

利用三原子 W 类纠缠态在腔量子电动力学体系中实现单原子态的远程制备

肖晓琦¹ 杨联华²

(¹ 上饶师范学院物理系, 江西 上饶 334001; ² 上饶师范学院数学与计算机系, 江西 上饶 334001)

摘要 提出了两个利用三原子 W 类纠缠态作为量子通道, 在腔量子电动力学(QED)体系中实现单原子态的远程制备方案: 一个是接收者借助于原子与单模腔场之间的大失谐相互作用实现初始态重建, 另一个则是接受者利用原子与单模腔场之间的共振相互作用完成远程态制备。两方案中都涉及到了两位发送者和两位接收者, 发送者可以将被传送态远程制备到两位接收者中的任何一位的手中, 而另一位接受者必须为其提供必要的协助。表明利用原子与腔场之间的大失谐相互作用的方法可以很好地克服腔场的消相干, 降低对腔品质因子的要求; 而利用共振相互作用的方法则无需引入辅助原子, 操作简便。但不论采用何种方法, 实现单原子远程态制备的总成功概率是相同的。

关键词 量子光学; 远程态制备; 大失谐相互作用; 共振相互作用; 腔量子电动力学

中图分类号 O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20082809.1812

Remote Preparation of Qubit Via Tripartite Entangled W State in Cavity QED

Xiao Xiaoqi¹ Yang Lianhua²

¹ Department of Physics, Shangrao Normal College, Shangrao, Jiangxi 334000, China

² Department of Mathematics and Computer, Shangrao Normal College, Shangrao, Jiangxi 334000, China

Abstract Two schemes of remotely preparing an atomic state by using a tripartite entangled W state as the quantum channel in cavity QED are proposed. One is that the receiver reconstructs the original state based on the large-detuned interaction of a cavity field with two atoms, and the other is based on the resonant interaction between a cavity and an atom. The two schemes involve one sender and two remote receivers, and the sender can help either one of the two receivers remotely reconstruct the original state with the assistance of the other receiver's single-particle orthogonal measurement. It shows that the scheme based on large-detuned interaction between atoms and cavity is insensitive to the decoherence of the cavity field, and thus the requirement on the Q factor of the cavity decreases. While in the other one based on resonant interaction between an atom and cavity, it is not necessary to introduce an auxiliary atom, so that the operations are more simple and convenient. But no matter which method is adopted, the total success probabilities of the both processes are equal.

Key words quantum optics; remote-state preparation; large-detuned interaction; resonant interaction; cavity QED

1 引言

量子纠缠是量子系统之间特有的一种关联, 它为量子信息和量子计算提供了基本的物理资源。正是基于量子纠缠的独特性质, 人们提出了一系列量子通信方案, 如量子隐形传态^[1]、量子密集编码^[2]、远程态制备^[3~5]和量子密码术^[6]等, 并得到了迅速发展。目前在实验上, 量子纠缠已经可以在一些具

体的物理系统中建立, 例如光学系统^[7~9], 离子阱系统^[10~12]和腔量子电动力学(QED)系统^[13~15]。在量子信息和量子计算领域内, 腔 QED 系统得到了更多的关注, 因为一般来说人们普遍认为原子是比较理想的信息存储器, 光子是信息交换的媒介, 而腔恰恰为原子和光子的相互作用提供了一个良好的平台。考虑到腔 QED 独有的优势, 人们开始在理论

和实验上研究如何在该体系中实现各种量子信息过程^[15~22]。但是对于量子通信领域中的一个新兴的发展方向——远程态制备,却涉及不多^[28,29]。

在远程态制备过程中,发送者 Alice 通过预先共享的量子纠缠和经典通信,帮助接收者 Bob 制备出特定的量子态。用这种方法就可以将量子态所携带的信息秘密地由 Alice 传送给 Bob。远程态制备过程与量子隐形传态很相似,但同时也具有与其不相同的特性。两者之间最大的区别在于,在远程态制备中 Alice 准确地知道所要传送的量子态的所有信息,这相当于,拥有被传送态的无穷多份拷贝而只需要将其中一个拷贝传送给 Bob。因此,远程态制备又被称为是“对已知态的量子隐形传态”。在此过程中所需要的纠缠资源和经典通信资源之间存在一种很强的平衡关系。正是由于具有这样独特的性质,远程态制备自其诞生之时就得到了广泛的关注,对远程态制备的研究已经在各个层面上展开^[23~26, 28,29]。

