

快速傅里叶变换与线性调频 Z 变换联合算法在光纤法布里-珀罗传感器解调中的应用

戴霞娟 王 鸣 贲玉红

(南京师范大学光电技术江苏省重点实验室, 江苏 南京 210097)

摘要 将快速傅里叶变换(FFT)与线性调频 Z 变换(CZT)联合变换的方法应用到法布里-珀罗(F-P)腔传感器的解调中,从理论上分析了该方法的解调原理及误差。模拟计算得出,该联合算法解调出的腔长的相对误差达到 0.01%,腔长的最大绝对误差小于 $0.05 \mu\text{m}$ 。在对测量范围为 $0\sim 3 \text{ MPa}$ 的 F-P 腔微机电系统(MEMS)压力传感器进行的解调试验中,该算法可以辨别 0.01 MPa 的压力,腔长与压力数据的拟合度为 0.99316,测量压力与实际压力的标准偏差小于 0.005 MPa。实验结果表明,FFT 与 CZT 联合解调的方法可以在较少计算量的基础上达到较高的精度,满足实际需求。

关键词 光纤光学; F-P 传感器的解调; 线性调频 Z 变换; 微机电系统

中图分类号 TN253 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20082807.1241

Application of FFT Algorithm Associated with CZT in Demodulation of Fabry-Pérot Pressure Sensors

Dai Xiajuan Wang Ming Ben Yuhong

(*Jiangsu Key Laboratory of Opto-Electronic Technology, School of Physical Science and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing, Jiangsu 210097, China*)

Abstract The fast Fourier transform (FFT) demodulation method combined with chirp Z-translation (CZT) is adopted for Fabry-Pérot pressure sensors and its principle and error are analyzed theoretically. In the simulation, cavity lengths from 397 to $403 \mu\text{m}$ with the space of $0.5 \mu\text{m}$ are simulated. The result shows that the relative error by this new method is less than 0.01% and the maximum absolute error is less than $0.05 \mu\text{m}$. In the experiment of the demodulation of the MEMS Fabry-Pérot pressure sensor, whose metrical range is from 0 to 3 MPa, its resolution reaches 0.01 MPa, its linearity between the length of the cavity and pressure achieves 0.99316 and the standard deviation between measured pressures and real pressures is less than 0.005 MPa. Experiments show that this new method adapts to the practical demand with higher resolution and less calculation consumption.

Key words fiber optics; demodulation of Fabry-Pérot pressure sensors; chirp Z-translation; micro-electro-mechanic system

1 引 言

光纤微机电系统(MEMS)压力传感器由于其具有的微型、响应频带宽、高灵敏度、可批量生产、免除电磁干扰、适用于恶劣环境等特点而成为光纤传感领域中的热点^[1,2],而对其信号的解调方法的研究具有重要意义。常用解调方法有强度法、条纹计

数法、波长匹配法和傅里叶变换解调法等。其中傅里叶变换解调法^[3,4]是将外部压力引起的腔长改变问题转化成经法布里-珀罗(F-P)腔反射回来的光谱的频率漂移的问题,通过快速傅里叶变换(FFT)变换,然后搜索频谱峰值(避开直流峰)所对应的频率,解调出外界压力的大小。

收稿日期: 2007-05-22; 收到修改稿日期: 2008-02-27

基金项目: 国家自然科学基金(50375074)和江苏省高技术研究计划(BG2003024)资助课题。

作者简介: 戴霞娟(1982-),女,硕士研究生,主要从事光纤传感方面的研究。E-mail: dxjuan115@sohu.com。

导师简介: 王 鸣(1950-),男,教授,博士生导师,主要从事光电子技术方面的研究。E-mail: wangming@njnu.edu.cn

为了提高傅里叶变换解调法的精度,通常采用插值的方法,例如对于高斯型的入射光,采用高斯插值的方法^[3]。为了解决其它谱型的傅里叶变换解调精度问题,本文引入线性调频 Z 变换(CZT)^[5]。CZT 是由傅里叶变换导出的一种频谱分析方法,它的结果等价于离散时间傅里叶变换(DFT)在部分频带上的频谱等间隔取样,对信号带宽中的部分频带进行高频率分辨率的频谱细化,这就使得 CZT 具有直接、快速、经济的特点。因此可以将 FFT 和 CZT 算法联合起来^[6],以最小的计算量达到最高的解调精度。

