

文章编号: 0253-2239(2008)07-1269-05

从一幅载频全息图中实现相位重构的新算法

王 超 冯国英

(四川大学 电子信息学院, 四川 成都 610064)

摘要 为了实现对单幅载频干涉图进行相位重构。提出了一种避免相位“解包裹”的简易算法。该算法从载频干涉图中解出所求相位的两个偏导数, 然后对两个偏导数积分从而得到所求的相位。利用该算法分别对计算机模拟的干涉图和实验所得干涉图进行相位重构, 重构结果均表明该算法能够很好地从载频干涉图样中实现相位重构。并且由于避免了相位“解包裹”的过程, 从而简化了相位重构的流程, 同时也避免了由相位解包带来的错误或误差。此外, 该方法在重构相位时, 对干涉图中强度分布的不均匀性不敏感。

关键词 光学测量; 相位重构; 相位解包裹; 偏导数

中图分类号 O438 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20082807.1269

A New Algorithm for Phase Reconstruction from a Single Carrier-Frequency Interferogram

Wang Chao Feng Guoying

(School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

Abstract A new algorithm for phase reconstruction from a single carrier-frequency interferogram without phase unwrapping is proposed. The algorithm directly derives two real-valued partial derivatives of the desired phase from the interferogram. Through direct integration of the two derivatives, the desired phase with high resolution is retrieved. The algorithm needs no phase unwrapping process, so the phase error or distortion brought by unwrapping operation is avoided. The algorithm is efficient and insensitive to the nonuniformity of the intensity distribution of the interferogram and the shape of the domain boundaries. The feasibility of the algorithm is demonstrated by both numerical simulation and experiment. The method is effective for real-time measurements of dynamical processes.

Key words optical measurement; phase reconstruction; phase unwrapping; partial derivative

1 引 言

干涉计量是最常用的一种非接触相位测量方法^[1~3], 其中载频干涉只需要一幅干涉图就可进行相位重构, 因而经常用于对瞬变场的测量。其具体做法如下: 通过物光和参考光之间大的倾斜在干涉图的某个方向上产生线性载频, 然后利用相位重构方法从载频干涉图中重构出所求的相位。常用的相位重构方法有傅里叶变换法^[4~6]或空域迭代法^[7, 8], 但这两种重构方法在重构相位过程中需要作大量的乘法, 而且经常会在干涉图边缘出现错误。J. A. Ferrari 等^[9]提出了一种新的相位重构方法,

但这种方法得到的子图分辨率很低。此外, 上述所有方法只能得到包裹的相位, 要得到所求的相位都需要再进行繁琐的相位解包裹^[10~13], 因而经常由此带来了不必要的错误或偏差。因此, 本文提出一种从载频全息图中实现相位重构而无需相位解包裹的新方法, 该方法包括两个步骤: 从载频全息图中直接解出所求相位的两个偏导数; 对这两个偏导数的积分获得所求相位。该方法避免了相位解包裹的过程, 从而简化了相位重构的过程, 并提高了重构精度; 此外, 该方法对干涉图样上强度分布的不均匀性不敏感。

收稿日期: 2007-12-10; **收到修改稿日期:** 2007-12-25

基金项目: 固体激光技术国家级重点实验室基金(LF06005)资助课题。

作者简介: 王 超(1979—), 女, 硕士研究生, 主要从事光电信息处理等方面的研究。E-mail: chaowang_2005@126.com

导师简介: 冯国英(1969—), 女, 教授, 主要从事新型激光技术方面的研究。E-mail: guoying_feng@yahoo.com.cn

2 方法描述

2.1 理论

在干涉测量中, CCD 面上载频干涉图样的强度分布可为

$$I(x, y) = \bar{I}_0(x, y) \{1 + V(x, y) \cos[\phi(x, y) + \omega_0 x]\}, \quad (1)$$

