

文章编号: 0253-2239(2008)09-1805-07

复指数矩阵法研究螺旋液晶光学传播特性

陈 婷 冯仕猛

(上海交通大学物理系, 上海 200240)

摘要 提出一种研究螺旋液晶光学特性的数学处理方法。螺旋型液晶可当作 N 层双折射材料晶片叠合而成, 而相邻晶片的光轴依次旋转一个小角度。在光学转换矩阵中引入复数来研究螺旋型液晶光学性能, 给出了相关的数学处理方法。研究了线性偏振光在螺旋液晶中的传播特性, 并给出了光经过螺旋液晶后电场强度的矩阵表达式。研究发现, 如果入射光波长等于螺旋液晶螺距, 线偏振光经过右螺旋液晶后是左旋圆偏振光。理论上分析了螺旋液晶对可见光选择性反射机理。

关键词 螺旋液晶; 指数矩阵; 旋光器件; 偏振光

中图分类号 O753+.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20082809.1805

Study of the Complex Number-Matrix Method on the Optical Properties of Cholesteric Liquid Crystal

Chen Ting Feng Shimeng

(Department of Physics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

Abstract The cholesteric liquid crystal can be regarded as a multilayer which consists of many layer uniaxial thin films which exhibit optical rotation. For the convenient discussion of the optical properties of cholesteric liquid crystal a new 2×2 matrix is offered, whose matrix element is the complex exponential. We discuss this method in detail and the role of it in the investigation of the optical property of the cholesteric liquid crystal. It is concluded that if the wavelength of incident light is equal to pitch of the cholesteric liquid crystal, the linear polarized light is changed into the circular polarized light. We also study the mechanism of the selective reflection of cholesteric liquid crystal for visible light when light propagates along the cholesteric liquid crystal.

Key words cholesteric liquid crystal; complex number matrix; optical rotator; polarized light

1 引 言

液晶是介于完全规则的晶体和各向同性的液体之间中间态的一种物质, 光学上类似单轴晶体, 一般情况下光轴与分子的长轴方向一致。螺旋液晶结构与其它液晶结构不同, 其结构相当于许多单晶片组成, 单个晶片内分子长轴的指向一致, 两相邻晶片分子指向矢稍有不同, 相邻晶片的光轴依次旋转一个小角。螺旋液晶也可看成一维自组装的光子晶体, 其独特的性能引起了广泛的关注, 成为光子晶体研

究领域的一个热点^[1,2]。

与半导体存在禁带宽度一样, 螺旋液晶对光子也存在一个禁带宽度, 光在这个范围内无法进行传播的。螺旋液晶对圆偏振光选择性反射, 能够使透过的光产生色彩, 可利用这一性能来制备显示器件。利用螺旋液晶的光学特性生产的显示器件是目前正在研究发展一种新显示器件^[3~5]。利用液晶的特殊性质, 可以制变焦透镜和光学元件^[6,7]。

文献[8~12]采用琼斯矩阵或者用拓展的琼斯

收稿日期: 2007-11-14; **收到修改稿日期**: 2007-11-21

作者简介: 陈 婷(1986—), 女, 硕士研究生, 主要从事液晶光学方面的研究。

E-mail: ctsjsj@yahoo.com.cn

导师简介: 冯仕猛(1964—), 男, 副教授, 主要从事液晶光学、晶体光学的理论和实验研究。

E-mail: smfeng@sjtu.edu.cn

矩阵分析讨论扭曲型向列液晶的光学性能。如果用琼斯矩阵或者拓展琼斯矩阵来分析螺旋液晶光学性能,数学处理非常不方便,用麦克斯韦方程组求解显得非常累赘^[13,14],这限制了对螺旋液晶光学性能的进一步研究。本文提出了研究螺旋液晶光学特性的新方法,给出相关的数学处理过程,进一步揭示了螺旋型液晶对光的选择性反射机理。