2 联合解调原理

对于 F-P 压力传感器,在光纤端面反射率较低时可以用双光束干涉进行近似,其反射光强可用下式表示:

$$I_r = 2R \left[1 - \cos\left(\frac{4\pi L}{\lambda}\right) \right] I_0, \quad (1)$$

其中 R 为端面反射率(假设两端面反射率相同), I_0 为入射光强(假设各波长上入射光强相同), L 为 F-P 腔的腔长。

由(1)式可见,F-P 腔的反射光谱是关于波长的近似余弦曲线,但在波长上又不是均匀,可以用 $1/\lambda = \nu/c$ (ν 为光频率) 代入(1) 式得

$$I_r = 2R \left[1 - \cos\left(\frac{4\pi\nu L}{c}\right) \right] I_0, \quad (2)$$

则光谱是关于光频率的余弦曲线,光谱频率可表示为

$$f = 2L/c. \quad (3)$$

将(3)式代入(2)式并进行傅里叶变换,得到光谱的频谱 F_r :

$$F_r(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} I_r \exp(-j\Omega\nu) d\nu = 2\pi R I_0 [\delta(\Omega) - \delta(\Omega + 2\pi f) - \delta(\Omega - 2\pi f)]. \quad (4)$$

因为压力和敏感膜的形变量(F-P 腔的腔长 L) 成线性关系,则解调出 L 就可计算出压力的大小,而 L 的大小可以通过求解光谱的频率再由(3)式得到。通常将接收到的基于波长的光谱变换成基于光频率的光谱,再对光频率进行等间隔插值,将新的光谱数据进行 FFT 以求频率。

为了提高频率求解的精度,势必要取尽量多的点进行 FFT 运算,大大增加了计算量。显然, N 点的 FFT 的频谱分辨率为 $2\pi/N$,要使分辨率达到 $2\pi/(M \cdot N)$,则必须要做 $N \times M$ 点的 FFT,运算量

扩大了 M 倍。为了在不增加、少增加计算量的前提下提高频率分辨率,引入了 CZT 算法。

对已知的时间序列 $x(n)$ ($0 \leq n \leq N-1$),定义其 Z 变换为^[5]:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) z^{-n}, \quad (5)$$

为使 z 可沿 Z 平面内更一般的路径取值,令 z 的取值样点为

$$z_k = A W^{-k}, \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (6)$$

其中 M 为频率点数, A 和 W 是任意复数: $A = A_0 \exp(j\theta_0)$, $W = W_0 \exp(-j\varphi_0)$,将它们代入 z_k 得

$$z_k = [A_0 \exp(j\theta_0)] (W_0^{-k}) [\exp(j\varphi_0 k)], \quad (7)$$

因此有

$$\begin{aligned} z_0 &= A_0 \exp(j\theta_0), \\ &\dots \\ z_k &= A_0 W_0^{-k} \exp[j(\theta_0 + \varphi_0 k)], \\ &\dots \\ z_{M-1} &= A_0 W_0^{-(M-1)} \exp[j(\theta_0 + \varphi_0 (M-1))], \end{aligned} \quad (8)$$

取样所沿的周线如图 1 所示。由图 1 可见:

