

部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的传输特性

潘平平¹ 但有全^{1,2} 张彬¹

(¹ 四川大学电子信息学院, 四川 成都 610064; ² 中国民航飞行学院物理教研室, 四川 广汉 618307)

摘要 利用广义惠更斯-菲涅尔衍射积分方法,推导出部分相干平顶光束在梯度折射率介质中传输的交叉谱密度函数解析表达式,对部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的传输特性进行了分析,并进一步讨论了介质梯度折射率系数、光束阶数以及光束相干性对传输特性的影响。结果表明,部分相干平顶光束在梯度折射率介质中传输时的轴上光强分布呈现周期性变化,且周期由梯度折射率系数决定,而与光束相干性无关。光束阶数越高、相干性越好、介质梯度折射率系数越大,则在介质中的轴上峰值光强越大。并且,在光强峰值位置附近的光强分布随传输距离的变化非常剧烈。

关键词 激光技术; 部分相干平顶光束; 广义衍射积分方法; 梯度折射率介质; 传输特性

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20082807.1252

Propagation of Partially Coherent Flat-Topped Beams in Gradient-Index Media

Pan Pingping¹ Dan Youquan^{1,2} Zhang Bin¹

(¹ College of Electronics Information, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)
(² Department of Physics, Civil Aviation Flight University, Guanghan, Sichuan 618307, China)

Abstract By using the method of generalized Huygens-Fresnel diffraction integral, the analytical expression for the cross-spectral density of partially coherent flat-topped beams propagating in the gradient-index media has been derived. Consequently, the propagation properties of partially coherent flat-topped beams propagating in the gradient-index media have been studied. Moreover, the influence of the gradient-index parameter of media, the beam order and the beam coherence on the propagation properties has been discussed. The results show that the on-axis intensity distribution of partially coherent flat-topped beams propagating in the gradient-index media varies periodically. The period depends on the gradient-index parameter, but has no relation with the beam coherence. The on-axis peak intensity in media increases with the beam order, the beam coherence parameter, and the gradient-index parameter of media. Furthermore, the intensity distribution near the plane of peak intensity varies rapidly with the propagation distance.

Key words laser technique; partially coherent flat-topped beams; generalized diffraction integral; gradient-index media; propagation properties

1 引言

非均匀折射率介质在光通信、网络检测、光传感技术以及光纤熔接等应用中具有潜在的价值,典型的非均匀折射率介质——梯度折射率介质的特性及其应用得到了广泛的研究^[1~4]。在梯度折射率介质中,折射率的横向变化对光束将产生类透镜效应^[5]以及波导效应^[6]等,使光束在梯度折射率介质中的传输特性与其在自由空间中的传输明显不同^[7,8]。为此,人们对完全相干光束在梯度折射率介质中的传输已开展了较深入研究^[9,10]。然而,在许多实际应用中,高

功率激光器输出的激光多是部分相干光束^[11],因此,部分相干光束在梯度折射率介质中的传输特性研究具有更广泛的意义。本文针对部分相干平顶光束,利用广义衍射积分方法,推导出其在梯度折射率介质中的传输公式解析表达式,并研究了部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的传输规律。

2 部分相干平顶光束在介质中的传输

由经典的光场相干性理论可知,在准单色场近似下,部分相干光可用空间-频率域中的交叉谱密度

收稿日期: 2007-11-29; **收到修改稿日期:** 2008-01-15

基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-05-0784)和四川省青年科技基金(05ZQ026-013)资助课题。

作者简介: 潘平平(1982-),女,硕士研究生,主要从事光传输方面的研究。E-mail: lypanping2006@126.com

导师简介: 张彬(1969-),女,教授,博士生导师,主要从事光物理和技术等方面的研究。E-mail: zhangbinff@sohu.com

函数描述。由平顶光束模型^[12]和描述部分相干光 顶光束的交叉谱密度函数可表述为的谢尔模型^[13],在传输距离 $z=0$ 处的部分相干平

$$W(x'_1, x'_2, 0) = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \times \exp \left\{ - \left[\left(m p_m \frac{x'^2_1}{\omega_0^2} \right) + \left(m' p_{m'} \frac{x'^2_2}{\omega_0^2} \right) + \frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_0^2} \right] \right\}, \quad (1)$$

