

文章编号: 0253-2239(2008)09-1798-07

# 高斯光束在有外电场的中心对称光折变材料中的演化

吉选芒<sup>1</sup> 王金来<sup>1</sup> 刘劲松<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 山西运城学院物理与电子工程系, 山西 运城 044000; <sup>2</sup> 华中科技大学光电子科学与工程学院, 湖北 武汉 430074)

**摘要** 为了研究在有外电场的中心对称光折变材料中一束高斯光束及两束高斯光束相互作用的演化, 将高斯光束作为入射波, 采用数值方法求解波传播方程。结果表明, 当外加电场, 光强峰值和束腰参量分别与晶体匹配的情况下, 一束高斯光束能演化为稳定的屏蔽空间明孤子, 而在不匹配时, 一束高斯光束在传播过程中则呈现周期性的压缩或膨胀现象。同时也发现, 在作用距离范围内, 两束同相位高斯光束相互吸引, 并伴随着融合现象, 两束反相位高斯光束相互排斥, 且排斥作用随着光束初始间距的减小而增加。

**关键词** 非线性光学; 高斯光束; 中心对称光折变材料; 演化

**中图分类号** O437 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20082809.1798

## Evolution of Gauss Beam in Biased Centrosymmetric Photorefractive Media

Ji Xuanmang<sup>1</sup> Wang Jinlai<sup>1</sup> Liu Jinsong<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of physics and Electronic Engineering, Yuncheng University, Yuncheng, Shanxi 044000, China  
<sup>2</sup> College of Optoelectronic Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China

**Abstract** To investigate evolution of a Gauss beam and interaction of two Gauss beams in biased centrosymmetric photorefractive materials by applied electric field, the beam propagation equation is solved numerically with a Gauss beam taken as the input wave. The result shows that a Gauss beam can evolve into steady-state screening bright soliton when the applied electric field, intensity peak value and beam waist parameters match with the centrosymmetric photorefractive crystal respectively, or it will experience cycles of compression and expansion. It is also found that two same-phase beam attract each other and beams fusions occur at a certain interaction length. While in the case of anti-phase, the two beams repel each other with a force increasing monotonously with the decrease of initial separation.

**Key words** nonlinear optics; Gauss beam; centrosymmetric photorefractive materials; evolution

### 1 引言

空间明孤子指的是光束的线性衍射效应和非线性的自聚焦效应达到平衡时的光束波形保持不变情形。有三种类型的标量光折变空间孤子: 瞬态孤子<sup>[1,2]</sup>、屏蔽孤子<sup>[3]</sup>和光伏孤子<sup>[4,5]</sup>。在有外加电场的光伏光折变晶体中存在稳态亮空间孤子<sup>[6]</sup>, 在扩散场的影响下, 屏蔽光伏明孤子呈现出自偏转特性<sup>[7]</sup>。上述空间孤子均产生并存在于非中心对称光折变材料中, 这种材料的折射率变化起因于线性电光效应。M. Segev 等<sup>[8]</sup>预言了中心对称光折变材料中也可以形成空间亮孤子, 并由 E. DelRe 等<sup>[9]</sup>的

实验验证。与非中心对称光折变材料不同, 中心对称光折变材料形成空间孤子时, 折射率的非线性变化是由二次电光效应支配。侯春风等<sup>[10]</sup>从理论上证明了中心对称光折变材料中可以存在非相干耦合亮-暗空间孤子对, 并建立了小光强条件下中心对称光折变材料中空间孤子的解析解<sup>[11]</sup>。但在实际工作中, 入射的光束往往不是孤子波, 而是类孤子的光束, 如高斯光束。张都应等<sup>[12]</sup>研究了高斯光束在外加均匀电场的非中心对称的光折变晶体中的演化特性。陈守满等<sup>[13]</sup>研究了高斯光束在外加空间调制电场的非中心对称光折变晶体中的演化。本文在忽

收稿日期: 2007-10-30; 收到修改稿日期: 2008-01-23

基金项目: 山西省高等学校科技开发项目(200611042)资助课题。

作者简介: 吉选芒(1965-), 男, 教授, 从事物理教学与光折变非线性光学方面的研究。E-mail: jixuanmang@126.com

略扩散效应和损耗的情况下,通过数值求解光波演化方程,研究高斯光束在外加电场中心对称光折变材料中的演化特性,并研究高斯光束入射光强峰值和光束束腰参量变化对演化特性的影响。最后研究了同相和反相的高斯光束在中心对称的光折变材料中的相互作用问题。这些研究结果对工程实现提供了可能。