- 1) A_0 表示起始取样点 z_0 的矢量半径长度,通常 $A_0 \leq 1$,否则 z_0 将处于单位圆 $z = 1$ 的外部;
- 2) θ_0 表示起始取样点 z_0 的相角(即角频率),它可是正值或负值;
- 3) φ_0 表示两相邻抽样点之间的角频率差, φ_0 为正时,表示 z_k 的路径是逆时针旋转的; φ_0 为负时,表示 z_k 的路径是顺时针旋转的;
- 4) W_0 的大小控制着周线盘旋是向内弯曲还是向外弯曲; $W_0 < 1$,则随着 k 的增加,周线盘旋向外弯曲; $W_0 > 1$ 则随着 k 的增加,周线盘旋向内弯曲; $W_0 = 1$ 表示半径为 A_0 的一段圆弧;若又有 $A_0 = 1$ 则这段圆弧则是单位圆的一部分。

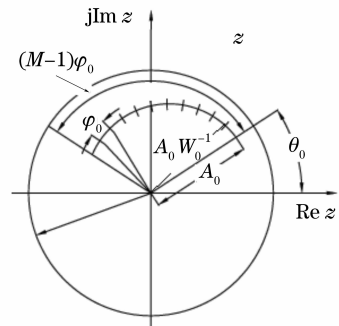


图 1 CZT 在 z 平面的螺旋抽样

Fig. 1 Helix sample of CZT in z plane

将 z_k 代入到(5)式可得

$$X(z_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) A^{-n} W^{nk}, \quad (9)$$

$$0 \leq k \leq M-1$$

其中 $X(z_k)$ 是 $X(z)$ 在给定轨迹 z_k 上的取值。

当满足一些特殊条件：

1) $M = N$;

2) $A_0 = 1, \theta_0 = 1$;

3) $W = 1, \varphi_0 = 2\pi/N$ 时, 就恢复到 z 是均匀的等角度分布于全部 $z = 1$ 单位圆上的情况, 即变为该序列的离散傅里叶变换。

根据 CZT 的基本原理可知, 其可对 Z 平面上的单位圆进行局部抽样, 细化频谱, 即在有限的频率范围 $\Delta\omega$ 内进行频谱分析, 频谱分辨率 $\Delta\omega/M$ 。如果 $\Delta\omega = 2\pi m/N, m = 1, 2, \dots, N-1$, 即在单位圆周的

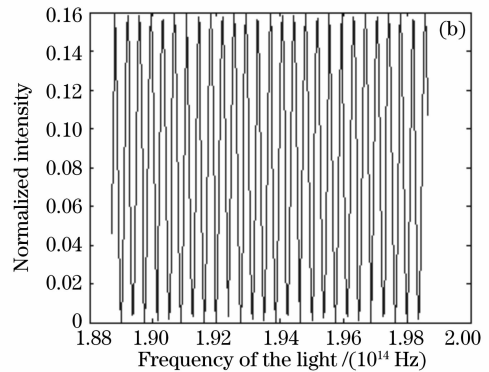
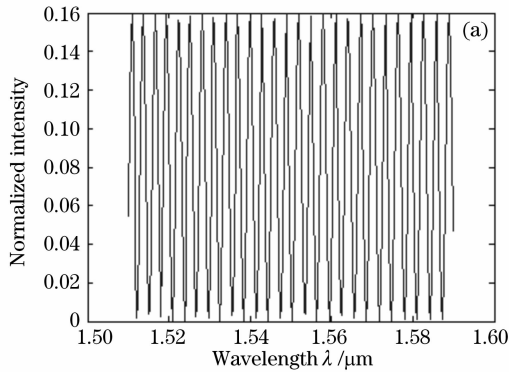


图 2 (a) 波长-强度光谱图, (b) 插值后的光频率-强度光谱图

Fig. 2 (a) Wavelength-intensity spectrum, (b) frequency-intensity spectrum after interpolation

