, **44**(6):2619~2692
- D. J. C. Mackay, S. Walson, M. Davey. Comparison of construction of irregular Gallager codes [J]. *IEEE Trans. Comm.*, 1998, **46**(10):1449~1454