2 理论推导

螺旋型液晶可以被当作 N 层双折射材料,即被视为 N 层晶片的叠合而成。每层光轴相对于相邻的晶片有一个小的旋转。如图 1 所示, x_1 (x_2) 轴方向是第一(二)层液晶片棒长的方向,也就是折射率最大的方向; y_1 (y_2) 方向为第一(二)层液晶片棒短的方向,也是折射率小的方向。第二层棒长、棒短方向则逆时针旋转一个小的角度 θ , 依次类推,形成右螺旋结构。

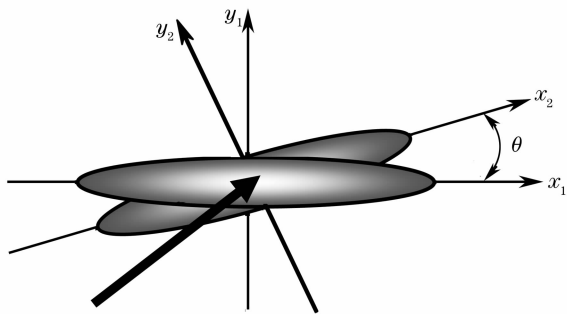


图 1 螺旋液晶的长短轴结构图

Fig. 1 Schematic of long and short axes of cholesteric liquid crystal

设一束光进入液晶,电场将分为两个分量,一个分量是与第一层液晶片棒长方向(x_1 轴方向或者长轴方向)平行的电场 E_{1x} , 另一个分量是与棒短方向(y_1 轴方向—短轴方向)平行的电场分量 E_{1y} 。它们分别为

$$\begin{cases} E_{1x} = E_x \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right), \\ E_{1y} = E_y \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right), \end{cases} \quad (1)$$

式中 d 为单层液晶片厚度, n_1 、 n_s 分别是晶体片长、短轴方向的折射率, $\exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right)$ 、 $\exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right)$ 分别表示光经过第一层液晶片后在长轴、短轴方向产生的相位因子。

光在第一层晶体片内可以看成两束偏振光的传播。与 E_{1x} 对应的偏振光传播到第一层晶体片和第二层晶体片之间的界面时,这束偏振光还可分为两束偏振光,其电场强度分别为 $E_{1x} \cos \theta$ 和 $E_{1x} \sin \theta$ 。其中前一束偏振光的电场强度矢量 $E_{1x} \cos \theta$ 平行于第二层的 x_2 方向,后一束偏振光的电场强度矢量 $E_{1x} \sin \theta$ 平行于第二层的 y_2 方向。前一束偏振光在传播过程中,第一与第二层折射率相同,所以它不会产生反射;而后一束电场强度为 $E_{1x} \sin \theta$ 的偏振光在进入第二层时,因为存在折射率变化,在第一层液晶片与第二层液晶片边界上会产生反射。假设第一层晶体片光轴与第二层晶体片的光轴之间的旋转角度为 θ 。

同理,第一层中与 y_1 方向平行的偏振光在传播过程也会产生相同的现象。

对于螺旋液晶来说,比如胆甾相液晶在一个螺距内有上千层,螺距的典型值约为 $300 \sim 400$ nm, $\theta \approx 360^\circ/1000 = 0.36^\circ$, 单层晶体片厚度 $d \approx 300 \sim 400$ nm/1000 = $0.3 \sim 0.4$ nm, 所以 $E_{1x} \sin \theta$ 也就非常小;另外致螺旋液晶中相邻晶体片之间的反射系数(r_{ij})实际非常小^[15], 所以导致在整个螺旋液晶中反射光电场强度始终非常小。