将插值形成的 256 点的光谱进行 FFT, 取其绝对值, 并将其峰值处放大显示, 如图 3 所示。

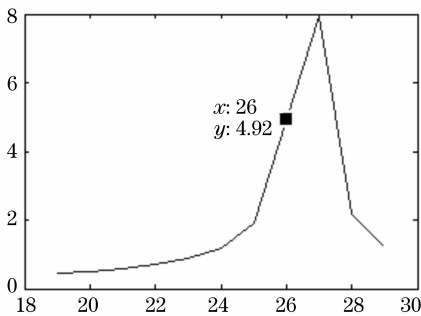


图 3 256 点 FFT 第 20~30 点图

Fig. 3 20~30 dot in 256 dots' FFT

从图 3 中可以看出 27 点(索引从 0 开始)处于峰值的位置, 26 点次之, 28 点又次之。由于截断区间不等于信号周期的整数倍, 所以图 3 的峰值点并不是真实峰值^[7,8], 但却是最接近真实峰值的一个点, 真实峰值在 27 点与其相邻点之间。由于加窗余弦函数的连续谱是 sinc 函数, 根据 sinc 函数的对称

上 FFT 的几个采样点之间进行较密的频谱分析。若 $m=1$, 则进行 N 点 FFT 后再进行 M 点 CZT, 频谱分辨率同样达到 $2\pi/(M \cdot N)$, 但其计算量要远远小于 $N \times M$ 点 FFT 的计算量。

这种联合算法体现出一种局部放大的小波处理思想, 能在增加有限计算量的基础上极大地提高分辨率, 从而提高测频精度。

3 模拟分析

假设光纤端面反射率为 0.04, 腔长为 $400 \mu\text{m}$, 波长在 $1510 \sim 1590 \text{ nm}$ 之间, 入射光强为 1, 根据 (2) 式在波长上等间隔取 256 个点。图 2(a)、图 2(b) 分别是波长-强度光谱图和插值后的光频率-强度光谱图。

性, 精确的峰值在最高点与次高点之间, 所以真正的峰值点在 26 点与 27 点之间。在这两点之间做 100 点 CZT 进行频谱细化, 细化谱线如图 4 所示。

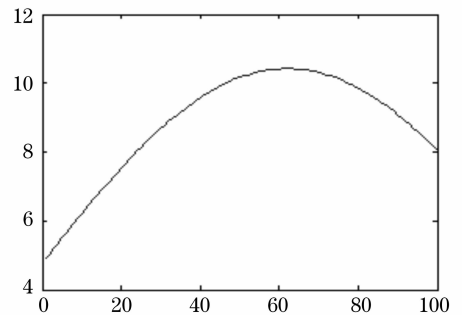


图 4 100 点 CZT 频谱图

Fig. 4 Frequency spectrum of 100 dots' CZT

搜索 CZT 频谱的峰值点所对应的横坐标, 可计算出该 F-P 腔的腔长为 $399.9658 \mu\text{m}$, 其相对误差为 0.01% , 该方法估计频率所得出的腔长可满足实际解调中的精度要求。如果只进行 256 点 FFT 取其峰值, 算得腔长为 $405.42 \mu\text{m}$, 其误差远远大于

CZT 细化后的误差,如果要提高精度则要增大 N ,在波长 1510~1590 nm 内提高采样频率的做法是不实际的,只要采样频率大于奈奎斯特频率,频谱的峰值点坐标可以根据下式得到

$$k = N \cdot f_0 / f_s, \quad (10)$$

其中 N 是数据点数, f_0 是信号频率, f_s 是采样频率。

当 f_s 增大时 N 同步增大, k 则保持不变。要提高解调精度只能增加波长范围以增大 N ,然而由于实际解调中光源宽度的限制,无法满足要求。因此 FFT 与 CZT 联合解调法不失为可实际应用的好方法。

4 解调误差分析

4.1 插值误差

在这个解调系统中,插值是为了重构一个在频域均匀采样的光谱图,但是这将不可避免地引入数据误差。然而插值是进入解调的第一步,其后的解调都是建立在插值后的数据基础上的,因此控制好插值误差是至关重要。

波长在 1510~1590 nm 之间,则频率在 $\frac{c}{1.51 \times 10^{-6}} \sim \frac{c}{1.59 \times 10^{-6}}$ 之间,利用(2)式在该频段上等间隔取 256 个点,与插值产生的 256 个点进行比较,如图 5 所示,它们几乎完全吻合。重构误差可以用(11)式计算其标准差:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (I_{mi} - I_{ri})^2 / (n - 1)}, \quad (11)$$