式中 σ_0 为空间相关长度, ω_0 是束腰宽度, M 为平顶光束的阶数, 且

$$\alpha_t = (-1)^{t+1} \frac{M!}{t!(M-t)!}, \quad p_t = \sum_{t=1}^M \frac{\alpha_t}{t}, \quad (t = m, m') \quad (2)$$

激光束通过近轴 ABCD 光学系统的传输可由柯林斯(Collins)公式来描述^[14]。于是,利用交叉谱密度函数的定义:

$$W(x_1, x_2, z) = \langle E(x_1, z) E^*(x_2, z) \rangle, \quad (3)$$

式中, $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均, 角标 * 表示复共轭。可得到部分相干光束通过近轴 ABCD 光学系统的传输公式:

$$W(x_1, x_2, z) = \frac{k}{2\pi|B|} \iint W(x'_1, x'_2, 0) \times \exp \left\{ - \frac{ik}{2B} [A(x'^2_1 - x'^2_2) - 2(x_1 x'_1 - x_2 x'_2) + D(x^2_1 - x^2_2)] \right\} dx'_1 dx'_2, \quad (B \neq 0) \quad (4)$$

$$W(x_1, x_2, z) = \frac{1}{|A|} \exp \left[- \frac{ikC}{2A} (x^2_1 - x^2_2) \right] \times W \left(\frac{x_1}{A}, \frac{x_2}{A}, 0 \right). \quad (B = 0) \quad (5)$$

梯度折射率光学介质按折射率分布的梯度形式可分为:球对称分布、径向分布和轴向分布三大类型。本文讨论的梯度折射率介质属于梯度折射率径向分布介质,如图 1 所示。图 1(a)为光路图,图 1(b)为梯度折射率在径向的变化。

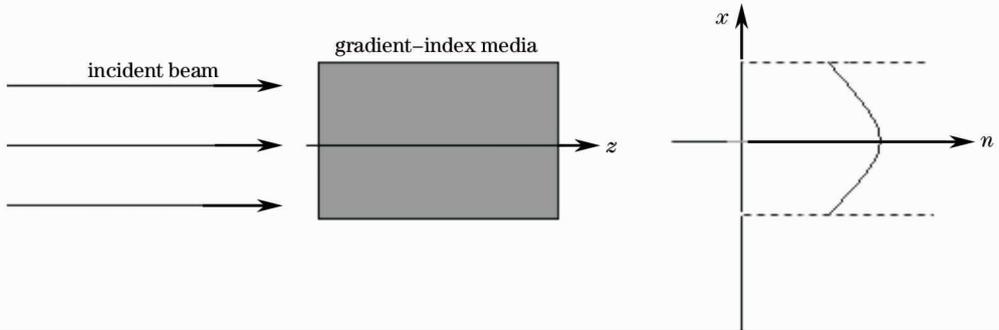


图 1 部分相干平顶光在梯度折射率介质中传输示意图

Fig. 1 Scheme of partially coherent flat-topped beam transmission in gradient-index media

对于这种梯度折射率介质,其折射率可表示为

$$n = n_0 [1 - \Gamma^2 x^2 / 2], \quad |\Gamma| x^2 \ll 1 \quad (6)$$

式中 n_0 为介质轴上的折射率, Γ 为梯度折射率系数。相应的传输矩阵可表示为^[6]

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Gamma z & \sin \Gamma z / \Gamma \\ -\Gamma \sin \Gamma z & \cos \Gamma z \end{bmatrix}, \quad (7)$$

将(1)式和(7)式分别代入(4)式和(5)式,并利用积分公式:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-Ax^2 \pm Bx) dx = \sqrt{\frac{\pi}{A}} \exp\left(\frac{1}{4} \frac{B^2}{A}\right), \quad (8)$$