式中 x 和 y 均为像素点位置的整数, $\bar{I}_0(x, y)$ 和 $V(x, y)$ 分别为全息图的平均强度和调制度; $\phi(x, y)$ 为所求的相位分布; ω_0 为空间载频(角频率), 它是由物光和参考光在 x 方向上的相对倾斜所造成的。

假定在 x 方向上, $\bar{I}_0(x, y)$ 、 $V(x, y)$ 和 $\phi(x, y)$ 相对于空间载频 ω_0 为缓慢变化的。从(1) 式中得到干涉图样在 x 方向上连续五个点的强度分布:

$$I(x-2, y) = \bar{I}_0(x, y) \{1 + V(x, y) \cos[\phi(x-2, y) + \omega_0(x-2)]\}, \quad (2)$$

$$I(x-1, y) = \bar{I}_0(x, y) \{1 + V(x, y) \cos[\phi(x-1, y) + \omega_0(x-1)]\}, \quad (3)$$

$$I(x, y) = \bar{I}_0(x, y) \{1 + V(x, y) \cos[\phi(x, y) + \omega_0 x]\}, \quad (4)$$

$$I(x+1, y) = \bar{I}_0(x, y) \{1 + V(x, y) \cos[\phi(x+1, y) + \omega_0(x+1)]\}, \quad (5)$$

$$I(x+2, y) = \bar{I}_0(x, y) \{1 + V(x, y) \cos[\phi(x+2, y) + \omega_0(x+2)]\}. \quad (6)$$

为了方便起见, 分别用 I_{-2} 、 I_{-1} 、 I_0 、 I_1 、 I_2 , 代替 $I(x-2, y)$ 、 $I(x-1, y)$ 、 $I(x, y)$ 、 $I(x+1, y)$ 、 $I(x+2, y)$ 。

从(3) 式 ~ (5) 式得到

$$\begin{cases} I_{-1} + I_1 - 2I_0 = 2\bar{I}_0(x, y)V(x, y)[\cos(\phi_x + \omega_0) - 1]\cos[\phi(x, y) + \omega_0 x], \\ I_{-1} - I_1 = 2\bar{I}_0(x, y)V(x, y)\sin(\phi_x + \omega_0)\sin[\phi(x, y) + \omega_0 x], \end{cases} \quad (7)$$

式中 $\phi_x(x, y)$ 为 $\phi(x, y)$ 在 x 方向上的偏导数。(7) 式中采用了 $\phi_x(x, y) = [\phi(x+1, y) - \phi(x-1, y)]/2$, $\phi(x, y) = [\phi(x+1, y) + \phi(x-1, y)]/2$ 。由(7) 式可以解得

$$\tan[\phi(x, y) + \omega_0 x] = \tan\left(\frac{\omega_0 + \phi_x}{2}\right) \frac{I_1 - I_{-1}}{I_1 + I_{-1} - 2I_0}. \quad (8)$$

同理, 从(2) 式, (4) 式, (6) 式, 也能够得到

$$\tan[\phi(x, y) + \omega_0 x] = \tan(\omega_0 + \phi_x) \cdot \frac{I_2 - I_{-2}}{I_2 + I_{-2} - 2I_0}, \quad (9)$$

从(8) 式, (9) 式得出

$$\phi_x(x, y) = 2\arctan\left[\sqrt{1 - 2\frac{(I_2 - I_{-2})(I_{-1} + I_1 - 2I_0)}{(I_1 - I_{-1})(I_{-2} + I_2 - 2I_0)}}\right] - \omega_0, \quad (10)$$

$$\tilde{\phi}(x, y) = \arctan\left[\tan\left(\frac{\omega_0 + \phi_x}{2}\right) \frac{(I_1 - I_{-1})}{I_{-1} + I_1 - 2I_0}\right] - \omega_0 x. \quad (11)$$

式中 $\tilde{\phi}(x, y)$ 为 $\phi(x, y)$ 的包裹相位。需要说明的是当(10) 式中分母 $\Gamma(x, y) = (I_1 - I_{-1})(I_{-2} + I_2 - I_0)$ 的绝对值很小时, 往往容易出现错误。所以本文采取以下措施来避免这种错误: 如果 $|\Gamma(x, y)| <$