## 2 中心对称光折变材料中空间屏蔽明孤子解

一束只在  $x$  方向发生衍射的入射光沿  $z$  方向在中心对称光折变材料中传播,材料上施加有沿  $x$  方向的外加电场  $E_0$ 。按照通常的作法,把入射光的光场表示为慢变化振幅形式,即  $E_{\text{opt}} = A(x, z) \exp(ikz)$ ,其中  $k = k_0 n = (2\pi/\lambda_0)n$  为波数,  $n$  为材料的折射率,  $\lambda_0$  为自由空间中的波长。在上述条件下光波满足如下的演化方程<sup>[8,9]</sup>:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{k}{n} \Delta n\right) A(x, z) = 0, \quad (1)$$

式中折射率的变化量  $\Delta n$  满足如下的方程<sup>[9]</sup>:

$$\Delta n = -n^3 g_{\text{eff}} \epsilon_0^2 (\epsilon_r - 1)^2 E^2 / 2, \quad (2)$$

式中  $E$  为介质中的空间电荷场,  $g_{\text{eff}}$  为有效二次电光系数,  $\epsilon_0$  和  $\epsilon_r$  分别为真空和相对介电常数, (2) 式中的空间电荷场可从描述介质的光折变速率方程、电流方程及泊松(Poisson)方程导出,在稳态(1+1)维的条件下,空间电荷场满足如下的方程<sup>[7,8,11]</sup>:

$$E = E_0 \frac{I_\infty + I_b + I_d}{I + I_b + I_d}, \quad (3)$$

式中  $I$  为入射光强,  $I_b$  为背景光强,  $I_d = \beta/s$  为暗辐射强度,  $I_\infty$  代表远离光束横断面中心处的光强,  $E_0$  为  $x \rightarrow \pm\infty$  处的空间电荷场。

把(3)式和(2)式代入(1)式,并采用无量纲变量  $s = x/x_0$ ,  $\xi = z/(kx_0^2)$  及  $A = (I_b + I_d)^{1/2} U$  (其中  $x_0$  为一任意空间宽度),可得光波方程

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} - \frac{\alpha(1+\rho)^2 U}{(1+|U|^2)^2} = 0, \quad (4)$$

式中  $\alpha = \frac{g_{\text{eff}} n^4 (k_0 x_0)^2 \epsilon_0^2 (\epsilon_r - 1)^2 E_0^2}{2}$ ,  $\rho = \frac{I_\infty}{I_b + I_d}$ , 无量纲振幅  $U$  与光强满足关系式  $I = |U|^2 (I_b + I_d)$ 。

对于明孤子,当  $s \rightarrow \pm\infty$  时,光强趋于零,即  $I_\infty = \rho = 0$ , 这样(4)式就变为

$$i \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} - \frac{\alpha U}{(1+|U|^2)^2} = 0. \quad (5)$$

为了得到(5)式的解,令  $U = r^{1/2} y(s) \exp(i\nu \xi)$ ,

式中  $r = I(0)/I_d$ ,  $\nu$  是光波传播常量的非线性位移,  $y(s)$  是归一化的实函数 [ $0 \leq y(s) \leq 1$ ]. 明孤子的边界条件为:  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$ ;  $y(s \rightarrow \pm\infty) = 0$ . 将  $U$  的这个形式代入(5)式可得

$$y'' - 2\nu y - 2\alpha \frac{y}{(1+ry^2)^2} = 0, \quad (6)$$

式中  $y'' = d^2 y/ds^2$ . 根据边界条件,积分(6)式可以得出

$$\nu = -\alpha/(1+r), \quad (7)$$

$$(y')^2 = \frac{2\alpha}{r} \left(1 - \frac{ry^2}{1+r} - \frac{1}{1+ry^2}\right), \quad (8)$$

由(8)式可以得出中心对称光折变材料中屏蔽空间明孤子的归一化包络解为

$$(2\alpha)^{1/2} s = \pm \int_y^1 \frac{r^{1/2} d\tilde{y}}{1 - r\tilde{y}^2/(1+r) - 1/(1+r\tilde{y}^2)}. \quad (9)$$

显然,只有当  $\alpha > 0$  时,外加偏压的中心对称光折变材料中才能形成明孤子。

## 3 外加电场变化对高斯光束演化影响

设入射的高斯光束为  $U = \sqrt{r} \exp(-s^2/\sigma^2)$ , 式中  $r = I(0)/I_d$ ,  $I(0)$  为光束的中心光强,  $\sigma$  为描述高斯光束束腰的特征参量。如果高斯光束能在给定的外加电场的晶体中演化成稳定的空间明孤子,称高斯光束与晶体匹配<sup>[14]</sup>。