本文提出一个在腔 QED 体系中,利用发送者和两位接收者之间预先共享的三原子 W 类纠缠态,实现单原子态远程制备的方案。在该方案中,单原子态所携带的信息可以以一定的概率,由发送者传送给两位接收者中的任意一位。接收者既可以利用原子与腔场之间的大失谐相互作用,也可以利用原子与腔场之间的共振相互作用实现初始态的重建。基于大失谐相互作用方法的优势是,在整个过程中腔场的量子态不发生跃迁,腔场的有效消相干时间对远程态制备过程的影响是很小的。而基于共振相互作用方法的优势是,无需引入额外的辅助粒子,操作简便。采用这两种方法实现远程态制备的总成功率相同,都可达到 2/3。需要说明的是,在本文中用到的原子均为两能级原子。

2 单原子态的远程态制备

在远程态制备开始的时候, Alice, Bob 和 Carol 共享一个三原子 W 类纠缠态

$$|\Psi\rangle_W = a|egg\rangle_{1,2,3} + b|geg\rangle_{1,2,3} + c|gge\rangle_{1,2,3}, \quad (1)$$

式中 a, b, c 为实数,且 $a^2 + b^2 + c^2 = 1, a < b < c$, $|e\rangle_j$ 和 $|g\rangle_j$ 分别表示第 j 个原子的激发态和基态。Alice 拥有原子 1, Bob 和 Carol 分别握有原子 2 和 3。Alice 希望在两位接收者中任意一位处远程制备出的单原子态可以表示为

$$|\Psi\rangle = \alpha|g\rangle + \beta|e\rangle, \quad (2)$$

其中参量 α 和 β 均为实数,且满足 $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ 。

为了帮助接收者重新建立起初始态, Alice 需要利用一个经典微波脉冲对她所拥有的粒子 1 实施一个旋转操作。当原子 1 穿过一个实现 $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ (以 $\{|g\rangle, |e\rangle\}$ 为基矢)变换的经典场时,原子态的演化算符可表示为

$$U_{0,1}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\exp(-i\varphi)\sin \theta \\ \exp(i\varphi)\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 $\theta = \Omega_{0,1}|A|t$, $A = |A|\exp(i\varphi)$ 是经典场的复振幅, $\Omega_{0,1}$ 是原子—场耦合常数。由于掌握了初始态的所有信息,因此 Alice 可以通过调整振幅 A , 原子—场耦合常数 $\Omega_{0,1}$ 以及原子 1 与经典场的相互作用时间 t , 以满足条件 $\cos \theta = \alpha, \exp(i\varphi)\sin \theta = \beta$, 使得当原子 1 飞出经典场后,这个三原子量子态变化为

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{1,2,3} = & |g\rangle_1(-\beta\alpha|gg\rangle + \alpha b|eg\rangle + \alpha c|ge\rangle)_{2,3} + \\ & |e\rangle_1(\alpha a|gg\rangle + \beta b|eg\rangle + \beta c|ge\rangle)_{2,3}. \end{aligned} \quad (4)$$

然后 Alice 对原子 1 进行测量,并将测量结果传送给两位接收者中的任意一位,而这位接收者将在另一位接收者的帮助下最终重新建立起初始态。

2.1 基于大失谐相互作用的单原子态的重建

根据(4)式可知,如果原子 1 处在激发态 $|e\rangle_1$ 态,则原子 2 和 3 的量子态将为 $\alpha a|gg\rangle_{2,3} + \beta b|eg\rangle_{2,3} + \beta c|ge\rangle_{2,3}$ 。若希望 Bob 重建量子态 Φ , Carol 将以基矢 $\{|g\rangle, |e\rangle\}$ 对她所拥有的原子 3 进行探测,并将结果告知 Bob。当 Bob 知道原子 3 塌缩到量子态 $|g\rangle_3$ 上时,引入了一个初始态为 $|g\rangle_F$ 辅助原子 F 和单模真空腔,其中原子跃迁频率 ω_0 与腔场频率 ω 之间的失谐量为 δ , 原子—腔耦合强度为 g 。Bob 将原子 2 和 F 同时送入腔中,当 $\delta \gg g$ 时,在相互作用绘景下原子与腔所组成系统的有效哈密顿量为^[17]

$$H_e = \lambda(|e_2\rangle\langle e_2| + |e_F\rangle\langle e_F| + S_2^+ S_F^- + S_2^- S_F^+), \quad (5)$$