可以不考虑反射电场对边界条件的影响,则经过第一层液晶后,在第二层液晶片内电场强度可近似为

$$\begin{cases} E_{2x} = \left[E_{1x} \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) \cos \theta + (1 - r_{12y}) E_{1y} \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right) \sin \theta \right], \\ E_{2y} = \left[E_{1y} \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right) \cos \theta - (1 - r_{12x}) E_{1x} \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) \sin \theta \right], \end{cases} \quad (2)$$

r_{12} 是第一层液晶片和第二层液晶片之间界面的反射系数, E_{2x} 表示在第二层液晶片中长轴方向的电场强度, E_{2y} 表示在第二层液晶片中短轴方向电场强度。对于普通螺旋液晶, $|n_1 - n_s| \approx 0.1 \sim 0.2$, 在可见光波长范围内($380 \sim 780$ nm), $2\pi n_1 d/\lambda$, $2\pi n_s d/\lambda$ 都非常小, 令 $\beta = 2\pi n_1 d/\lambda$, 在 β 非常小的条件下, 利用复指数函数与三角函数的关系

$$\begin{aligned}\cos(\theta - \beta) &= \cos \theta \cos \beta + \sin \theta \sin \beta \approx \cos \theta \cos \beta, & \exp(-i\beta) \cos \theta &\approx \exp[i(\theta - \beta)], \\ \sin(\theta - \beta) &= \sin \theta \cos \beta + \cos \theta \sin \beta \approx \sin \theta \cos \beta, & \exp(i\beta) \sin \theta &\approx \exp[i(\theta - \beta + \pi/2)],\end{aligned}\quad (3)$$

(2)式可表示为

$$\begin{cases} E_{2x} = E_{1x} \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) \exp(i\theta) - (1 - r_{12y}) E_{1y} \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right) \exp[i(\theta + \pi/2)], \\ E_{2y} = E_{1y} \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) \exp(i\theta) + (1 - r_{12x}) E_{1x} \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right) \exp[i(\theta + \pi/2)], \end{cases}\quad (4)$$

(4)式可以用行列式表达式为

$$\begin{bmatrix} E_{2x} \\ E_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) \exp(i\theta) & - \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right) (1 - r_{12y}) \exp\left[i\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) (1 - r_{12x}) \exp\left[i\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right) \exp(i\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix},\quad (5)$$

同理,透过第二层液晶片进入第三层晶体片的电场强度也满足

$$\begin{bmatrix} E_{3x} \\ E_{3y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) \exp(i\theta) & - \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right) (1 - r_{23y}) \exp\left[i\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) (1 - r_{23x}) \exp\left[i\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right) \exp(i\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{2x} \\ E_{2y} \end{bmatrix},\quad (6)$$

式中 E_{3x} 表示在第三层液晶片中长轴方向电场强度, E_{3y} 表示在第三层液晶片中短轴方向电场强度, r_{23} 是第二层液晶片和第三层液晶片之间反射系数。

同理,第 $N+1$ 层液晶片内电场与第 N 层液晶片电场的关系为

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) \exp(i\theta) & - \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right) (1 - r_{n-1,ny}) \exp\left[i\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) (1 - r_{n-1,nx}) \exp\left[i\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right) \exp(i\theta) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_{(n-1)x} \\ E_{(n-1)y} \end{bmatrix},\quad (7)$$

则从第一层晶片正入射的光经过 N 晶体片后透射光电场为

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^N \begin{bmatrix} \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) \exp(i\theta) & - \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d}{\lambda}\right) (1 - r_{(ix),iy}) \exp\left[i\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left(-i \frac{2\pi n_1 d}{\lambda}\right) (1 - r_{(ix),ix}) \exp\left[i\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp\left(-i \frac{2\pi n_s d_i}{\lambda}\right) \exp(i\theta) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix},\quad (8)$$