经推导可得到部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的传输公式:

$$W(x_1, x_2, z) = \frac{\Gamma k \sigma_0^2}{|\sin \Gamma z|} \exp \left[- \frac{ik \Gamma \cot \Gamma z}{2} (x^2_1 - x^2_2) \right] \times \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} (4q_m q_{m'}^* - 1)^{-1/2} \times \exp \left[- \frac{\Gamma^2 \sigma_0^2 k^2 (q_m^* x^2_1 - x_1 x_2 + q_m x^2_2)}{(\sin \Gamma z)^2 (4q_m q_{m'}^* - 1)} \right], \quad (B \neq 0) \quad (9)$$

$$W(x_1, x_2, z) = \frac{1}{|\cos \Gamma z|} \exp\left[\frac{ik\Gamma \tan \Gamma z}{2}(x_1^2 - x_2^2)\right] \times \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \times \exp\left\{-\left\{\left[m p_m \frac{x_1^2}{(\cos \Gamma z)^2 \omega_0^2}\right] + \left[m' p_{m'} \frac{x_2^2}{(\cos \Gamma z)^2 \omega_0^2}\right] + \frac{(x_2 - x_1)^2}{2(\cos \Gamma z)^2 \sigma_0^2}\right\}\right\}, \quad (B=0) \quad (10)$$

式中,

$$q_t = \frac{t\beta^2 p_t}{1-\beta^2} + \frac{i\sigma_0^2 k \Gamma \cot \Gamma z}{2} + \frac{1}{2}, \quad (t = m, m') \quad (11)$$

$$\beta = (1 + \omega_0^2 / \sigma_0^2)^{-1/2}, \quad (12)$$

为光束空间相干参量,通常, β 在 0 和 1 之间, $\beta = 1$ 和 $\beta = 0$ 分别对应于完全空间相干光和完全非相干光。令 $x_1 = x_2 = x$ 时,由(9)式和(10)式即可得到部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的光强分布。可以证明,当 $B = 0$ 时,(10)式和(9)式是完全一致的。因此,无论光学系统的传输矩阵元 B 是否为 0,部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的传输均可用(9)来定量描述。

当 $M = 1$ 时,由(9)式即可得到部分相干高斯-谢尔光束在梯度折射率介质中的传输公式:

$$W(x_1, x_2, z) = \frac{\Gamma A_0 k \sigma_0^2}{|\sin \Gamma z| \sqrt{4uu^* - 1}} \exp\left[-\frac{ik\Gamma \cot \Gamma z}{2}(x_1^2 - x_2^2)\right] \times \exp\left[-\frac{\Gamma^2 \sigma_0^2 k^2 (u^* x_1^2 - x_1 x_2 + u x_2^2)}{(\sin \Gamma z)^2 (4uu^* - 1)}\right], \quad (13)$$

式中,

$$u = \frac{1 + \beta^2}{2(1 - \beta^2)} + \frac{i\sigma_0^2 k \Gamma \cot \Gamma z}{2}. \quad (14)$$

进一步令(13)式中的 $\beta \rightarrow 1$,即可得到完全相干高斯光束在梯度折射率介质中的传输公式。

当 $x_1 = x_2 = x = 0$ 时,由(9)式即可得到部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的轴上光强分布为

$$I(0, z) = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M k \sigma_0^2 \alpha_m \alpha_{m'} \times \frac{\Gamma}{\sqrt{4[L_m L_{m'} (\sin \Gamma z)^2 - Y L_m \Gamma \sin \Gamma z - Y^* L_{m'} \Gamma \sin \Gamma z - \Gamma^2 Y^2] - (\sin \Gamma z)^2}}, \quad (15)$$

式中,

$$L_t = \frac{t\beta^2 p_t}{1-\beta^2} + \frac{1}{2}, \quad (t = m, m') \quad (16)$$

$$Y = \frac{i\sigma_0^2 k \cos \Gamma z}{2}. \quad (17)$$

分析(15)式可知,沿光束传播方向的轴上光强呈周期性变化,相应的空间变化周期为 π/Γ ,由梯度折射率系数来决定,而与光束相干性无关。进一步根据(15)式可得到轴上光强最大值位置为

$$z_{j\max} = \frac{\pi}{\Gamma} \left(\frac{1}{2} + j \right), \quad (j \text{ 为整数}) \quad (18)$$

从(18)式可以看出,介质的梯度折射率系数越大,则轴上光强最大位置距介质表面越近。

3 数值计算及分析

利用(9)式数值计算,计算所用参量:波数 $k = 7000 \text{ mm}^{-1}$, $\omega_0 = 2 \text{ mm}$ [15,16]。