其中 I_{mi} 是插值得到的第 i 个频率点上的光强, I_{ri} 是该点的实际光强, n 为采样点数。图 6 中的最大误差为 5×10^{-5} , 标准差为 1.92×10^{-5} , 其相对误差不到 0.1%, 误差很小,解调系统可以接受。

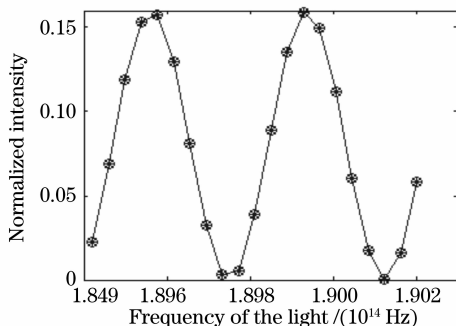


图 5 插值得到的数据与准确值的比较(局部)

Fig. 5 Comparison between data from interpolant and real data (part)

4.2 FFT 产生的截断误差

由于采集的数据是有限的,相当于加了矩形窗,这必然会导致频谱泄漏,产生伪峰,但是它不会

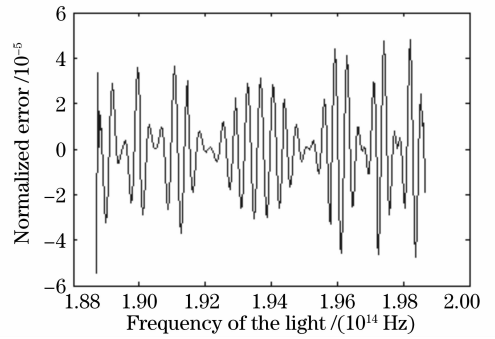


图 6 插值产生的误差

Fig. 6 Error from interpolation

影响最高峰的位置。FFT 还具有“栅栏效应”,即矩形窗的宽度如果不是信号周期的整数倍,则峰值点偏离实际信号的峰值点,这正是 CZT 所要解决的问题,在此可以认为 FFT 不会引入误差。

4.3 CZT 产生的误差

根据 CZT 的定义,结合频谱能量泄漏的定义, CZT 频谱 $X(z_k)$ 与连续谱比较,对原信号某一个频率分量的能量泄漏实际上没有任何改变,因为 CZT 是在泄漏后的频谱上进行采样的。以使用矩形窗为例,矩形窗的频谱会在 CZT 中得到较为精确的描述。虽然 CZT 也是离散谱,也存在“频谱泄漏”和“栅栏效应”的问题,但 CZT 的频谱细化功能可大大减小频率估计误差,该最大误差可用数字频率表示为 $2\pi / (M \cdot N)$ 。腔长从 397 μm 间隔 0.5 μm 增加到 403 μm 时,由截断产生的误差如图 7 所示,其最大误差小于 0.05 μm 。

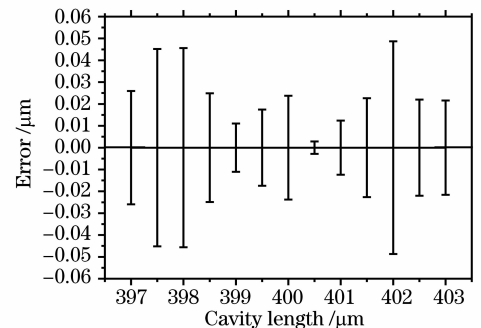


图 7 截断误差

Fig. 7 Error from truncation

4.4 误差的传递

在实际的解调系统中,由于光的扰动、光路中器件连接处的衰减和系统噪声的影响,必然会给光信号带来误差,这也将导致解调结果产生误差。定义信噪比 $R_{SN} = 10 \lg(S/N)$, 则当腔长为 400 μm 时,解调误差与信噪比的关系由图 8 所示。实际系统中的信噪比一般在 50 dB 左右,因此误差的传递对解调