把(8)式进一步展开后得

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^N \left\{ \begin{bmatrix} \exp\left[i\left(-\frac{2\pi n_1 d}{\lambda} + \theta\right)\right] & - \exp\left\{i\left[-\frac{2\pi n_s d}{\lambda} + \left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right]\right\} \\ \exp\left\{i\left[-\frac{2\pi n_1 d}{\lambda} + \left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right]\right\} & \exp\left[i\left(-\frac{2\pi n_s d}{\lambda} + \theta\right)\right] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & - r_{(ix),iy} \exp\left\{i\left[-\frac{2\pi n_s d}{\lambda} + \left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right]\right\} \\ r_{(ix),ix} \exp\left\{i\left[-\frac{2\pi n_1 d}{\lambda} + \left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right]\right\} & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix},\quad (9)$$

因为 $|n_1 - n_s| \approx 0.1 \sim 0.2$, $d \approx 0.3 \sim 0.4$ nm, 在可见光波长范围内(380~780 nm), 有 $2\pi n_1 d/\lambda \approx 2\pi n_s d/\lambda \approx 2\pi \bar{n} d/\lambda$, 取 $\bar{n} = (n_s + n_1)/2$, 令 $\beta = -2\pi \bar{n} d/\lambda + \theta$ 。(9)式为

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^N \left\{ \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(i\beta) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -r_{(i-1),iy} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ r_{(i-1),ix} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & 0 \end{bmatrix} \right\} \times \begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

因为层与层之间的反射系数($r_{(i-1),i}$)非常小,所以(10)式中括号内第二矩阵非常小,可以把它当成微扰项,

在进行矩阵计算中不考虑二次以上高阶次幂的影响,利用 $\prod_{i=1}^N (a - x_i) \approx a^N - a \sum_{i=1}^N x_i$, 可得到

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(i\beta) \end{bmatrix}^N - \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(i\beta) \end{bmatrix} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} 0 & -r_{(i-1),iy} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ r_{(i-1),ix} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

把上式展开后得到

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \exp(iN\beta) & -\exp\left[i\left(N\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(N\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(iN\beta) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(i\beta) \end{bmatrix} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} 0 & -r_{(i-1),iy} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ r_{(i-1),ix} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式中 k 是矩阵展开后得到的一个常数,它的存在不影响后面讨论光的偏振态。

3 讨 论

1) 如入射光是右旋偏振光,有 $\begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \\ 1 \end{bmatrix}$ 代入(12)式中,则

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} \approx \left\{ \begin{bmatrix} \exp(iN\beta) & -\exp\left[i\left(N\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(N\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(iN\beta) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(i\beta) \end{bmatrix} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} 0 & -r_{(i-1),iy} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ r_{(i-1),ix} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \exp\left[i\frac{\pi}{2}\right] \\ 1 \end{bmatrix} E. \quad (13)$$

把矩阵处理后得

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \exp[i(\eta\beta + \pi/2)] - \exp[in(\beta + \pi/2)] \\ \exp[i(\eta\beta + \pi)] + \exp(i\eta\beta) \end{bmatrix} E - \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp[i(\beta + \pi/2)] \\ \exp[i(\beta + \pi/2)] & \exp(i\beta) \end{bmatrix} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} 0 & -r_{(i-1),iy} \exp[i(\beta + \pi/2)] \\ r_{(i-1),ix} \exp[i(\beta + \pi/2)] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \\ 1 \end{bmatrix} E. \quad (14)$$

当光波长等于螺旋液晶的光学螺距时,有 $N\theta = 2\pi$ 和 $N\bar{n}d = \lambda$,有 $N\beta = -2\pi Nn_i d/\lambda + N\theta = 0$ 并代到上式中得

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - A E, \quad (15)$$

$$A = \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(i\beta) \end{bmatrix} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} 0 & -r_{(i-1),iy} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ r_{(i-1),ix} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \\ 1 \end{bmatrix}.$$

因为 $r_{(i-1),i}$ 非常小,导致 A 的数值非常小,(15) 式可简化为

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} E. \quad (16)$$

可以看出,右旋偏振光经过右螺旋液晶后产生强烈反射,透射光强度基本为零。

2) 如果入射光是左旋偏振光,有 $\begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix}$ 代到(12) 式后经过相同的数学处理后得