图 2(a)给出了部分相干平顶光束在梯度折射率介质中传输时轴上归一化光强随传输距离的变化。图中,虚线表示 $\Gamma = 0.5 \text{ mm}^{-1}$,实线表示 $\Gamma = 0.1 \text{ mm}^{-1}$, $\beta = 0.5$, $M = 3$ 。

部分相干平顶光束在梯度折射率介质中传输时,其轴上光强随传输距离呈周期性变化,空间周期与介质梯度折射率系数成反比。当梯度折射率系数为 0.5 mm^{-1} 时,周期约为 6.28 mm ;梯度折射率系数为 0.1 mm^{-1} 时,周期约为 31.4 mm 。上述变化规律与直接分析(15)式所得结果完全一致。

为了进一步说明介质梯度折射率系数对横向光强分布的影响,图 2(b)给出了不同梯度折射率系数(Γ)情况下,部分相干平顶光束在轴上光强峰值处($z = z_{j\max}$)的横向光强分布。计算参量 $\beta = 0.5$, $M = 3$ 。

部分相干平顶光束在轴上光强峰值处的横向光强分布呈近似高斯分布。具有相同的相干性参量和阶数的光束,介质梯度折射率系数越大,则峰值处的轴上光强越大,光束宽度越小。

为了说明光束阶数对传输特性的影响,图 3 给出了不同阶数光束的横向光强分布随传输距离的变化。图 3(a)为距离峰值处较远的位置($z = 5 \text{ mm}$);图 3(b)为距离峰值处较近的位置($z = 15.5 \text{ mm}$);图 3(c)为峰值位置($z = 15.7 \text{ mm}$)。其他计算参量 $\Gamma = 0.1 \text{ mm}^{-1}$, $\beta = 0.5$ 。

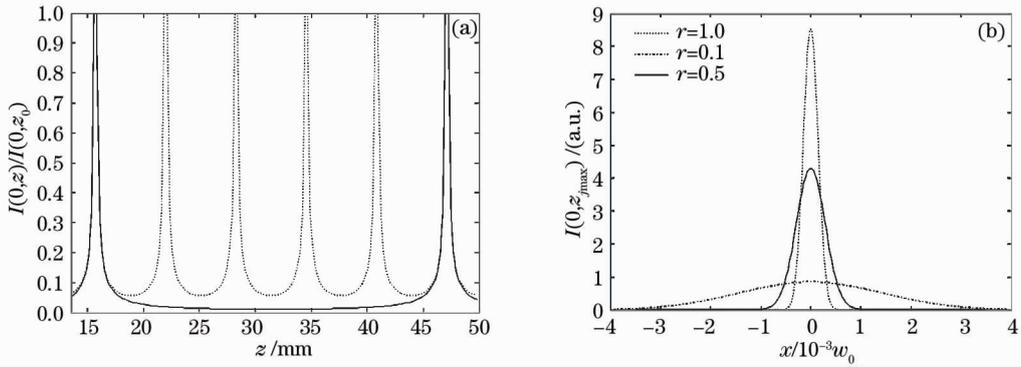


图 2 不同梯度折射率系数下,部分相干平顶光束的轴上归一化光强随传输距离的变化(a),峰值处的横向光强分布(b)
 Fig. 2 Normalized on-axis intensity distribution versus transmission distance (a), transverse intensity distribution at the plane with peak intensity (b) for different gradient-index parameters