式中 $\lambda = g^2/\delta, S_j^+ = |e_j\rangle\langle g_j|$ 且 $S_j^- = |g_j\rangle\langle e_j|$ 。系统的演化算符为

$$U(t) = \exp(-iH_e t), \quad (6)$$

则两原子所组成的量子态将演化为

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{2,F} = & \alpha a|gg\rangle_{2,F} + \exp(-i\lambda t) \times \\ & (\beta b \cos \lambda t |eg\rangle_{2,F} - i\beta b \sin \lambda t |ge\rangle_{2,F}). \end{aligned} \quad (7)$$

通过选择相互作用时间,使得 $\cos \lambda t = a/b$, 则有

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle_{2,F} = & a(\alpha|g\rangle_2 + \exp(-i\lambda t)\beta|e\rangle_2)|g\rangle_F - \\ & i\exp(-i\lambda t)\beta b \sqrt{1-(a/b)^2}|ge\rangle_{2,F}. \end{aligned} \quad (8)$$

当两个原子从腔中穿出后,立即对原子 F 进行探测。

如果探测结果为 $|g\rangle_F$, 则 Bob 得到的量子态为 $\alpha|g\rangle_2 + \exp(-i\lambda t)\beta|e\rangle_2$ 。通过对原子 2 实施一个旋转操作可以将相位因子 $\exp(-i\lambda t)$ 消去, 从而使这个量子态转换为初始态。这样, 就以概率 a^2 将 (2) 式所描述的初始态制备在 Bob 的实验室里。另一方面, 如果需要将初始态制备在 Carol 的实验室, 那么 Alice 的测量结果就应该传送给 Carol, 同时要求 Bob 对手中的原子 2 进行探测并将结果告知 Carol。通过与前文中 Bob 相似的操作, 只不过此处调整了原子与腔场的相互作用时间使得 $\cos \lambda t = a/c$, Carol 同样可以以概率 a^2 重新建立起初始态。

同样地, 容易验证当 Alice 的测量结果为 $|g\rangle_1$ 时, 单原子态也可以以概率 a^2 远程制备在 Bob 或 Carol 的实验室中。在这种情况下, 除了要执行前文提到的操作之外, 如果 Bob 是最终的接收者的话, 最后需要再实施一个 σ_y 旋转操作, 或者当 Carol 作为最终的接收者时, 需要再增加一个 σ_x 操作。综合考虑上述两种情况, 发现由 (2) 式所描述的单原子态可以以 $2a^2$ 的总成功率远程制备到两位接收者中的任意一位处。如果分布在 Alice、Bob 和 Carol 之间的量子通道是由下式所描述的特殊的 W 类纠缠态组成

$$|\Psi\rangle_W = \frac{1}{\sqrt{3}}(|egg\rangle_{1,2,3} + |geg\rangle_{1,2,3} + |gge\rangle_{1,2,3}), \quad (9)$$

则总成功率可达到 $2/3$, 并且在这种情况下, 不再需要引入辅助原子和真空腔。

最后, 从实验的角度讨论该方案。首先, 根据 (5) 式发现原子态的演化是与腔场态无关的, 这意味着在原子与腔之间没有信息的传递, 因此本方案极大地降低了对腔的品质因子 Q 的要求。然而, 由于热场效应仍然存在, 所以本方案对热场还是敏感的。其次, 对于接收者只需要执行各自独立的单粒子测量, 以此替代了在实践中难以实现的两粒子联合测量, 增加了方案的可行性。此外, 尽管本方案要求将两个原子同时放入腔中, 但是在同时性上的误差只会在保真度上引起一些微小的波动而不会对远程态制备的成功过程产生影响。目前已经有多种方法可以在实验上实现对里德堡原子的测量, 广泛采用的是利用电场使原子电离并对电子或离子进行检测的方法。最近 Volz 等^[27] 又提出了一种对原子状态进行完全量子层析的方法, 可以对原子的叠加态进行测量, 并将其应用于远程态制备的实验中^[26]。