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} \approx \left\{ \begin{bmatrix} \exp(iN\beta) & -\exp\left[i\left(N\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(N\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(iN\beta) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(i\beta) \end{bmatrix} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} 0 & -r_{(i-1),iy} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ r_{(i-1),ix} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix} E \quad (17)$$

和

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} E. \quad (18)$$

可以看出,左旋偏振光经过右旋螺旋液晶后仍然是左旋偏振光。

讨论 1) 和讨论 2) 获得的结论与其它方法获得结论完全相同^[16]。

3) 对于线偏振光 $\begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 代到(12) 式得

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} \exp(iN\beta) & -\exp\left[i\left(N\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(N\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(iN\beta) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(i\beta) \end{bmatrix} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} 0 & -r_{(i-1),iy} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ r_{(i-1),ix} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E. \quad (19)$$

把矩阵展开后得

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(iN\beta) & \\ \exp\left[i\left(N\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \end{bmatrix} - \left\{ \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(i\beta) \end{bmatrix} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} 0 & -r_{(i-1),iy} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ r_{(i-1),ix} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E. \quad (20)$$

当光波长等于螺旋液晶的光学螺距时,有 $N\theta = 2\pi$ 和 $N\bar{n}d = \lambda$,有 $N\beta = -2\pi Nn_x d/\lambda + N\theta = 0$ 并代到上式

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} E - AE, \quad A = \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(i\beta) \end{bmatrix} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} 0 & -r_{(i-1),iy} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ r_{(i-1),ix} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E. \quad (21)$$

同样在反射系数非常小的条件下

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} \approx k \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} E. \quad (22)$$

可以看出,线偏振光经过螺旋液晶后是圆偏振光。

4) 如果入射光为 45° 线偏振光,在 x, y 方向电场强度相同 $\begin{bmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$,把它代到(12)式中得到

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} \exp(iN\beta) & -\exp\left[i\left(N\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(N\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(iN\beta) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \exp(i\beta) & -\exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & \exp(i\beta) \end{bmatrix} \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} 0 & -r_{(i-1),iy} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] \\ r_{(i-1),ix} \exp\left[i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)\right] & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} E, \quad (23)$$

和

$$\begin{bmatrix} E_{nx} \\ E_{ny} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1-i \\ 1+i \end{bmatrix} E. \quad (24)$$

可以看出, 45° 线偏振光经过螺旋液晶后也是左旋偏振光。

从结论 3) 和结论 4) 中可以看出,如果光波长等于螺旋液晶的光学螺距,线性偏振光变成为圆偏振光。因为线偏振光可分解为左-右旋偏振光,当线偏振光经过右螺旋晶体时,右旋产生强烈反射,而左旋光透过,所以线偏振光经过右螺旋晶体会变为左旋偏振光。

自然光实际上是任意方向线偏振光的组合,线

偏振光可以分解为左旋和右旋偏振光。当波长等于螺旋晶体的光学螺距时,左旋光或者右旋光在螺旋液晶中会产生强烈反射,所以不同波长光进入螺旋晶体后会产生选择性反射而产生色彩。

4 结 论

本文在光学转换矩阵中引入复数来研究螺旋型液晶光学性能,给出了详细的数学处理过程。获得结论和与用其它方法获得的结论相同。如果入射光

的波长等于螺旋液晶光学螺距,线偏振光经过螺旋液晶后是圆偏振光。另外,螺旋型液晶螺距与可见光某波长大小一致时液晶便呈现出光(颜色)的选择性反射,由于螺距决定了螺旋型液晶的颜色,因此液晶颜色可以通过改变螺旋扭力而得以产生不同颜色成为可能,以便实现单一膜层中的选择性颜色变化,这将被用于可控光的液晶彩色显示器中。