在外加电场为均匀的中心对称光折变晶体中,匹配电场的选取由晶体的参量  $\alpha$  来决定。可以稳定传播一空间屏蔽亮孤子  $u = \sqrt{ry}(s)$ , 该亮孤子的归一化包络应满足(8)式,如果一高斯光束的归一化包络满足(8)式,这时可以找到匹配时的外加电场。

中心对称的光折变材料,如钽铌酸锂钾(KLTN)<sup>[10]</sup>,其材料参量为:  $n = 2.2$ ,  $\epsilon_r = 8000$ ,  $g_{\text{eff}} = 0.12 \text{ m}^4/\text{C}^2$ , 入射光波  $\lambda_0 = 514.5 \text{ nm}$ ,  $x_0 = 40 \text{ }\mu\text{m}$ 。入射的高斯光束取为  $U = \sqrt{1} \exp(-s^2/0.4^2)$ , 采用文献[14]高斯光束与晶体中支持的明孤子单点匹配时的方法,我们可以求出高斯光束与晶体匹配时参量  $\alpha = 32.76$ , 对应的外加电场为  $1.4 \times 10^5 \text{ V/m}$ 。图 1(a)~图 1(c)给出在这个匹配电场以及  $E_0 = 0.6 \times 10^5 \text{ V/m}$  和  $E_0 = 2 \times 10^5 \text{ V/m}$  情况下,由(5)式数值求解出的高斯光束在晶体中的演化特性。图 1(d)~图 1(f)是对应参量下入射的高斯光束空间包络与晶体中支持的明孤子包络的比较。

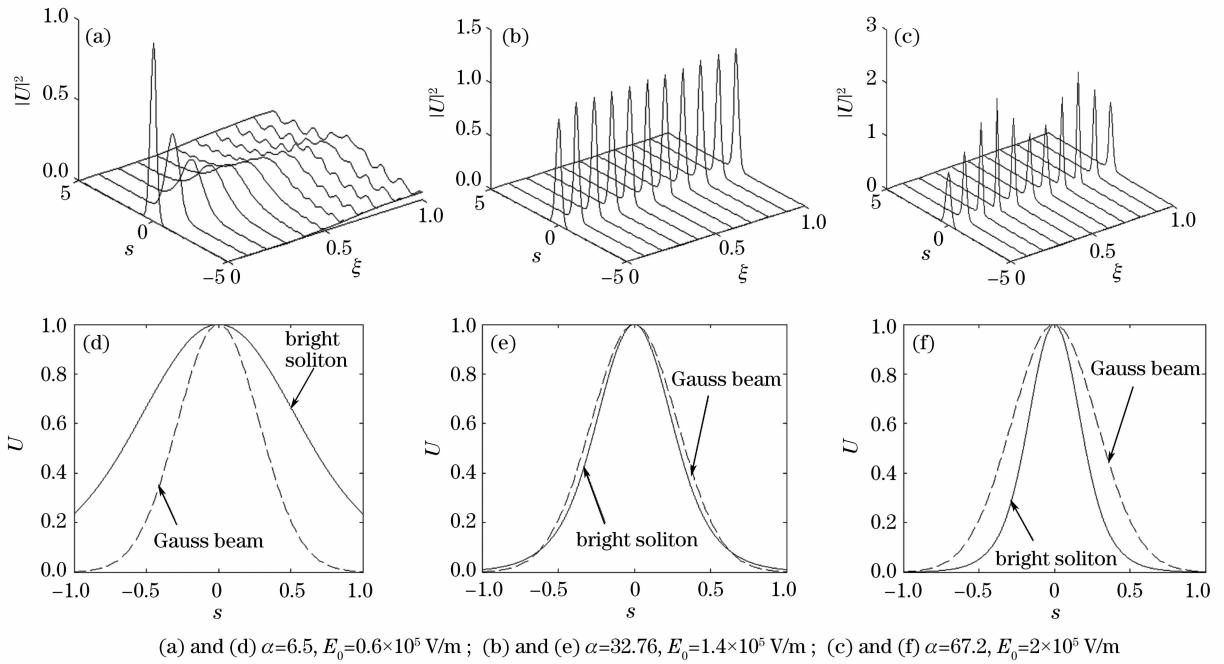


图 1 高斯光束在 KLTN 晶体中的动态演化(a)~(c)和晶体中支持的明孤子与高斯光束入射空间包络的对比(d)~(f)  
Fig. 1 Dynamic evolution of the Gauss beam (a)~(c) and comparison in envelope of the Gauss beam and a bright soliton (d)~(f) in a KLTN crystal

