

支持向量回归算法在光纤光栅非均匀应变 重构中的应用

张荣祥 郑世杰 夏彦君 张绥远

(南京航空航天大学智能材料与结构航空科技重点实验室, 南京 江苏 210016)

摘要 当布拉格光栅轴向存在大的应变梯度时,其反射光谱的形状会被扭曲,甚至出现多峰,发展非均匀应变分布重构方法对于结构健康监测技术具有重要意义。但采集反射光谱时的测试噪声会显著影响应变分布重构的精度。为此,提出了采用支持向量机对含噪的反射光谱进行回归预处理,并运用适应度排序改进的遗传优化算法结合传输矩阵反射光谱构建方法识别布拉格光栅轴向非均匀应变分布的方法。该方法将反射光谱视为时间序列,利用支持向量回归的全局优化和泛化能力进行噪声抑制,从而回归出有效的反射光谱;通过传输矩阵方法将光栅轴向应变分段均匀化,利用改进的遗传算法进行并行重构。对多种应变分布形式下的应变重构进行了仿真研究,结果表明,支持向量机方法可以有效地进行反射光谱回归,提高非均匀应变分布重构的精度。

关键词 光纤光学; 健康监测; 非均匀应变分布重构; 改进遗传算法; 支持向量回归; 传输矩阵法

中图分类号 TP212 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20082808.1513

Application of Support Vector Regression for Reconstruction of Non-Uniform Strain Profile Along the Fiber Grating

Zhang Rongxiang Zheng Shijie Xia Yanjun Zhang Suiyuan

(Department of Smart Materials & Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,
Nanjing, Jiangsu 210016, China)

Abstract The reflection spectrum shape of the Bragg grating sensor will be distorted even with multi-peaks when there exists great strain gradient in the axis direction of the FBG, so it's meaningful for developing strain profile reconstruction method in structure health monitoring field. With the problems that noised reflection spectrum will decline the precision of strain reconstruction, a novel method based on the support vector regressin (SVR) preprocessing of noised reflection spectrum is proposed for the non-uniformly distributed strain profile reconstruction along the axis of Bragg grating. This method combines fitness sorting improved genetic algorithm with transform-matrix reflection spectrum construction. The reflection spectrum is viewed as a time serial and SVR is developed to constrain the noise for effective regression of reflection spectrum due to its global optimization and well generalization. Subsequently, the strain distribution is treated as a piecewise constant function, the spectral response is calculated using the transform-matrix approach, and then improved genetic algorithm is employed for reconstruction simultaneously. The simulations for strain profile reconstruction are conducted in various kinds of strain distributions. Results show that the SVR reflection spectrum regression is very effective and the proposed algorithm can improve precision of non-uniform strain distribution reconstruction.

Key words fiber optics; health monitoring; non-uniform strain profile reconstruction; improved genetic algorithm; support vector regression; transform-matrix method

收稿日期: 2007-08-07; 收到修改稿日期: 2008-01-30

基金项目: 国家自然科学基金(10772077)和航空科学基金(2007ZD52047)资助课题。

作者简介: 张荣祥(1983-),男,硕士研究生,主要从事模式识别方面的研究。E-mail: zrx123xiang@126.com

导师简介: 郑世杰(1968-),男,教授,博士生导师,主要从事结构健康监测、有限元分析等方面的研究。

1 引 言

光纤布拉格光栅 (Optic fiber Bragg grating, FBG) 的反射光谱的峰值在均匀应变的作用下将产生偏移, 且峰值的偏移量与 FBG 所承受的应变之间成线性关系, 通过对波长偏移量的测量便可以方便准确地识别出 FBG 轴向的均匀应变^[1,2]。但最新的实验研究表明^[3], 当 FBG 所在区域附近存在大的应变梯度时, 其反射光谱的形状会被扭曲, 甚至出现多峰; 应变分布的非均匀程度越高, FBG 反射光谱的多峰分离现象就越显著; 通过对多峰反射光谱进行分析, 就有可能获得几毫米范围内的结构局部非均匀应变或应变梯度的变化情况。理论和实验研究早已表明, 损伤区域附近通常都存在大的应变梯度, 相比于应变和变形, 应变梯度显然更容易快速、直观地反映出损伤的大致位置。非均匀应变信息对于结构健康监测具有重要价值^[2~4]。