$\left\{\frac{1}{M} \sum_{x=1}^M |\Gamma(x, y)|\right\} / 10$, 那么 $\phi_x(x, y) = \frac{\phi_x(x-1, y) + \phi_x(x, y-1) + \phi_x(x-1, y-1)}{3}$ 。

为了得到 $\phi(x, y)$ 在 y 方向上的偏导数 $\phi_y(x, y)$, 传统的方法经常利用 $\phi_y(x, y) = \tilde{\phi}(x, y+1) - \tilde{\phi}(x, y)$, 然而得到的 $\phi_y(x, y)$ 上会出现“ $\pm\pi$ ”的跃变, 这些跃变需要对导数 $\phi_y(x, y)$ 进行再包裹才能除去。本文利用(11) 式可以直接得出未包裹的相位导数 $\phi_y(x, y)$:

$$\phi_y(x, y) = \frac{2\tan[(\phi_x + \omega_0)/2](I_{-1}I_{1y} - I_{-1y}I_1 + I_{0y}I_1 - I_0I_{1y} + I_{-1y}I_0 - I_{-1}I_{0y})}{(I_{-1} + I_1 - 2I_0)^2 + \tan^2[(\phi_x + \omega_0)/2](I_1 - I_{-1})^2}, \quad (12)$$

式中 $I_{iy} = I_i(x, y+1) - I_i(x, y)$, 其中 $i = -1, 0, 1$, 分别为 I_{-1} 、 I_0 和 I_1 在 y 方向上的差分。为了得到所求相位 $\phi(x, y)$, 直接对 $\phi_x(x, y)$ 和 $\phi_y(x, y)$ 进行积分^[14, 15]:

$$\phi(x, y) = \phi(x_0, y_0) + \int_{C:(x_0, y_0) \rightarrow (x, y)} \phi_x(x, y) dx + \phi_y(x, y) dy, \quad (13)$$

式中 $C:(x_0, y_0) \rightarrow (x, y)$ 为点 (x_0, y_0) 到点 (x, y) 任一的积分路径。当 $\phi_x(x, y)$ 和 $\phi_y(x, y)$ 在干涉图中处处连续时, (13) 式中的积分与路径无关。为了使求解简单, 取干涉图的中心点 (x_0, y_0) 作为积分的起点且

规定 $\phi(x_0, y_0) = 0$, 积分路径选为 $(x_0, y_0) \rightarrow (x_0, y) \rightarrow (x, y)$, 如图 1 所示。此时(13)式可以改写成

$$\phi(x, y) = \int_{y_0}^y \phi_y(x_0, y) dy + \int_{x_0}^x \phi_x(x, y) dx, \quad (14)$$

从(14)式中即可得到所求的相位。

2.2 计算机仿真

对模拟的载频全息图进行相位重构, 模拟的物光相位和相应的载频干涉图的数学表达式如下:

$$\begin{aligned} \phi(x, y) &= \frac{3}{2}\pi[(x-300)/100]^2 + \frac{1}{2}\pi[(y-300)/100]^3, \\ I(x, y) &= 0.24 + \Delta \cos[\phi(x, y) + \omega_0 x], \end{aligned} \quad (15)$$

式中 x, y 分别为像素点位置的整数, Δ 为条纹调制度。模拟的相位分布如图 2(a)所示。为了讨论上述算法的噪声抑制能力, 将条纹调制度表示为 $\Delta(x, y) = 0.72 - 0.032[(x/100 - 3)^2 + (y/100 - 3)^2]$, 如图 2(b)所示。(15)式中表示的载频干涉图样如图 2(c)所示, 其中线性载频 $\omega_0 = \pi/3$ rad/pixel。从图 2(c)可见, 由于线形载频的存在, 在 x 方向出现了很多条纹, 这些条纹由于受到 $\phi(x, y)$ 的调制从而发生了弯曲。同时干涉图强度分布不均: 中间亮周围暗, 这是由条纹调制度函数 Δ 造成的。