从图 1 中可以看出,外加电场对高斯光束在中心对称光折变材料中传播的影响是十分显著的,当外加电场太弱时,高斯光束在晶体中不能演化成孤子波,其横截面随传波距离增加而变大,最终将崩溃,如图 1(a)所示。外加电场取值合适时,高斯光束能很快地演化成稳定的屏蔽明孤子,这时称高斯光束与晶体匹配,如图 1(b)所示。不过从图中可看出,对中心对称的光折变材料,用单点匹配<sup>[13]</sup>求出的结果有较大的误差,这在后面还要讨论。当外加电场过大时,会导致晶体中的空间电荷场增强,其结果使高斯光束难以形成稳定的屏蔽明孤子,而是呈周期性的压缩和膨胀现象,如图 1(c)所示,电场越强,压缩和膨胀的现象越严重。

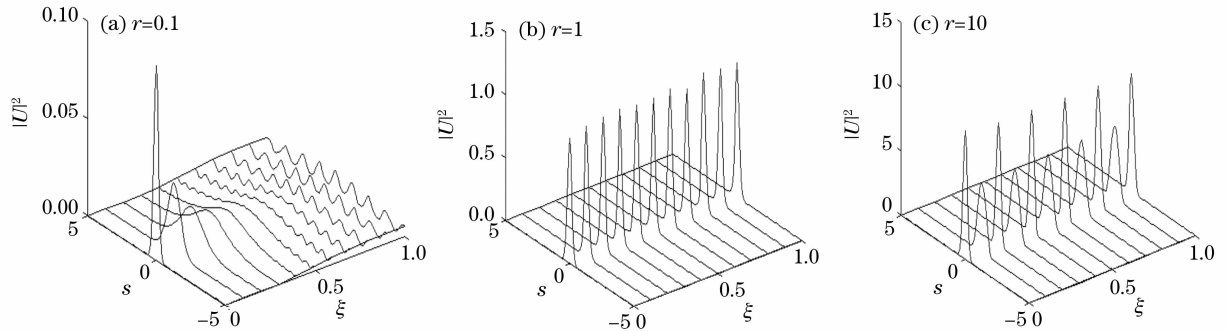


图 2 高斯光束在 KLTN 晶体中的动态演化

Fig. 2 Dynamic evolution of Gauss beam as an incident beam in a KLTN crystal

#### 4 入射强度峰值变化对演化影响

下面来研究在外加电场给定时高斯光束  $U = \sqrt{r} \exp(-s^2/0.34^2)$  在不同  $r$  的情况下在晶体中的演化特性,结果如图 2 所示。晶体所加的电场为  $E_0 = 1.51 \times 10^5$  V/m 时,对于束腰参量为  $\sigma = 0.34$  的高斯光束,由单点匹配的方法<sup>[14]</sup>可求出  $r=1$  情况下,  $\alpha=38.5$ 。从图 2 可见,并不是任意的高斯光束都可以在晶体中演化成屏蔽空间明孤子,由图 2(a)可以看出,  $r=0.1$  时高斯光束在晶体中很快发散,根本不能演化为明孤子,这说明由于光强峰值太小,高斯光束很难与晶体匹配。在图 2(c)中,高斯光束呈现出周期性的压缩和膨胀,光强过强时,高斯光束与晶

体也不匹配,这两种情况下,我们可以通过调整外加电场使光束与晶体匹配,从而在晶体中使高斯光束演化成屏蔽空间明孤子。而由图 2(b)中可以看出,这时  $r=1$  高斯光束很快在晶体中演化成屏蔽空间明孤子,说明这时高斯光束与晶体匹配。

图 3 给出了  $\alpha=38.5$  时,  $r$  分别为 0.1, 1 和 10 的屏蔽明孤子的空间包络以及  $r$  分别 0.1, 1 和 10

时的高斯光束  $U=\sqrt{r}\exp(-s^2/0.34^2)$  的空间包络对比图。由图可见,  $r=1$  时的高斯光束和  $r=1$  的屏蔽明孤子基本相同,而  $r=0.1$  和 10 时高斯光束同  $\alpha=38.5$  的中心对称光折变晶体中支持的屏蔽明孤子有较大的差异。这个结果进一步说明了高斯光束  $U=\sqrt{r}\exp(-s^2/0.34^2)$  为参量  $\alpha=38.5$  时中心对称晶体相匹配的高斯光束。