一些启发式算法被用于解决 FBG 轴向非均匀应变分布重构问题。Gill 等^[5]发展了一种基于遗传算法和反射光谱的幅度信息重构光栅轴向应变分布的方法, 同时利用 T 矩阵光栅反射光谱算法^[6]替代了耦合模方程的数值解法, 大大提高了重构的速度和精度; 文献^[7]则将模拟退火进化算法用于光栅轴向的非均匀应变分布重构; 文献^[8]则从数值仿真的角度指出反射光谱采集中引入的干扰噪声会显著影响应变分布重构的精度, 当噪声比例大于 10% 时, 应变分布重构误差较大, 指出了反射光谱去噪的必要性, 但现有的启发式算法对反射光谱的去噪问题无能为力。为进一步推动非均匀应变分布重构的实验验证工作的开展, 探索噪声下光栅轴向非均匀应变分布的重构算法具有重要的理论和实际意义。本文将不敏感损失支持向量回归 (e-SVR)^[9]用于 FBG 反射光谱的去噪回归和非均匀应变分布重构。

2 反射光谱构造及支持向量回归

2.1 T 矩阵光栅分析

光波在光栅中传输的反射光谱可以通过解耦合模微分方程组来获得^[10], 但微分方程数值解法耗时较多, 且精度与步长关系密切。T 矩阵法的基本思想是将布拉格 (Bragg) 光栅分成 M 段, 每段看作是均匀光栅, 并具有局部光栅周期 Δ_i 、直流自耦合系数 $\hat{\sigma}_i$ 和交流耦合系数 $k^{[10]}$, 每个光栅段对光的传输可通过一个传输矩阵 F_i 来表示:

$$F_i = \begin{bmatrix} F_i^1 - F_i^2 & -F_i^3 \\ F_i^3 & F_i^1 + F_i^2 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中

$$F_i^1 = \cosh(\gamma_i \Delta z); \quad F_i^2 = i \frac{\hat{\sigma}_i}{\gamma_i} \sinh(\gamma_i \Delta z);$$

$$F_i^3 = i \frac{k}{\gamma_i} \sinh(\gamma_i \Delta z); \quad \gamma_i = \sqrt{k^2 - \hat{\sigma}_i^2}.$$

整个光栅对光的传输可以表示为

$$\begin{bmatrix} R_M \\ S_M \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} R_0 \\ S_0 \end{bmatrix}, \quad F = F_1 F_2 \cdots F_M, \quad (2)$$

光栅的反射光谱可以由下式算得

$$r(\lambda) = |S_M/R_M|^2, \quad (3)$$

R_i, S_i 分别为第 i 段光栅的前、后向传输振幅。在 T 矩阵列式实际应用中, M 值一般根据对光栅轴向应变分布重构的分辨率要求来决定, 可以设置较大的 M 值以得到较大的应变重构分辨率。采用矩阵操作计算反射系数使得反射光谱的构建速度明显提高, 是一种有效的光栅分析方法。

2.2 反射光谱去噪回归

设反射光谱采样点的数据表示为 $(\lambda_1, r_1), \dots, (\lambda_H, r_H) \in (R, R)$, 线性回归函数为

$$f(\lambda) = \bar{\omega}^T \lambda + b. \quad (4)$$

定义 e 不敏感损失函数:

$$L^e(\lambda, r, f) = \max(0, |r - f(\lambda)| - e). \quad (5)$$

优化问题为

$$\min \frac{1}{2} \|\bar{\omega}\|^2 + C \sum_{i=1}^H (\xi_i + \hat{\xi}_i), \quad (6)$$

约束条件为

$$\begin{cases} (\bar{\omega}^T \lambda_i + b) - r_i \leq e + \xi_i, \\ r_i - (\bar{\omega}^T \lambda_i + b) \leq e + \hat{\xi}_i, \\ \xi_i, \hat{\xi}_i \geq 0. \quad i = 1, \dots, H \end{cases} \quad (7)$$