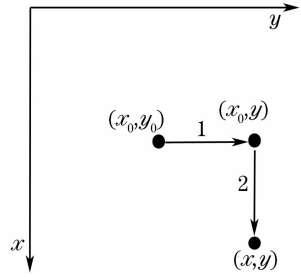


图 1 积分路径图
Fig. 1 Schematic for the path of integral

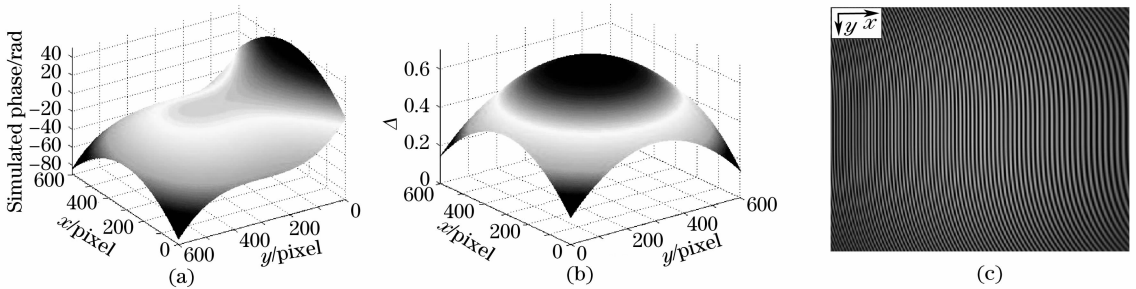


图 2 模拟的相位分布(a)、条纹调制度(b)和干涉图样(c)

Fig. 2 Simulated phase distribution (a), modulation of fringes (b) and interferogram (c)

通过(10)式, (12)式, 可分别计算出所求相位在 x 方向和 y 方向的导数分布 ϕ_x 和 ϕ_y , 分别如图 3(a), 图 3(b)所示。从图 3(a), 图 3(b)可见, 得到的 ϕ_x 和 ϕ_y 是未“包裹”的导数, 对这两个相位导数进行线性积分, 得到所求的相位分布, 如图 3(c)所示。通过与原来模拟的相位分布[图 2(a)]相比, 可知提出的算法可从一幅载频全息图中重构出信噪比很高的相

位, 且避免了相位解包的过程, 使载频全息图相位重构简单易行。同时, 该算法对干涉图样中的强度分布不均不敏感。从图 2(c)可看出干涉图样强度分布明显不均, 对应的条纹调制度 Δ 从中间的 0.72 逐渐降低到边缘的 0.15 [如图 2(b)], $\Delta_{\min}/\Delta_{\max} = 0.2$ 。采用本文提出的方法能从这幅强度分布不均的干涉图样中重构出高信噪比的相位, 说明该方法对渐变