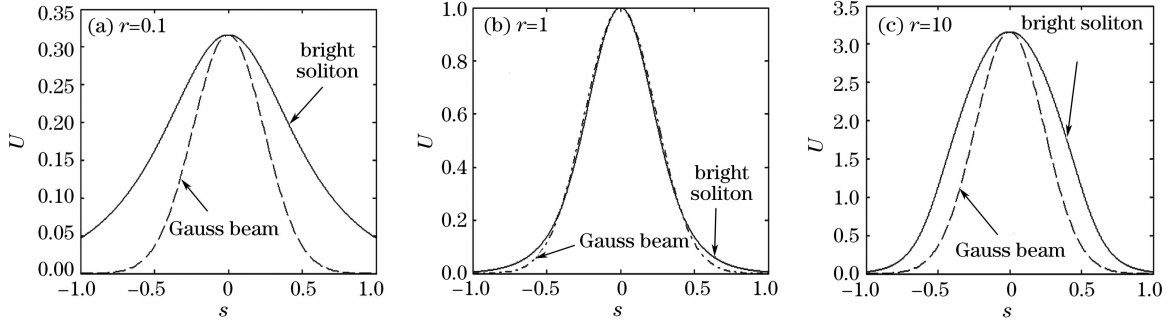


图 3 高斯光束与同振幅的的屏蔽明孤子空间包络的比较

Fig. 3 Comparison of envelope between Gauss beam and screening bright soliton of the same amplitude

### 5 束腰参量变化对演化影响

假定 KLTN 的外加电场为  $E_0=1.54\times 10^5$  V/m, 对应的参量  $\alpha=40$ 。入射的高斯光束为  $U =$

$\sqrt{5}\exp(-s^2/\sigma^2)$ 。经过用多次试探法计算知  $\sigma=0.39$  的高斯光束为晶体在该参量下的匹配光束。这在图 4(b)和图 5 中看的很清楚。

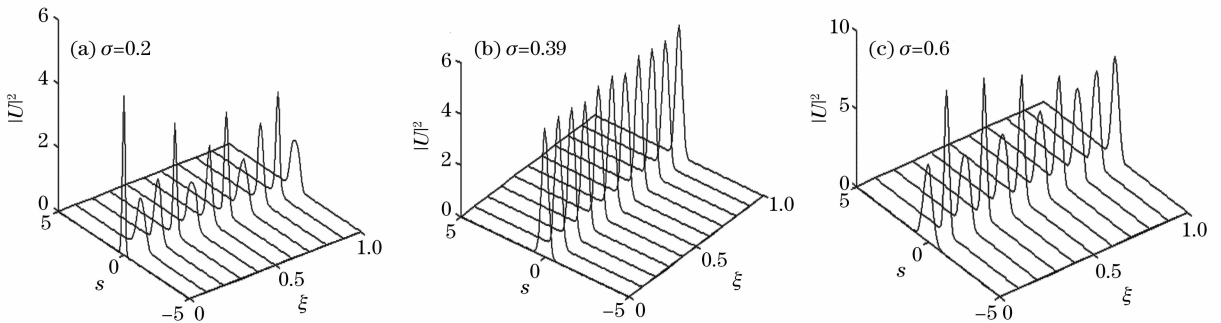


图 4 高斯光束在 KLTN 晶体中的演化特性

Fig. 4 Evolution of Gauss beam as an incident beam in a KLTN crystal

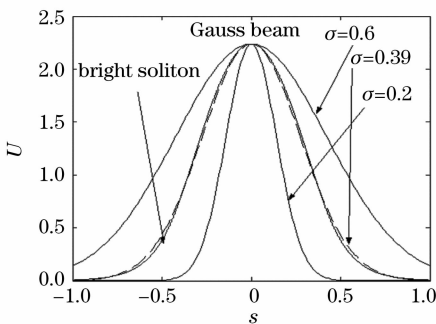


图 5 高斯光束与晶体中支持的同振幅屏蔽明孤子包络对比

Fig. 5 Comparison of envelope between Gauss beam and screening bright soliton of the same amplitude

图 4 给出的是不同束腰参量的高斯光束在晶体中的演化特性。可以看出,当入射光束束腰参量小于匹配光束时,入射光束在晶体中会呈现缓慢的膨胀起伏现象[图 4(a)],但振幅与入射时相比是减少的趋势。当入射光束的束腰参量大于匹配光束时,光束在晶体中经历剧烈的膨胀起伏现象[图 4(c)],但出射振幅与入射振幅相比是增加的趋势。