2.2 基于共振相互作用的单原子态的重建

正如在前文所述, 当发送者 Alice 将测量结果

告知接收者后, 接收者除了采用上面提到的操作来重建初始态之外, 还可以利用原子与腔场之间的共振相互作用完成远程态的制备。

首先假定 Bob 为最终的接收者, 得到了来自于 Alice 的信息, 表明原子 1 处在激发态 $|e\rangle_1$ 态, 并且知道 Carol 的测量结果为 $|g\rangle_3$ 。为了完成远程态制备, 他引入一个单模真空腔 A, 并使腔场频率 ω 等于原子跃迁频率 ω_0 , 原子-腔耦合强度为 λ 。然后, 让原子 2 通过该腔场, 使原子和腔场发生共振相互作用。它们的相互作用过程可由 Jaynes-Cummings (J-C) 模型来描述, 在相互作用表象中其有效哈密顿量为

$$H_I = \lambda(a^+ S^- + a^- S^+), \quad (10)$$

其中 a^+ 和 a^- 分别为腔模的产生湮灭算符, S^+ 和 S^- 分别为原子的上升和下降算符。则原子 2 与腔所组成的系统演化过程为

$$[\alpha a |g\rangle + \beta b |e\rangle]_2 |0\rangle_A \rightarrow \alpha a |g0\rangle_{2A} + \beta b [\cos(\lambda t) |e0\rangle_{2A} - i \sin(\lambda t) |g1\rangle_{2A}]. \quad (11)$$

选择原子注入腔的速度使得相互作用时间满足 $\cos \lambda t = a/b$ 。当原子 2 飞出腔后, 立即对腔进行探测。如果探测结果表明腔中存在光子, 则远程态制备失败; 反之, 原子 2 的量子态就将塌缩为 (2) 式所描述的初始态, 从而以 a^2 的概率实现了单原子态的远程制备。显然, 通过类似的操作, 在 Bob 的配合下 Alice 也可以帮助 Carol 以 a^2 的概率远程制备初始态 Φ 。

当 Alice 的测量结果为 $|g\rangle_1$ 时, 通过相似的操作单原子态 Φ 也可以以概率 a^2 远程制备在 Bob 或 Carol 的实验室中。此时, Bob 或 Carol 需要再实施一个 σ_y 旋转操作, 或者 σ_x 操作。综合考虑上述两种情况, 发现由 (2) 式所描述的单原子态 Φ 可以以 $2a^2$ 的总成功率远程制备到两位接收者中的任意一位处。如果分布在 Alice、Bob 和 Carol 之间的量子通道是由 (9) 式所描述的特殊的 W 类纠缠态组成, 则远程态制备的总成功率可达到 $2/3$, 并且在这种情况下, 接收方不再需要引入任何辅助系统。

当接收者利用共振相互作用腔 QED 作为辅助系统来重建初始态时, 可以不需要再另外引入一个辅助原子, 而只需要单个原子与腔场进行相互作用。因此, 本节所采用的方法在实验操作上要更为简单, 所需要的资源更少。同时应该指出, 在这种情况下系统的演化与腔场的量子态有关, 此时腔场的衰减将会对量子态的重建产生影响。在目前的实验条件下, 采用高 Q 腔是完全可以吧这种影响控制在可接

受范围内的^[20]。

3 结 论

提出了一个在腔 QED 体系中,利用了一个三原子 W 类纠缠态作为量子通道实现单原子态远程制备的物理方案。该方案中初始态可以被远程制备到两位接收者中的任意一位手中。为了成功完成远程态制备,最终的接收者需要引入一个单模真空腔作为辅助系统,除非量子通道是由(9)式所描述的特殊 W 类纠缠态。分别讨论了利用原子-腔场之间的大失谐相互作用和共振相互作用,实现单原子态重建的具体过程。研究表明,分别利用这两种相互作用实现远程态制备的总成功概率相同,都只依赖于作为量子通道的量子态的最小叠加系数。此外,我们从实验的角度分别对这两种情况进行了简要的讨论和比较,结果表明,无论采用哪一种方法该方案在现有的腔 QED 技术条件下是可行的。