的影响不大。

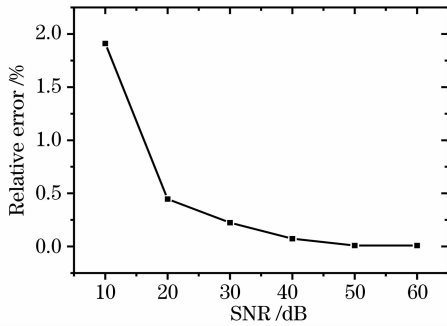


图 8 解调相对误差与信噪比的关系

Fig. 8 Relative error of demodulation versus SNR

5 实验与结果

为了检验 FFT 和 CZT 联合算法的可行性,建立起如图 9 所示的实验系统。由 Si720 传感分析仪输出的宽光源经 2:2 耦合器一端与 F-P 压力传感器相连,另一端悬空,其反射光再经耦合器输入 Si720, Si720 扫描出反射光的光谱经网线传送给计算机,由计算机对光谱数据进行处理。

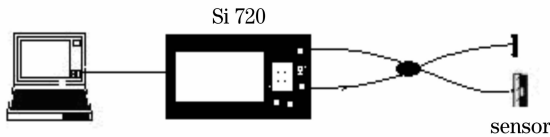


图 9 实验系统图

Fig. 9 Experiment system

这里 F-P 压力传感器采用的是南京师范大学光电实验室研制的光纤 MEMS 压力传感器,其结构如图 10^[9]所示。

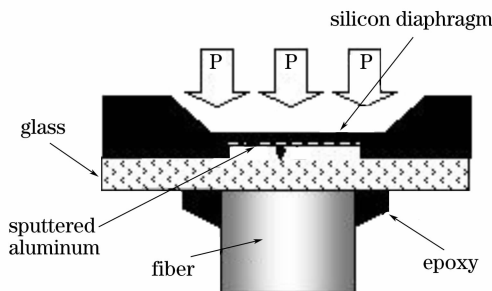


图 10 光纤 MEMS 压力传感器结构示意图

Fig. 10 Sketch of optical fiber MEMS pressure sensor

光从单模光纤进入传感器,在光纤-硼硅玻璃、硼硅玻璃-空气腔、空气腔-铝介质界面上反射,反射光彼此干涉,最后反射到光纤的是复合腔的干涉信号,复合法布里-珀罗腔由硼硅玻璃层和空气腔构成。当硅敏感膜受到压力时,产生形变,导致法布

里-珀罗腔腔长减小。

利用标准活塞式压力计给光纤 MEMS 压力传感器加压,从 0.9 MPa 开始加压到 1.0 MPa,间隔为 0.01 MPa,用 FFT、CZT 联合算法解调出不同压力下反射光谱的频率并计算出腔长。对压力和腔长数据进行拟合,如图 11 所示。得到的拟合方程为: $L = 330.5086 - 3.637P$ (μm),拟合度达到 0.99316。

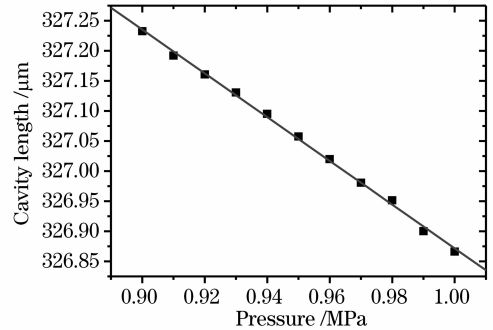


图 11 FFT、CZT 联合算法数据拟合图

Fig. 11 Simulation of cavity length versus pressure by FFT and CZT methods

得到腔长和压力的线性关系后,再用标准活塞式压力计给光纤 MEMS 压力传感器加压,从 0.9 MPa 开始间隔为 0.01 MPa 加压到 1.0 MPa,测得的压力与实际压力进行比较,其标准偏差如图 12 所示,最大误差小于 0.005 MPa。由此可见,传感器具有很好的线性和重复性,而且联合算法具有很好的准确性。