利用拉格朗日乘子法, 可求得上述二次约束优化问题的解 α_i^* ^[9], 则回归函数可以表示为

$$f(\lambda) = \sum_{i=1}^H \alpha_i^* \lambda_i^T \lambda + b^*, \quad (8)$$

式中 b^* 的选择需满足 $f(\lambda_i) - r_i = -e$ 对任意 i 在 $0 < \alpha_i^* < C$ 下成立。

对 Bragg 光栅反射光谱的观察可知, 其数据存在较强的非线性关系, 需要先利用核函数将原始数据映射到一个高维特征空间, 再在高维特征空间进行线性回归。常用的核函数有多项式核、高斯核、还有 Sigmoid $\{1/[1 + \exp(-x)]\}$ 核等, 其中高斯核函数研究和应用得最为广泛:

$$K(x_i, x_j) = \exp(-g \|\lambda_i - \lambda_j\|^2). \quad (9)$$

本文采用高斯核的支持向量回归的反射光谱函数可以表示为

$$f(\lambda) = \sum_{i=1}^H \alpha_i^* K(\lambda_i, \lambda) + b^*. \quad (10)$$

本算法中只有两个参数待选择：惩罚参数 C 和高斯核参数 g ；同时运算速度也较快，能在目标被高斯噪声干扰的情况下获得最优的结果，具有其它以经验风险最小化原理为基础的算法难以比拟的优越性。

3 应变分布重构算法

采用 T 矩阵方法进行应变分布重构时，将光栅轴向的应变分段均匀化，从而得到 M 个位置的应变分布，将这 M 个应变编码成染色体，通过遗传算法以反射光谱为依据并行优化这 M 个位置的应变情况，通过选择、交叉和变异的个体操作及种群进化实现使得误差最小的应变识别重构。需要指出的是，光栅的分段均匀化保证了每个微段的传输矩阵 F_i 都是唯一的，但从(2)式和(3)式不难看出，对任一种应变分布而言，一定存在着一个与之完全对称的轴向应变分布，二者所对应的反射谱完全相同。这种解的非唯一性可通过附加一个啁啾光栅^[8]或通过对FBG两个端点应变大小的预判^[5]得到解决，本文采用了文献[5]的作法。

3.1 改进遗传算法

常规的遗传算法中常常将适应度函数设为误差函数的倒数，但在遗传算法运行的后期阶段，群体中所有个体的平均适应度可能会接近于群体中最佳个体的适应度，从而使得进化过程无竞争性可言，影响遗传算法的运行效率，过早收敛。所以本文采用了基于适应度函数排序方法的改进遗传优化算法，这种方法能够克服由于过于适应或过于不适应的个体的存在带来的问题。

1) 令参考反射光谱为 $r_o(\lambda)$ ，通过 T 矩阵方法构建的反射光谱为 $r_c(\lambda)$ ，则可以定义每个个体原始适应度值 E_n 为反射光谱欧式距离倒数，即

$$E_n = 1 / \| r_o(\lambda) - r_c(\lambda) \|. \quad (11)$$

并按照降序排列

$$F_n^{(s)} = \text{sort}(E_n), \quad n = 1, \dots, N \quad (12)$$

得到个体 n 在排序中的位置 s ， $\text{sort}(\cdot)$ 表示对数组进行降序排列， N 为当前种群个体总数。

2) 重新计算适应度

$$F_n = R \times \frac{s}{N}, \quad (13)$$

R 为适应度变化范围，本文取为 2，即调整后的适应度值被限制在 $0 \sim 2$ 之间，并且根据个体的优越性

能等间隔地分配适应度，使得优良个体的适应度始终保持在平均适应度之上一段距离，同时个体间始终保持着恒定的压力推动着种群向最优方向进化。

另外，遗传算法中还采用了精英策略与轮盘赌相结合的选择算子，并利用两点交叉方法和实数变异算子提高搜索效率和范围。

3.2 算法步骤

将 e -SVR 算法对反射光谱的预处理与遗传算法的全局优化相结合，以 T 矩阵反射光谱构建算法为辅助，对光栅轴向非均匀应变分布重构进行了仿真研究，步骤如下：

- 1) 通过数值仿真方法构建参考反射光谱 $r_o(\lambda)$ ，并加入一定比例的噪声模仿实际情况；
- 2) 设置参数，采用 e -SVR 从噪声的参考反射光谱中构建回归反射光谱；
- 3) 根据实际应变重构分辨率要求确定光栅分段数 M ，初始化遗传算法，采用 T 矩阵反射光谱构建方法对应变分布进行优化重构。