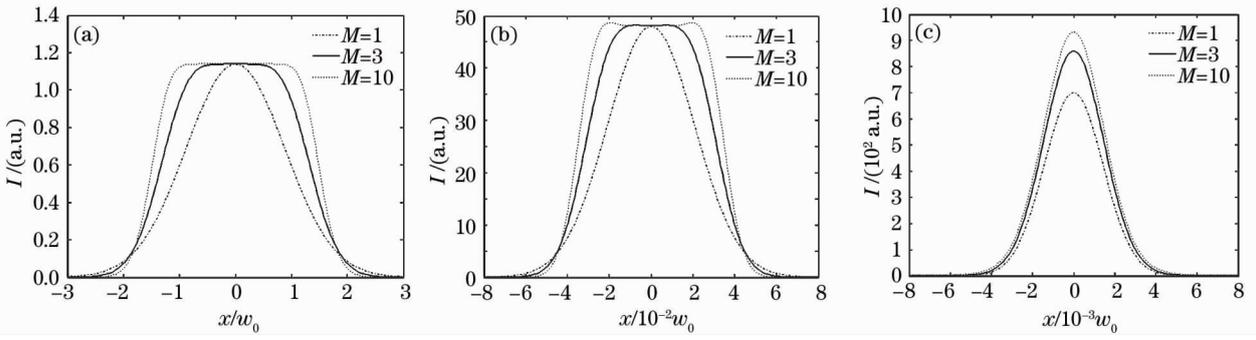


图 3 不同光束阶数下,部分相干平顶光束的横向光强分布随传输距离的变化

Fig. 3 Variation of transverse intensity distributions of partially coherent flat-topped beam with propagation distance for different beam orders

光束阶数对于部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的横向光强分布的影响较大。阶数 $M=1$ 的高斯-谢尔模型(GSM)光束,在梯度折射率介质中传输的横向光强分布始终为高斯分布。随着光束阶数的增大,横向光强分布随传输距离的变化明显,特别是在轴上光强峰值处附近,横向光强分布变化非常剧烈。距离轴上光强峰值处越近,不同阶数光束的横向光强分布差异越大。然而,在轴上光强峰值

处,不同阶数光束的横向光强分布均为近似高斯分布,且阶数越高,轴上光强越大。

为了说明光束相干性对传输特性的影响,图 4 给出了不同相干参量光束的横向光强分布随传输距离的变化。图 4(a)为距离峰值处较远的位置($z=5\text{ mm}$);图 4(b)为距离峰值处较近的位置($z=15.5\text{ mm}$);图 4(c)为峰值位置($z=15.7\text{ mm}$)。其他计算参量 $\Gamma=0.1\text{ mm}^{-1}$, $M=3$ 。

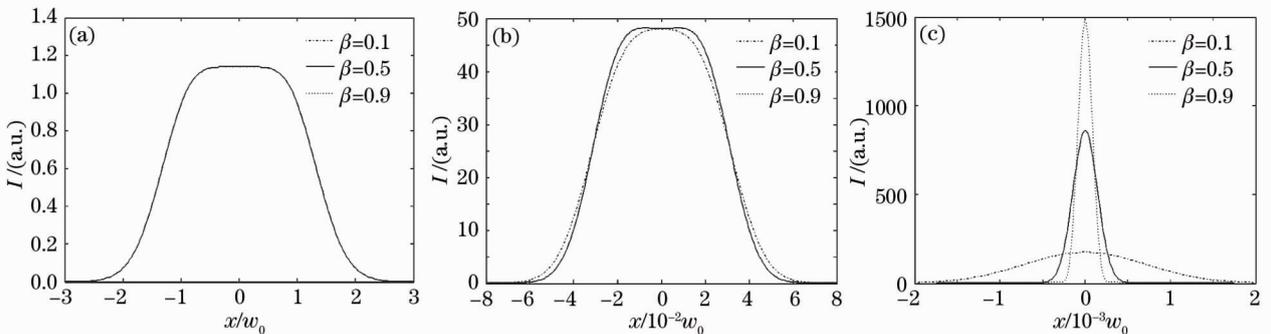


图 4 不同光束相干参量情况下,部分相干平顶光束的横向光强分布随传输距离的变化

Fig. 4 Variation of transverse intensity distributions of partially coherent flat-topped beam with propagation distance for different coherence parameters

在距离轴上光强峰值较远的位置,光束相干性对横向光强分布的影响并不明显。然而,随着传输距离的增大,光束相干性的影响越来越明显。并且,距离峰值位置越近,相干性对横向光强分布的影响越大。特别是在峰值位置,光束相干性的影响尤为明显。此外,从图 4 还可以看出,光束相干参量越大,光束相干性越好,则光束宽度越小,轴上光强越大。