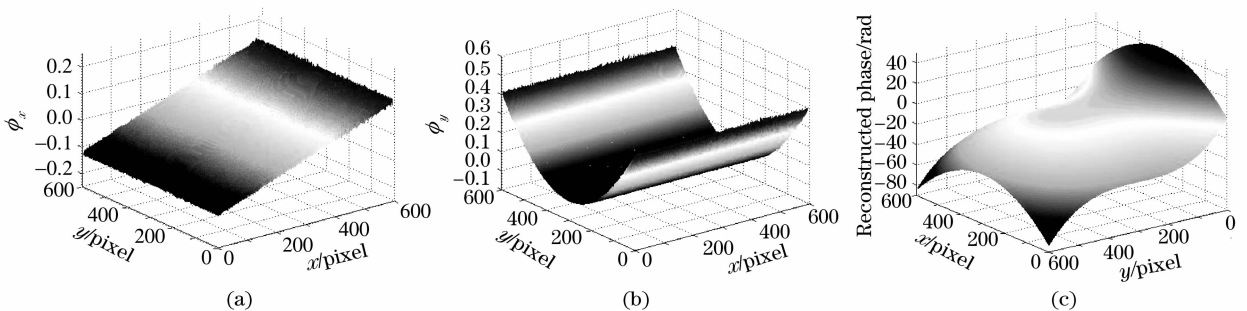


图 3 仿真(a) x 方向上的相位导数, (b) y 方向上的相位导数, (c) 重构的相位分布

Fig. 3 Simulated (a) phase derivative ϕ_x in the x direction, (b) phase derivative ϕ_y in the y direction, (c) reconstructed phase

性强度分布不均具有很好的噪声抑制特性。

3 实 验

用标准的马赫-曾德尔干涉光路,使用 He-Ne 激光器(波长 $\lambda=633\text{ nm}$)作为光源。在干涉仪的其中一个臂上放置一薄透镜作为待测相位物体。在此之前,有意使干涉仪两个臂发生倾斜,以便在水平方向上产生线性载频。用 $756\text{ pixel}\times 568\text{ pixel}$ 的 CCD 捕获产生的载频全息图,所得全息图如图 4(a)所示,其中线性载频 $\omega_0=\pi/4$ 。从图 4(a)可见,干涉

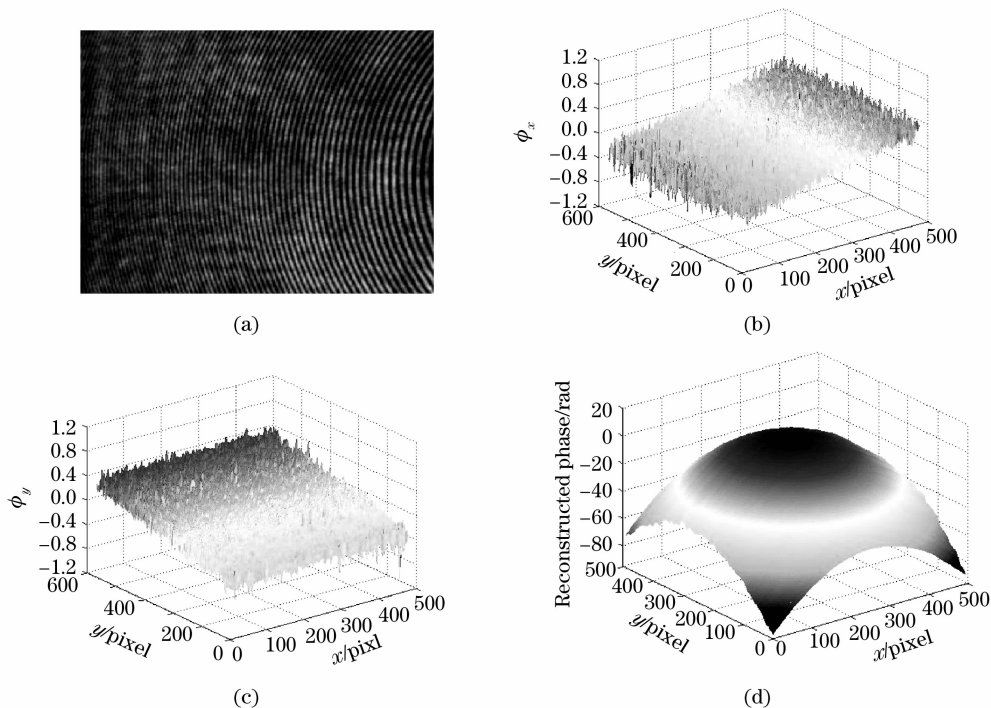


图 4 实验(a)载频全息图,(b) x 方向上的相位导数,(c) y 方向上的相位导数,(d) 重构的相位分布
Fig. 4 Experimental (a) carrier-frequency hologram, (b) phase derivative ϕ_x in the x direction, (c) phase ϕ_y derivative in the y direction, (d) reconstructed phase