其中反射光谱支持向量回归降噪处理的流程如图 1 所示。

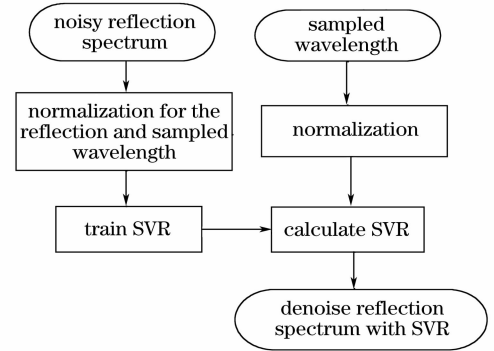


图 1 反射光谱的支持向量回归降噪流程图

Fig. 1 Flow chart of reflection spectrum denoising with SVR

从图 1 可以看出，反射光谱的支持向量回归降噪方案分为两个过程：首先从左到右，由带有噪声的反射光谱反射率信息和采样波长的归一化结果训练 e -SVR；然后从上到下，将光谱采样波长的归一化结果代入训练好的 e -SVR 中，从而获得支持向量回归反射率信息。

从图形直观的角度列出噪声比例为 11% 时线性应变分布 $\epsilon(z) = 300z$ ($\mu\epsilon$) 反射光谱的 e -SVR 的降噪回归结果。算例中选用光栅长度为 5 mm 的均匀 Bragg 光栅，其有效折射率 $n_{\text{eff}} = 1.46$ ，布拉格波长 $\lambda_D = 1557$ nm，折射率变化 2.5×10^{-4} ，弹光系数 $P_e = 0.26$ 。

4 仿真分析

图 2(a)仿真的是实际中采集到的带有噪声的布拉格光栅反射光谱,图 2(b)中虚线是通过 e -SVR 方法去噪回归的结果。参考反射光谱和支持向量回

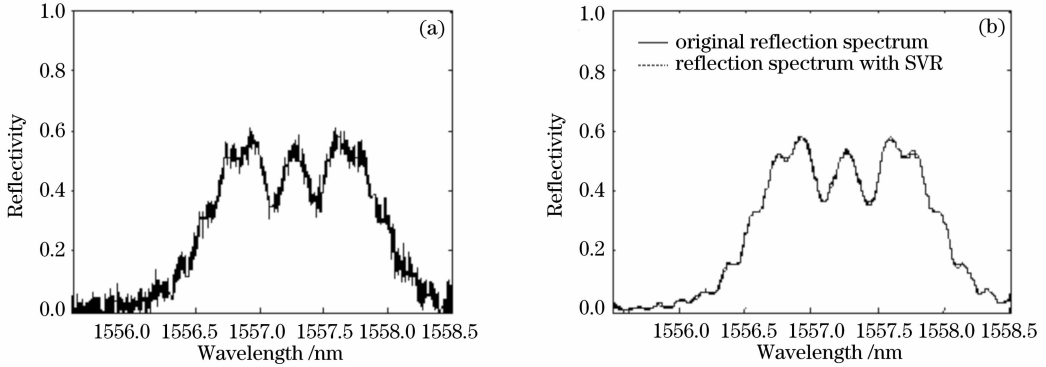


图 2 11%噪声的线性应变反射光谱和支持向量回归结果及误差 (MSE=0.0005)

Fig. 2 Reflection spectrum denoising of 11% noisy linear strain profile, SVR result and error

为了直观定量地衡量非均匀应变分布重构的精度,根据非均匀应变分布重构这一具体问题的特性,从多个角度制定了一系列的指标。假定解个体为

$$\epsilon = [\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_M],$$

参考应变分布为

$$\epsilon^{(0)} = [\epsilon_1^{(0)}, \epsilon_2^{(0)}, \dots, \epsilon_M^{(0)}],$$

具体指标如表 1(其中 Cov 表示协方差, D 为方差)所示。

表 1 应变分布重构精度衡量指标定义

Table 1 Definition of index for strain distribution reconstruction precision

Index	Definition
Correlate coefficient	$[\text{Cov}(\epsilon, \epsilon^{(0)}) / \sqrt{D\epsilon \cdot D\epsilon^{(0)}}]^2$
Max absolute error	$\max_m (\epsilon_m - \epsilon_m^{(0)}) m=1, \dots, M$
Root mean square error	$\sqrt{\sum_m (\epsilon_m - \epsilon_m^{(0)})^2 / M}$

