

文章编号: 0253-2239(2008)07-1231-05

# 二元光学液晶闪耀光栅的特性分析

张翠玉 黄子强

(电子科技大学光电信息学院, 四川 成都 610054)

**摘要** 在二元光学理论的基础上, 结合波动光学理论和液晶指向矢的计算提出一种新的二元光学液晶闪耀光栅设计。对液晶光栅电极施加阶梯分布的电压使之形成相位阶梯形分布, 推导出液晶闪耀光栅的衍射效率。结果表明, 通过改变周期单元光栅电极数目而改变光栅常数, 可以改变光衍射角度, 一级衍射角度调节范围可达  $0^\circ \sim 10^\circ$ ; 调节电极电压可以使特定级次衍射光效率达到 90% 以上, 使该级次得到闪耀。

**关键词** 光学器件; 液晶闪耀光栅; 衍射效率; 衍射角

中图分类号 O438.1 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20082807.1231

## Characteristics Analysis of Binary Optic Liquid Crystal Blazed Grating

Zhang Cuiyu Huang Ziqiang

(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

**Abstract** Based on binary optics, a new binary optic liquid crystal blazed grating was proposed by combining wave optics and liquid crystal orientation vector theories. Step-shaped phase was obtained by applying a step-shaped voltage on liquid crystal grating electrode and its diffraction efficiency is derived. By changing the number of steps in one unit, the diffraction angle is changed. The maximum diffraction efficiency can exceed 90% and form blazed grating at this order. The range of the first order of diffraction angle is  $0^\circ \sim 10^\circ$ .

**Key words** optical devices; liquid crystal blazed grating; diffraction efficiency; diffraction angle

### 1 引言

液晶光栅的光学特性具有电场可控性, 因此它在光开关<sup>[1,2]</sup>、投影显示、光学处理、衍射光学<sup>[3~7]</sup>等许多方面具有潜在的应用性。任洪文等<sup>[8~10]</sup>已对聚合物分散液晶光栅的衍射特性及制备作了深入的研究, 结果表明不仅衍射光斑的强度和衍射的级次可受电场调控, 而且能把入射光的线性偏振态变为椭圆偏振态。但已研究的液晶光栅工作模式都是平面光栅模式, 没有对特定级次进行闪耀, 光的能量分布在多个级次。

本文在二元光学理论<sup>[11]</sup>的基础上, 利用液晶折射率在电场下可变的特性, 建立液晶闪耀光栅模型。液晶闪耀光栅的优点在于可以通过调节所加电压使某一级次衍射光的衍射效率达到最大, 通过改变周期单元内的电极个数改变光栅常数以改变衍射角度。

### 2 液晶光栅模型结构

在二元光学技术中传统的闪耀光栅大多是周期锯齿形光栅, 多以台阶的轮廓逼近锯齿形的相位轮廓<sup>[12]</sup>, 如图 1 所示。二元光栅将每个周期单元制作成  $N=2^n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) 个微台阶, 相邻台阶对光波所产生的相位差为  $2\pi/N$ , 台阶数越多越逼近锯齿形的相位轮廓。