参 考 文 献

- 1 Young-Chol Yang, Chul-Sik Kee, Jae-Eun Kim *et al.*. Photonic defect modes of cholesteric liquid crystals[J]. *Phys. Rev. E*, 1999, **60**(6): 6852~6855
- 2 Jiun-Yeu Chen, Lien-Wen Chen. Defect modes in a stacked structure of chiral photonic crystals[J]. *Phys. Rev. E*, 2005, **71**(6): 708
- 3 Shin-Tson Wu, J. A. Hou, B. G. Wu. High brightness and low voltage cholesteric liquid crystal displays[J]. *Advanced Display*, 2000, **26**(4): 52~58
吴诗聪, 候建安, 吴葆刚. 高亮度、低电压胆甾相液晶显示[J]. *现代显示*, 2000, **26**(4): 52~58
- 4 Chan Qilin, Feng Xizeng. Cholesteric liquid crystal application in color display technology[J]. *Advanced Display*, 2004, **30**(5): 17~22
产启林, 冯喜增. 胆甾相液晶在彩色显示技术中的应用[J]. *现代显示*, 2004, **30**(5): 17~22
- 5 Dimitrios C. Zografopoulos, Emmanouil E. Kriezis. Theoretical and experimental optical studies of cholesteric liquid crystal films with thermally induced pitch gradients[J]. *Phys. Rev. E*, 2006, **73**(6): 701~709
- 6 Zheng Jihong, Zhong Yangwan, Cai Mingrong *et al.*. Fabrication of electric a controlled polymer dispersed liquid crystal switchable focus holographic lens[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 1107~1110
- 郑继红, 钟阳万, 蔡明荣等. 电控聚合物分散液晶变焦全息透镜制作[J]. *光学学报*, 2007, **27**(6): 1107~1110
- 7 Liu Yongjun, Xuan Li, Hu Lifa *et al.*. Investigation on the liquid crystal spatial light modulator with high precision and pure phase[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(12): 1682~1685
刘永军, 宣 丽, 胡立发等. 高精度纯相位液晶空间光调制器的研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(12): 1682~1685
- 8 C. Gu, P. Yeh. Extended Jones matrix method and its application in the analysis of compensators for liquid crystal display[J]. *Display*, 1999, **20**(5): 237~257
- 9 A. Lien. Extended Jones matrix representation for the twisted nematic liquid-crystal display at oblique incidence[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1990, **57**(26): 2676~2679
- 10 P. Yeh. Extended Jones matrix method[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(4): 507~513
- 11 F. H. Yu, H. S. Kwok. Comparison of extended Jones matrices for twisted nematic liquid-crystal displays at oblique angles of incidence[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1999, **16**(11): 2772~2779
- 12 I. Abdulhalim. Exact matrix method for the transmission and reflection at the interface between two arbitrarily oriented biaxial crystals[J]. *J. Opt. A*, 1999, **1**(6): 655~661
- 13 Young-Chol Yang, Chul-Sik Kee, Jae-Eun Kim *et al.*. Photonic defect modes of cholesteric liquid crystals[J]. *Phys. Rev. E*, 1999, **60**(6): 601~612
- 14 Tatsunosuke Matsui, Masanori Ozaki, Katsumi Yoshino. Tunable photonic defect modes in a cholesteric liquid crystal induced by optical deformation of helix[J]. *Phys. Rev. E*, 2004, **69**(6): 061715~061718
- 15 Feng Shimeng, Chen Ting. Self-consistent method for calculation of reflection coefficients of the interface with the dielectric tensor's rotation[J]. *Chinese Science*, (accepted)
冯仕猛, 陈 婷. 自洽法计算介电张量旋转界面的反射系数[J]. *中国科学*, (已接收)
- 16 Wang Xingjiu. *Liquid Optics and Liquid Display* [M]. Beijing: Science Press in Chinese, 2006. 190~195
王新久. *液晶光学和液晶显示* [M]. 北京: 科学出版社, 2006. 190~195