相关系数度量了解个体 ϵ 和参考应变分布 $\epsilon^{(0)}$ 之间线性相关的密切程度,主要是从应变分布形式

归反射光谱的比较可以发现, e -SVR 效果很好,回归的均方误差在 $10^{-4} \sim 10^{-3}$ 数量级之间;即使反射光谱中存在明显的局部跳跃噪声干扰也可以得到较光滑的降噪回归效果。

的角度衡量重构的精度;最大绝对误差衡量了离散应变分布重构时各个离散位置出现的最大重构偏差;均方根误差则从整体上表征了解个体相对于参考应变分布的误差。

将光栅分成 M 段 ($M=10$),通过实数编码利用适应度排序改进遗传算法求解应变分布,对二次应变分布情况进行了验证。遗传算法执行 1000 代,每代 100 个体,交叉概率和变异概率分别为 0.75 和 0.125,支持向量回归中惩罚参数 C 为 1,高斯核参数 g 为 $1/150$ 。图 3 给出了噪声比例为 5%,11%和 17%时的二次应变分布重构结果,图 4 则给出了二次应变分布 $\epsilon(z) = 90(z-0.5)^2 - 300(\mu\epsilon)$ 情况下,相应的反射光谱染有 1%,3%,5%,...,17%等 9 个不同比例白噪声时应变分布重构精度指标的变化情况。从图 4 可以定性地看出,随着噪声比例的增加,直接依据染噪的反射光谱的非均匀应变分布重构精度存在明显降低。从图 3 的非均匀应变分布仿真实例可以发现,各个离散位置处的应变重构误差

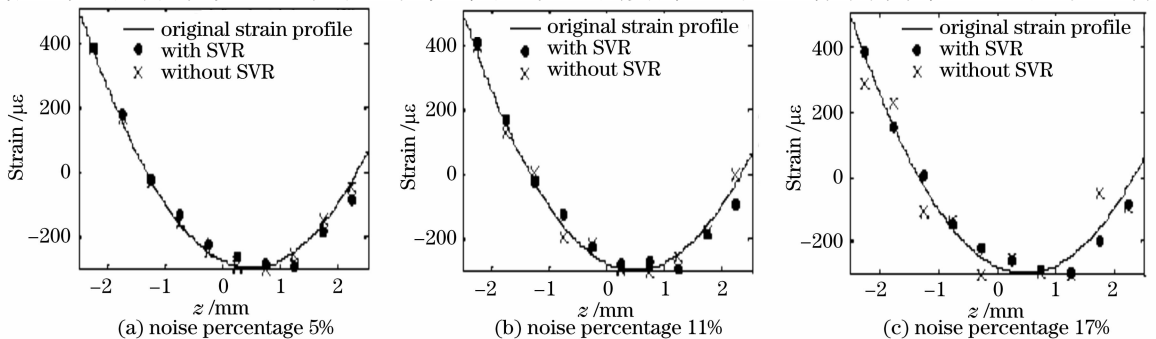


图 3 二次应变分布支持向量回归与遗传算法重构

Fig. 3 SVR for quadratic strain profile and GA reconstruction

随着噪声比例的增大越来越大,而通过 ϵ -SVR 去噪回归处理过的反射光谱更有利于非均匀的应变分布重构,重构结果基本保持稳定,没有出现较大误差,图 3(c)明显地说明了这一点。因此将 ϵ 不敏感损失