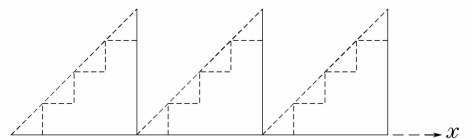


图 1 二元相位光栅

Fig. 1 Binary phase grating

在二元光栅模型基础上设计一种新的液晶光栅, 如图 2 所示, 在厚度为  $d$  的液晶盒中充入正性液

收稿日期: 2007-10-23; 收到修改稿日期: 2008-01-10

基金项目: “十一五”预研基金(H04010201W0207150)资助课题。

作者简介: 张翠玉(1983-), 女, 硕士研究生, 主要从事液晶器件方面的研究。E-mail: zcytgz@yahoo.com.cn

导师简介: 黄子强(1956-), 男, 副教授, 主要从事光电子技术、液晶电子学等方面的研究。E-mail: zqhuang@uestc.edu.cn

晶并且进行沿面取向,在无电场时使液晶分子平行于基板分布,电极间的间隔  $\delta$  趋近于零。

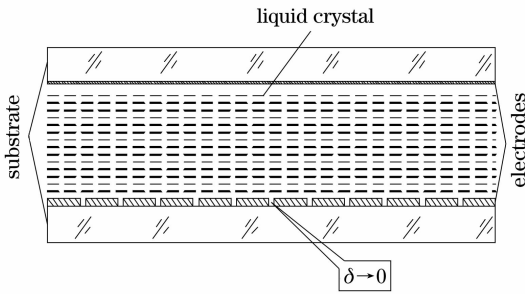


图 2 液晶闪耀光栅模型图

Fig. 2 Schematic of blazed liquid crystal grating

图 2 结构可以通过将下基板两次光刻形成交错排列的两层条形电极,在两层电极之间有一层透明绝缘介质,相邻的两电极条无缝且绝缘实现。

取  $N$  条电极为一组,将整个光栅分为多个周期单元。周期单元内对电极施加呈阶梯分布的电压。液晶分子在电场下可发生偏转,偏转的倾角决定了液晶的折射率。在液晶闪耀光栅周期单元内各个电极上电压不同,则不同电极对应区域折射率分布的不同导致光程不同,对入射偏振光引入的相位就不同,因此可以对液晶闪耀光栅各个电极施加合适的电压,使不同电极对应液晶区域引入的相位呈阶梯形分布,等效于相位呈阶梯形分布的二元光栅。

液晶闪耀光栅周期单元内  $N$  条电极的总宽度等效为光栅常数,因而可以通过改变周期内的电极数目  $N$  改变光栅常数(以下提及改变光栅常数都是指改变  $N$ )实现衍射角度的改变,通过调节电极电压,使某一个级次实现闪耀。

由于电压与液晶折射率的关系是非线性的,因此必须利用液晶弹性体理论计算液晶指向矢分布进而获得液晶折射率与电压的分布关系,最终获得相位与电压的分布关系。

### 3 液晶指向矢的分布和折射率的计算

在液晶闪耀光栅电极加上电场后,液晶分子的分布发生了变化,即液晶指向矢在外加电场作用下重新排列。液晶分子在外加电场作用下达到平衡时,其吉布斯自由能达到最小值。根据液晶的吉布斯自由能方程的一维形式<sup>[13]</sup>:

$$F_G = \int_0^d (F_s - F_e) dz, \quad (1)$$

式中  $F_G$  为吉布斯自由能密度,  $F_s$  为液晶形变自由能密度,  $F_e$  为液晶外加电场带来液晶自由能密度

$$F_s = \frac{1}{2} [k_{11} (\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + k_{22} (\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n} + 2\pi/p_0)^2 + k_{33} (\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2], \quad (2)$$

$$F_e = \frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{2} \left( -\frac{dV}{dz} \right) (\epsilon_{//} \sin^2 \theta + \epsilon_{\perp} \cos^2 \theta), \quad (3)$$

$p_0$  为液晶分子的螺距,  $V$  为外场电压,  $\mathbf{D}$  为电位移矢量,  $\mathbf{E}$  为电场强度矢量,  $\mathbf{n}$  为单位矢量指向矢,  $\mathbf{n} = (\cos \theta \cos \varphi, \cos \theta \sin \varphi, \sin \theta)$ ,  $\theta, \varphi$  分别为液晶分子的倾斜角和扭曲角,  $\epsilon_{//}, \epsilon_{\perp}$  分别为平行和垂直于指向矢的介电常数,  $k_{11}, k_{22}, k_{33}$  为弹性系数。

应用变分原理,由欧拉方程得到关于  $V, \theta, \varphi$  的偏微分方程组,解之即得液晶指向矢关于空间位置的分布情况。用差分迭代法<sup>[3]</sup>来求解(2)式,(3)式,以未加电压时指向矢的初始值选定适当的参量,对两基片之间的液晶划分网格,选择适当的迭代次数可算出每一层的倾斜角  $\theta$ ,根据液晶的折射率椭球,将  $\theta$  代入下面公式可求得每一层的非常光和寻常光的折射率:

$$\frac{1}{n_e^2} = \frac{\sin^2 \theta}{n_{\perp}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_{//}^2}, \quad n_o = n_{\perp}, \quad (4)$$

式中  $n_e, n_o$  分别为施加电压后,每个液晶层的非常光折射率和寻常光折射率,  $n_{//}, n_{\perp}$  分别代表静态时液晶的寻常光折射率和非寻常光折射率。