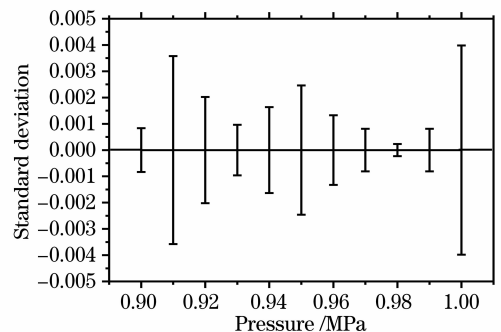


图 12 实际压力与测量压力比较图

Fig. 12 Real pressure and measured pressure

6 结 论

为了解决平坦宽光源使用傅里叶变换解调法后继的高斯插值提高频率分辨率的方法不太可行的问题,提出了 FFT 和 CZT 联合算法对 MEMS 压力传感器进行解调,该算法即减少了计算量,又保持了传感器的解调精度,并且通过模拟和实验验证了其可行性和可靠性。

参 考 文 献

- 1 Don C. Abeysinghe, Samhita Dasgupta, Joseph T. Boyd *et al.*. A novel MEMS pressure sensor fabricated on an optical fiber[J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2001, **13**(9): 993~995
- 2 Jie Zhou, Samhita Dasgupta, Hiroshi Kobavashi *et al.*. Optically interrogated MEMS pressure sensors for propulsion applications [J]. *Opt. Engng.*, 2001, **40**(4): 598~604
- 3 Zhang Peng, Zhu Yong, Chen Weimin. A study on Fourier transformation demodulating theory of the gap of optical fiber Fabry-Pérot sensor[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(12): 1449~1452
章 鹏,朱 永,陈伟民. 光纤法布里-珀罗传感器腔长的傅里叶变换解调原理研究[J]. *光子学报*, 2004, **33**(12): 1449~1452
- 4 Zhang Peng, Zhu Yong, Tang Xiaochu *et al.*. Demodulation of the optical fiber Fabry-Pérot sensor based on Fourier transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(2): 187~189
章 鹏,朱 永,唐晓初等. 基于傅里叶变换的光纤法布里珀罗传感器解调研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(2): 187~189
- 5 Cheng Peiqing. *Digital Signal Processing* [M]. Beijing: Qinghua University Press, 2001. 172~177
程佩青. *数字信号处理教程*[M]. 第二版,北京:清华大学出版社, 2001. 172~177
- 6 He Kunying, Guo Hong, Liu Luokun *et al.*. A fast frequency estimate arithmetic with high resolution using FFT and CZT[J]. *Video Engineering*, 2006, (8): 18~20
和昆英,郭 虹,刘洛琨等. 一种 FFT 和 CZT 联合的快速高精度频率估计算法[J]. *电视技术*, 2006, (8): 18~20
- 7 Ying Huaqiao. *Wave and Frequency-Spectrum Analyzing and Random Data Processing* [M]. Beijing: Chinese Railway Press, 1983. 121~123
应怀樵. *波形和频谱分析与随机数据处理*[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1983. 121~123
- 8 Feng Zhilua, Liu Yongbin, Zhang Jian. Character analyses of the chirp-Z transformation used in the spectrum zooming [J]. *Signal Processing*, 2006, **22**(5): 741~745
冯志华,刘永斌,张 键. 用在频谱细化中 Chirp-Z 变换的特性分析[J]. *信号处理*, 2006, **22**(5): 741~745
- 9 Ni Xiaoqi, Wang Ming, Chen Xuxing. Wavelength multiplexing of optical-fiber microelectromechanical system Fabry-Pérot pressure sensors[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(5): 776~780
倪小琦,王 鸣,陈绪兴. 光纤微机电系统法布里-珀罗压力传感器的波分复用[J]. *光学学报*, 2007, **27**(5): 776~780