4 结 论

提出一种从单幅载频全息图中实现相位重构而避免相位“解包裹”的简易算法。该算法从载频全息图解出所求相位的两个偏导数,然后对两个偏导数积分而得到所求的相位。该方法具有避免了相位“解包裹”的过程,使整个算法简单易行,且避免了解包裹过程导致的相位错误或者偏差;同时在重构波前时,不需知道物光和参考光的振幅分布,对干涉图中光强度分布的不均匀性不敏感;只需一幅载频干涉图就可进行相位重构,从而可有效用于瞬变场的测量,如火焰的折射率分布等。

图上强度分布很不均匀,但利用提出的算法可重构出很好的相位图样。

图 4(b)、图 4(c)所示为所求相位在 x 、 y 两个方向的导数。对于薄透镜对应的相位分布,其 x 和 y 方向的相位导数分别为在 x 和 y 方向上倾斜的平面,并且两个方向上的导数分布都是未“包裹”的相位导数,对两个方向上的导数进行积分,得到了所求的相位,如图 4(d)所示。从图 4(a),图 4(d)知即使载频干涉图样强度分布不均,应用提出的算法,仍然可重构出很好的相位。

参 考 文 献

- 1 J. A. Ferrari, E. M. Frins, D. Perciante *et al.*. Robust one-beam interferometer with phase-delay control[J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(18): 1272~1274
- 2 Feng Ying, Wu Ping, Cai Jing. Measuring direction of mechanical micro-deformation by laser holographic interferometry[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(2): 248~252
冯 颖,吴 平,蔡 静. 利用激光全息干涉法测量微小机械变形方向[J]. *中国激光*, 2006, **33**(2): 248~252
- 3 D. Newman, J. C. Dainty. Detection of gratings hidden by diffusers using intensity interferometry[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1984, **1**(4): 403~411
- 4 M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1): 156~160
- 5 D. J. Bone, H.-A. Bachor, R. J. Sandeman. Fringe-pattern

- analysis using a 2-D Fourier transform[J]. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(10): 1653~1660
- 6 L. Merz. Real-time fringe-pattern analysis[J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(10): 1535~1539
- 7 K. H. Womack. Interferometric phase measurement using spatial synchronous detection[J]. *Opt. Engng.*, 1984, **23**(4): 391~395
- 8 J. Yanez-Mendiola, S. Manuel, D. Malacara-Hernandez. Iterative method to obtain the wrapped phase in an interferogram with a linear carrier[J]. *Opt. Commun.*, 2000, **178**(93): 291~396
- 9 J. A. Ferrari, E. M. Frins. Multiple phase-shifted interferograms obtained from a single interferogram with linear carrier[J]. *Opt. Commun.*, 2007, **271**: 59~64
- 10 Lei Zhihui, LiJianbing. Full automatic phase unwrapping method based on projected double spatial frequency fringes[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(1): 39~42
雷志辉,李健冰. 基于双频条纹的全自动相位解包裹方法[J]. *光学学报*, 2006, **26**(1): 39~42
- 11 D. C. Ghiglia, L. A. Romero. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(1): 107~117
- 12 J. F. Chen, H. Q. Chen, Z. G. Yang. Modified nearest neighbor phase unwrapping algorithm[J]. *Optoelectronics Lett.*, 2006, **2**(4): 308~311
- 13 Wang Xin, Jia Shuhai. Novel phase unwrapping algorithm for digital speckle pattern interferometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(5): 663~667
王 新,贾书海. 数字散斑相位图去包裹新算法[J]. *光学学报*, 2006, **26**(5): 663~667
- 14 G. Páez, M. Strojnik. Phase-shifted interferometry without phase unwrapping: reconstruction of a decentered wave front[J]. *Opt. Soc. Am. A*, 1999, **16**(3): 475~480
- 15 G. Páez, M. Strojnik. Fringe analysis and phase reconstruction from modulated intensity patterns[J]. *J. Opt. Lett.*, 1997, **22**(22): 1969~1971