4 结 论

部分相干平顶光束在梯度折射率介质中传输时,其轴上光强呈周期性变化,空间周期与介质梯度折射率系数呈反比。介质的梯度折射率系数对峰值处光强分布影响很大,对于具有相同阶数和相干性的光束,梯度折射率系数越大,其轴上光强越大,光束宽度越小。光束阶数对部分相干平顶光束在梯度折射率介质中的光强横向分布影响也较大。阶数 $M=1$ 的部分相干高斯-谢尔模型光束在梯度折射率介质中传输时的横向光强分布始终为高斯分布;而 $M>1$ 的部分相干平顶光束在靠近峰值位置处附近传输时,其横向光强分布不再呈平顶分布,特别是在峰值位置,不同阶数的光束均呈近似高斯分布,并且,阶数越高,其轴上光强越大。此外,越靠近峰值位置,光束相干性对横向光强分布的影响也越明显。在峰值位置,相干性的影响最明显,且相干性越好,光束宽度越小,轴上光强越大。

参 考 文 献

- 1 John H. Sorebo, Robert D. Lorenz. Web inspection using gradient-indexed optics[J]. *IEEE*, 2005, **41**(6): 1476~1482
- 2 Mousumi Ballav, A. Roy Chowdhury. A generalized nonlinear Schrödinger equation and optical soliton in a gradient index cylindrical media[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2007, **31**(4): 794~803
- 3 Andrew D. Yablon, Ryan T. Bise. Low-loss high-strength microstructured fiber fusion splices using grating fiber lenses[J]. *IEEE*, 2005, **17**(1): 118~120
- 4 Shao Rui, Chen Li. The development of grating optics[J]. *Chaozhou College J.*, 2006, **8**(3): 59~61

- 邵 瑞,陈 力. 梯度折射率光学的发展现状[J]. 巢湖学院学报, 2006, **8**(3): 59~61
- 5 Shaomin Wang, Daomu Zhao. *Matrix Optic* [M]. Hangzhou: China Higher Education Press, 2000. 8~9
- 6 Siegman A E. *Lasers* [M]. California: University Science Books, 1986. 586~589
- 7 Liu Yajie, Feng Qiyuan. Singularity feature of Gaussian beam propagating in absorptive Kerr medium[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **26**(12): 1861~1865
- 刘雅洁,冯启元. 高斯光束在克尔非线性介质中演化的奇异特性[J]. 光学学报, 2006, **26**(12): 1861~1865
- 8 Wang Xinghua, Guo Qi. Propagation properties of hyperbolic secant shaped optical beam in strongly nonlocal media[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(5): 645~649
- 王形华,郭 旗. 双曲正割型光束在强非局域介质中的传输特性[J]. 中国激光, 2006, **33**(5): 645~649
- 9 Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Propagation properties of Gaussian beams through a nonlinear gradient-index media[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2000, **12**(6): 657~659
- 文双春,范滇元. 梯度折射率介质中高斯光束的非线性传输特性[J]. 强激光与粒子束, 2000, **12**(6): 657~659
- 10 Zhang Yanrong, Lü Baida. Nonlinear propagation of Gaussian beams gradient-index media [J]. *Laser Technology*, 2004, **28**(3): 323~326
- 张延蓉,吕百达. 高斯光束通过非线性梯度折射率透镜的传输特性[J]. 激光技术, 2004, **28**(3): 323~326
- 11 Chen Yuan, Pu Jixiong, Liu Xiaoyun. Focusing properties of the partially coherent beams[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(10): 1375~1378
- 陈 媛,蒲继雄,刘继云. 部分相干光束的聚焦特性[J]. 中国激光, 2006, **33**(10): 1375~1378
- 12 Yajun Li. New express for flat-topped light beams [J]. *Opt. Commun.*, 2002, **206**: 225~234
- 13 A. Startkov, E. Wolf. Coherent-mode representation of Gaussian Schell-model sources and their radiation fields[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(7): 923~928
- 14 Stuart A. Collins. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(9): 1168~1177
- 15 Wen Qiao, Zhang Bin. M^2 -factor of partially coherent Gaussian Schell-model beams propagating in media [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(2): 212~216
- 文 侨,张 彬. 部分相干高斯-谢尔模型光束在介质中传输的 M^2 因子[J]. 光学学报, 2006, **26**(2): 212~216
- 16 Zhang Yan, Wen Qiao, Zhang Bin. The spectral properties of partially coherent flat-topped light beams propagating linear gain or loss media[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(9): 4962~4966
- 张 艳,文 侨,张 彬. 部分相干平顶光束在线性增益(损耗)介质中的光谱特性[J]. 物理学报, 2006, **55**(9): 4962~4966