致谢 衷心的感谢华东师范大学物理系刘金明老师的建议和帮助。

参 考 文 献

- 1 Bennett C H, Brassard G, Crepeau C *et al.*. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(13): 1895~1899
- 2 Bennett C H, Wiesner S J. Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **69**(20): 2881~2884
- 3 Paki A K. Minimum classical bit for remote preparation and measurement of a qubit[J]. *Phys. Rev. A*, 2001, **63**(1): 014302
- 4 Lo H K. Classical-communication cost in distributed quantum-information processing: A generalization of quantum-communication complexity[J]. *Phys. Rev. A*, 2000, **62**(1): 012313
- 5 Bennett C H, DiVincenzo D P, Shor P W *et al.*. Remote state preparation[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(7): 077902
- 6 Ekert A K. Quantum cryptography based on Bell's theorem[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **67**(6): 661~663
- 7 Bouwmeester D, Pan J-W, Daniell M *et al.*. Observation of three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**(7): 1345~1349
- 8 Pan J-W, Bouwmeester D, Daniell M *et al.*. Experimental test of quantum nonlocality in three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement[J]. *Nature*, 2000, **403**(6769): 515~519
- 9 Pan J-W, Daniell M, Gasparoni S *et al.*. Experimental demonstration of four-photon entanglement and high-fidelity teleportation[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **86**(20): 4435~4438

- 10 Turchette Q A, Wood C S, King B E *et al.*. Deterministic entanglement of two trapped ions[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **81**(17): 3631~3634
- 11 Rowe M A, Kielpinski D, Meyer V *et al.*. Experimental violation of a Bell's inequality with efficient detection[J]. *Nature*, 2001, **409**(6822): 791~794
- 12 Sackett C A, Kielpinski D, King B E *et al.*. Experimental entanglement of four particles[J]. *Nature*, 2000, **404**(6775): 256~259
- 13 Hgley E, Maitre X, Nogues G *et al.*. Generation of Einstein-Podolsky-Rosen pairs of atoms[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **79**(1): 1~5
- 14 Rauschenbeutel A, Nogues G, Osnaghi S *et al.*. Step-by-step engineered multiparticle entanglement[J]. *Science*, 2000, **288**(5473): 2024~2028
- 15 Osnaghi S, Bertet P, Auffeves A *et al.*. Coherent control of an atomic collision in a cavity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(3): 037902
- 16 Davidovich L, Zagury N, Brune M *et al.*. Teleportation of an atomic state between two cavities using nonlocal microwave fields [J]. *Phys. Rev. A*, 1994, **50**(2): R895~R898
- 17 Cirac J I, Parkins A S. Schemes for atomic-state teleportation [J]. *Phys. Rev. A*, 1994, **50**(6): R4441~R4444
- 18 Zheng S B, Guo G C. Efficient Scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity QED [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(11): 2392~2395
- 19 Zheng S B. Generation of entangled states for many multilevel atoms in a thermal cavity and ions in the thermal motion[J]. *Phys. Rev. A*, 2003, **68**(3): 035801
- 20 Raimond J M, Brune M, Haroche S. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity[J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2001, **73**(3): 565~582
- 21 Wang Juxia, Yang Zhiyong, An Yuying. Quantum information transfer via multi-photon interaction[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1508~1512
王菊霞,杨志勇,安毓英. 利用多光子相互作用实现量子信息传递[J]. *光学学报*, 2007, **27**(8): 1508~1512
- 22 Chen M F, Ma S S, Zhang X L. Generation of cluster states in thermal cavity[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(6): 364~366
- 23 Berry D W, Sanders B C. Optimal remote state preparation[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**(5): 057901
- 24 Berry D W. Resources required for exact remote state preparation [J]. *Phys. Rev. A*, 2004, **70**(6): 062306
- 25 Peng X. H., Zhu X. W., Fang X. M. *et al.*. Experimental implementation of remote state preparation by nuclear magnetic resonance[J]. *Phys. Lett. A*, 2003, **306**(5~6): 271~276
- 26 Rosenfeld W, Berner S, Volz J *et al.*. Remote preparation of an atomic quantum memory[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **98**(5): 050504
- 27 Volz J, Weber M, Schlenk D *et al.*. Observation of entanglement of a single photon with a trapped atom[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **96**(3): 030404
- 28 Zhang Y Q, Jin X R, Zhang S. Probabilistic remote preparation of a two-atom entangled state[J]. *Chin. Phys.*, 2005, **14**(9): 1732~1735
- 29 Xu X B, Liu J M. Probabilistic remote preparation of a three-atom Greenberger-Horne-Zeilinger class state via cavity quantum electrodynamics[J]. *Can. J. Phys.*, 2006, **84**: 1089~1095