图 5 给出的是不同束腰参量的高斯光束与  $\alpha=40, r=5$  时晶体中支持的明孤子的空间包络对比图,我们可以清楚的看出,束腰参量为  $\sigma=0.39$  的高斯光束和晶体中支持的明孤子是匹配的。

## 6 中心对称光折变材料中高斯光束相互作用

选取两束高斯光束的入射光强峰值对应的  $r=1$ , 晶体仍为 KLTN, 对于高斯光束  $U = \sqrt{I} \exp(-s^2/0.34^2)$ , 可以算出匹配参量为  $\alpha=38.5$ , 对应的外加电场为  $E=1.51 \times 10^4$  V/m。将两束相位相同或相反的高斯光束同时入射到同一块材料上, 数值求解演化方程(5)。

定义两光束的相对间距  $\Delta s$  为中心间距与前述的任意空间宽度  $x_0$  的比值。图 6 给出的是不同相对间距  $\Delta s$  下同相位高斯光束在中心对称光折变晶体中的相互作用。当两光束的中心间距约为  $40 \mu\text{m}$ , 任意空间宽度  $x_0=40 \mu\text{m}$  时,  $\Delta s=1$ , 两光束间相互吸

引, 经过融合, 最终合为一束光束, 如图 6(a) 所示。当两光束中心间距加大到  $60 \mu\text{m}$  时, 相对间距为  $\Delta s=1.5$ , 两光束相互吸引, 经历融合, 再分离等过程, 如图 6(b) 所示。当两光束中心间距增大到  $80 \mu\text{m}$  时, 相对间距为  $\Delta s=2$ , 两光束之间没有相互作用, 一直保持着很好的分离状态, 如图 6(c) 所示。利用这种方法可以让两光束靠的很近而不发生融合, 这可以利用相干光制做距离很近的平行波导。究其原因, 两平行传播的同相光束是否融合, 与两光束相对间距有关。相对间距越小, 光束越容易发生融合, 这是因为两光束交叠区域的光强增加, 引起了该区域折射率的增大, 吸引了更多的光到这个区域, 从而使两入射光束的中心向该区域移动, 最终合为一起。

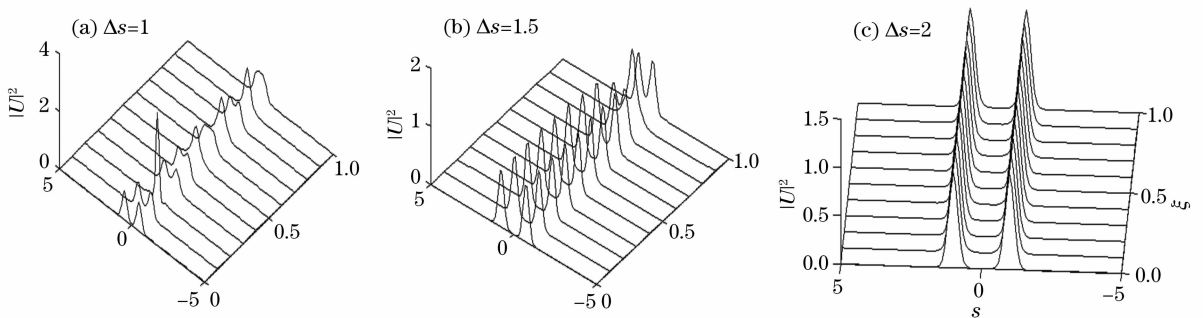


图 6 不同相对间距  $\Delta s$  下的同相位高斯光束的相互作用

Fig. 6 Interaction between a pair of same-phase Gaussian beams with different separation  $\Delta s$

图 7 给出的是不同相对间距  $\Delta s$  下反相位高斯光束在中心对称光折变晶体中的相互作用。当两光束的中心间距约为  $20 \mu\text{m}$ , 相对间距为  $\Delta s=0.5$ , 两光束相互排斥, 两光束将偏离原来的传播方向沿直线轨迹传播, 如图 7(a) 所示。当相对间距为  $\Delta s=1$ , 两光束相互排斥的程度有所减弱, 如图 7(b)。由此可以看出, 两光束的传波方向的夹角与初始时两光

束的间距成反比, 两光束靠的越近, 将分的越开, 光束的宽度和幅度基本不变。当两光束中心间距加大到  $80 \mu\text{m}$  时, 相对间距为  $\Delta s=2$ , 两光束之间没有相互作用, 一直保持着很好的分离状态, 如图 7(c) 所示, 这与同相位的高斯光束基本一致。这说明当两光束的相对间距大到一定程度时, 两光束之间已经没有相互排斥。