支持向量回归方法用于反射光谱的平滑回归降噪处理之后,应变分布重构的偏差得以显著降低,为依据反射光谱进行光栅应变分布重构提供了保障。

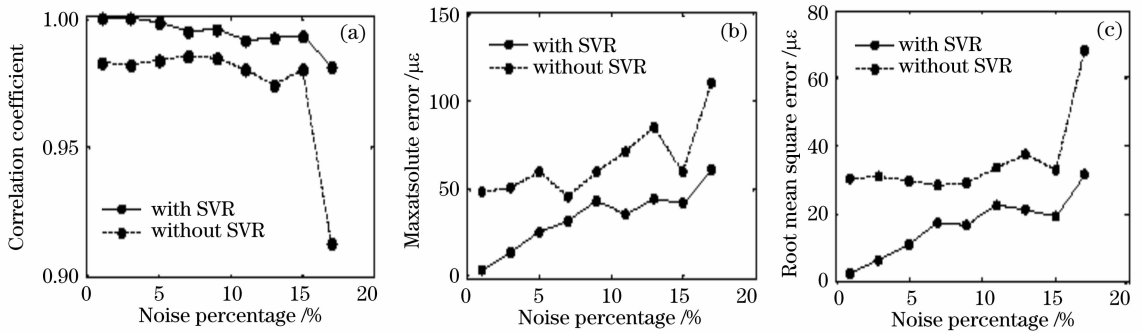


图 4 不同噪声比例下二次应变分布重构精度比较

Fig. 4 Comparison of reconstruction precision for quadratic strain profile on different noise ratios

5 结 论

针对实际工程中光栅反射光谱信号易受噪声污染并直接影晌应变分布重构的精度问题,提出了 ϵ -SVR 的反射光谱回归方法。数值仿真表明反射光谱经平滑回归降噪处理之后,即使对于噪声比例大于 10% 的情况,应变分布重构的偏差也能得以显著降低,这一方法为依据反射光谱进行光栅应变分布重构的实验研究奠定了必要的理论基础。支持向量回归中较优参数的选择范围比较宽裕,为进一步提高应变重构的精度,参数的最优选择以及算法的实验验证仍需作者进一步的努力。

参 考 文 献

- 1 Wu Fei, Li Lixin, Li Zhiqian. Theoretical analysis of fiber Bragg grating characterization by applying transverse force[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(4): 472~476
吴飞,李立新,李志全. 均匀光纤布拉格光栅横向受力特性的理论分析[J]. *中国激光*, 2006, **33**(4): 472~476
- 2 Peng Weibin, Wu Delong, Li Haiyang. Analysis of response of optical fiber Bragg grating sensors in non-homogeneous strain fields[J]. *Optical Technique*, 2003, **29**(2): 188~193
彭伟斌,吴德隆,李海阳. 布拉格光纤光栅传感器在非均匀应变场中的响应分析[J]. *光学技术*, 2003, **29**(2): 188~193
- 3 Hang-yin Ling, Kin-tak Lau, Li Cheng *et al.*. Embedded fibre Bragg grating sensors for non-uniform strain sensing in composite

- structures[J]. *Measurement Science and Technology*, 2005, **16**(12): 2415~2424
- 4 Zou Xihua, Pan Wei, Luo Bin *et al.*. Reflection peak wavelengths for sampled fiber Bragg gratings without chirp[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 971~976
邹喜华,潘伟,罗斌等. 非啁啾取样光纤布拉格光栅反射峰波长的分析[J]. *光学学报*, 2007, **27**(6): 971~976
- 5 Apninder Gill, Kara Peters, Michel Studer. Genetic algorithm for the reconstruction of Bragg grating sensor strain profiles[J]. *Measurement Science and Technology*, 2004, **15**(9): 1877~1884
- 6 Tan Minfeng, Zhu Sirong, Song Xianhui *et al.*. Impact of fiber bragg grating direction upon strain measurement[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(9): 1251~1254
谭敏峰,朱四荣,宋显辉等. 安装方位对光纤布拉格光栅应变测量的影响[J]. *中国激光*, 2006, **33**(9): 1251~1254
- 7 Bin-feng Yun, Yiping Wang, Anmin Li *et al.*. Simulated annealing evolutionary algorithm for the fiber Bragg grating distribution strain sensor [J]. *Measurement Science and Technology*, 2005, **16**(12): 2425~2430
- 8 Hsu-Chih Cheng, Yu-Lung Lo. Arbitrary strain distribution measurement using a genetic algorithm approach and two fiber Bragg[J]. *Opt. Commun.*, 2004, **239**(4~6): 323~332
- 9 Theodore B. Trafalis, Robin C. Gilbert. Robust classification and regression using support vector machines[J]. *European J. Operational Research*, 2006, **173**(3): 893~909
- 10 Gao Zhipeng, Yu Zhenhong, Xing Lihua. A novel method for reconstructing strongly reflecting fiber Bragg gratings[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(7): 991~996
高志鹏,余震虹,邢丽华. 一种重构强反射光纤布拉格光栅的新方法[J]. *光学学报*, 2006, **26**(7): 991~996