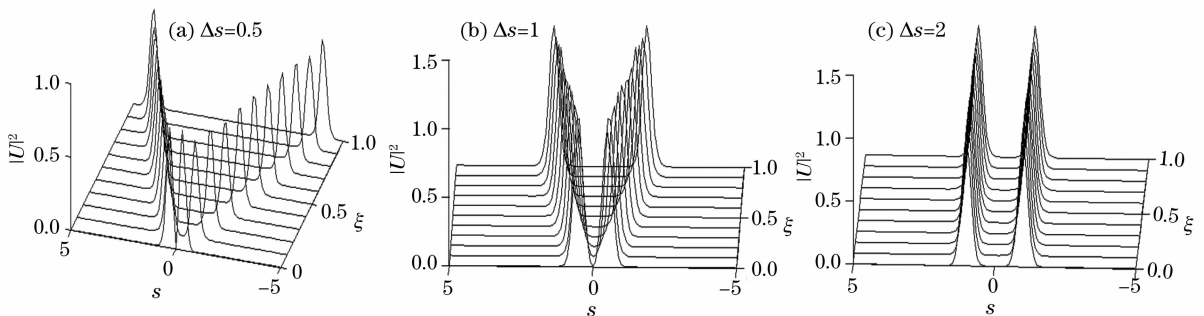


图 7 不同相对间距  $\Delta s$  下的反相位高斯光束的相互作用

Fig. 7 Interaction between a pair of anti-phase Gaussian beams with different separation  $\Delta s$

## 7 高斯光束与屏蔽明孤子匹配近似的比较

分析高斯光束  $U = \sqrt{5} \exp(-s^2/0.39^2)$  分别在中心对称光折变晶体[图 8(a)]和非中心对称晶体[图 8(b)]中与同振幅的明孤子包络对比图。利用单点匹配<sup>[14]</sup>法, 求出的高斯光束与晶体匹配的参量  $\alpha = 23.5668$ 。明孤子与高斯光束匹配是很差的, 对中心对称的光折变晶体, 在高斯光束峰值  $r > 1$  时, 用多点匹配<sup>[14]</sup>的办法或试探法才能更好地找到高

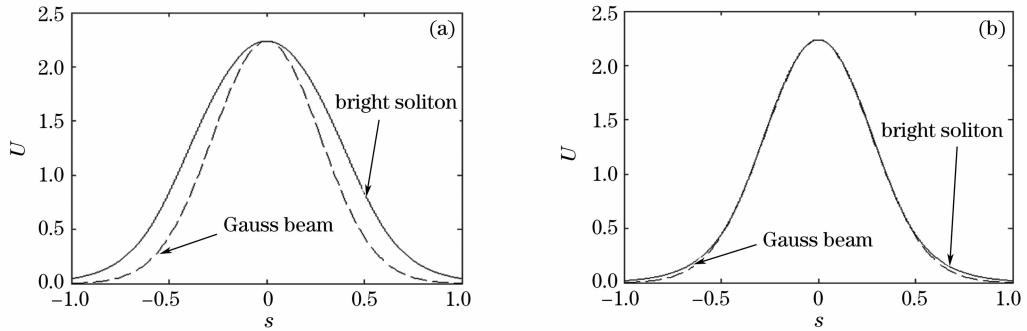


图 8 高斯光束光折变晶体中明孤子的包络对比。(a) 中心对称晶体, (b) 非中心对称晶体

Fig. 8 Comparison of envelope between Gauss beam and a bright soliton in of the same amplitude photorefractive crystal.

(a) Centrosymmetric crystal, (b) noncentrosymmetric crystal

## 8 结 论

外加电场, 光强峰值和光束束腰参量对高斯光束在中心对称光折变材料中的传播特性有明显的影 响。对于给定的中心对称的光折变材料和高斯光束, 只有选择适当的外加电场, 光强峰值和光束束腰参量才能使高斯光束演化成稳定的屏蔽明孤子。如果电场过弱, 高斯光束在材料中很快发散。如果电场过大, 高斯光束在晶体中就呈现出周期性的压缩和膨胀现象。入射的高斯光束的光强峰值小匹配值时, 高斯光束在传播过程中会很快发散。当入射的高斯光束的光强峰值大与匹配值时, 高斯光束在晶体中就呈现出周期性的压缩和膨胀现象。光束束腰参量与晶体不匹配时, 高斯光束在晶体中就呈现出周期性的压缩和膨胀现象。同时入射到一块材料上的两束强度相同的高斯光束, 如果两光束的相位相同, 相对间距在作用范围内, 两光束相互吸引。如果间距过小, 两光束最终可融合成一束光。如果间距过大, 两束光之间没有相互作用。相位相反的两光束, 相对间距在作用范围内, 它们是相互排斥的。利用这种光束间的相互作用对光束间相对相位的依赖关系, 可以通过控制一束光的相位来实现对另一束光的控制。这使得高斯光束在中心对称光折变材料

斯光束与匹配明孤子所对应的参量。图 5 中匹配结果就是在单点匹配的基础上, 再用多次试探法得到的, 对应的参量  $\alpha = 40$ 。由图 8(b)可以看出, 同样的单点匹配方法, 在非中心对称的晶体中高斯光束与明孤子匹配时的近似程度远远高与中心对称晶体, 分析过程中求得高斯光束与非中心对称晶体中支持的屏蔽明孤子匹配参量<sup>[3]</sup>  $\beta = 32.4352$ 。这个参量决定晶体的外加电场。

中的这种相互作用在全光通信中有很大的应用前景。

## 参 考 文 献

- 1 M. Segev, B. Crosignani, A. Yariv *et al.*. Spatial solitons in photorefractive media[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(7): 923~926
- 2 G. C. Duree, J. L. Shultz, G. J. Salamo *et al.*. Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **71**(4): 533~536
- 3 D. N. Christodoulides, M. I. Carvalho. Bright, dark and gray spatial soliton states in photorefractive media[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1995, **12**(9): 1628~1633
- 4 Mordechai Segev, George C. Valley, Matthew C. Bashaw *et al.*. Photovoltaic spatial solitons[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1997, **14**(7): 1772~1781
- 5 Zhang Guangyong, Liu Jinsong. Self-deflection characteristics of dark photovoltaic spatial solitons in closed circuit[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(10): 1559~1561  
张光勇, 刘劲松. 闭路光伏暗空间孤子的自偏转特性研究[J]. *光学学报*, 2006, **26**(10): 1559~1561
- 6 Liu Jinsong, Lu Keqing. Spatial solitaire wave in biased photovoltaic-photorefractive crystals[J]. *Acta Physica Sinica*, 1998, **47**(9): 1509~1515  
刘劲松, 卢克清. 加外电场的 光伏光折变晶体中的空间孤子波[J]. *物理学报*, 1998, **47**(9): 1509~1514
- 7 Liu Jinsong, Lu Keqing. Screening-photorefractive spatial solitons in biased photovoltaic-photorefractive crystals and their self-deflection[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1999, **16**(4): 550~555
- 8 Mordechai Segev, Aharon Agranat. Spatial solitons in centrosymmetric photorefractive media[J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(17): 1299~1301

- 9 Eugenio DelRe, Bruno Crosignani, Mario Tamburrini *et al.*. One-dimensional steady-state photorefractive spatial solitons in centrosymmetric paraelectric potassium lithium tantalate niobate [J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(6): 421~423
- 10 Hou Chunfeng, Du Chunguang, Abdurusul *et al.*. Incoherently coupled bright-dark soliton pairs in biased centrosymmetric photorefractive media[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2001, **18**(12): 1607~1609
- 11 Hou Chunfeng, Meng Qingxin, Gong Dewei *et al.*. Low intensity spatial solitons in centrosymmetric photorefractive materials[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(6): 1836~1839  
侯春风, 孟庆鑫, 宫德维 等. 中心对称光折变材料中小光强空间孤子[J]. *物理学报*, 2004, **53**(6): 1836~1839
- 12 Zhang Duiying, Liu Jinsong, Liang Changhong. Solitary evolution of Gauss beam in photovoltaic-photorefractive crystal[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(6): 647~651  
张都应, 刘劲松, 梁昌洪. 高斯光束在光伏光折变晶体中的孤波演化[J]. *光学学报*, 2001, **21**(6): 647~651
- 13 Chen Shouman, Shi Shunxiang, Dong Hongzhou. Evolution of Gaussian beams in photorefractive crystal biased spatial modulation electric field[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(1): 166~170  
陈守满, 石顺祥, 董洪舟. 高斯光束在外加空间调制电场的光折变晶体中的演化[J]. *光学学报*, 2007, **27**(1): 166~170
- 14 Zhang Duiying, Liu Jinsong, Liang Changhong. The match of Gaussian wave with one bright soliton and their solitary evolution [J]. *J. Xidian University*, 2003, **30**(4): 497~501  
张都应, 刘劲松, 梁昌洪. 高斯波与明孤子的匹配及其演化[J]. *西安电子科技大学学报*, 2003, **30**(4): 497~501