选取液晶的三个弹性系数分别为:  $k_{11} = 13.7 \times 10^{-12}$ ,  $k_{22} = 7.0 \times 10^{-12}$ ,  $k_{33} = 16.8 \times 10^{-12}$ ; 介电系数分别为:  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ ,  $\epsilon_{//} = 18.5\epsilon_0$ ,  $\epsilon_{\perp} = 8.5\epsilon_0$ , 液晶盒共分 200 层,液晶盒的厚度为  $l = 6 \times 10^{-6}$  m,可以求得在这种条件下指向矢和折射率的分布。图 3 表示不同电压下液晶盒内液晶指向矢的分布。图 4 表示根据指向矢计算出来的不同电压下的折射率。

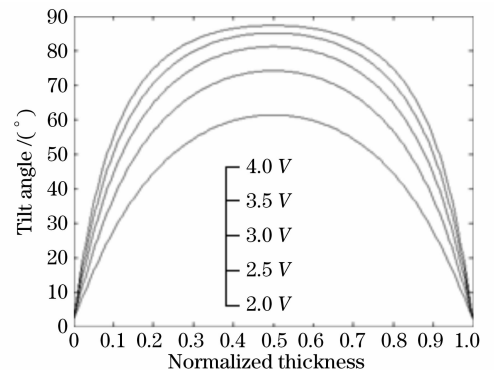


图 3 不同电压下的液晶层倾斜角

Fig. 3 Tilt angle of liquid crystal layer under different voltages

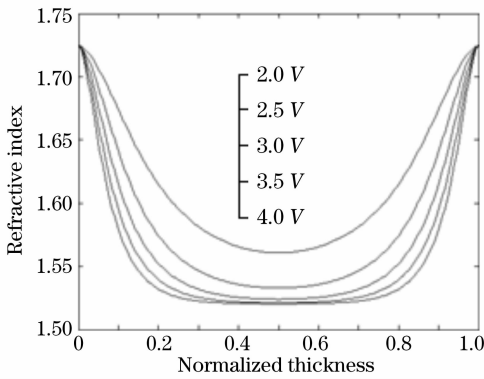


图 4 各电压下的液晶层折射率

Fig. 4 Refractive indices of liquid crystal layer under different voltages

#### 4 液晶闪耀光栅光强和闪耀角度的推导

通过对电场下液晶折射率的计算可知,调节电压可实现对液晶折射率的调节。若在各电极上加上不同电压,对应不同电极区域的液晶折射率分布不同就使得光程不同,这样对入射光束产生的相位延迟就不同,因此可以通过电压的调节实现对入射的偏振光束的相位调制。可在液晶闪耀光栅的各个电极上施加适当大小的周期性电压使其形成周期性相

位光栅,实现类似于二元光栅对入射偏振光的相位调制。

如图 5 所示,在光栅电极上加上适当的周期性电压,使整个液晶光栅形成周期性相位  $\phi$  的分布,每两个小阶梯之间的相位差为  $\phi'$ ,每个周期内小台阶的个数为  $N$ ,光栅常数为  $d, d = Nd'$ ,每个小台阶的宽度为  $d'$ ,整个光栅的单元个数为  $M$ ,此相位液晶光栅模型等效于二元光栅模型<sup>[14~17]</sup>。

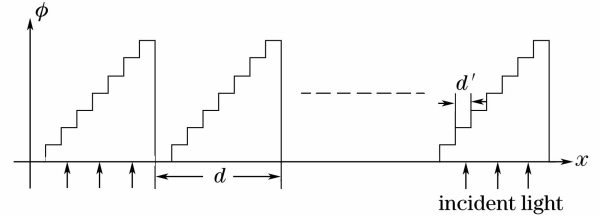


图 5 周期电压所形成的等效相位光栅示意图

Fig. 5 Schematic of equivalent phase grating formed by periodic voltages

当单位强度的光入射时,一个周期的透射率函数为<sup>[16~19]</sup>:

$$R'(x) = \sum_{k=0}^{N-1} \text{rect}\left(\frac{x - kd'}{d'}\right) \exp(ik\phi'), \quad (5)$$

则一个周期衍射的复振幅分布为

$$\begin{aligned} F(R') &= F\left[\sum_{k=0}^{N-1} \delta(x - kd') \otimes \text{rect}\left(\frac{x}{d'}\right) \exp(ik\phi')\right] = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \exp(-i2\pi ukd') \cdot \exp(ik\phi') \cdot \int_{-d'/2}^{d'/2} \exp(i2\pi ux) dx = \\ &= d' \cdot \text{sinc}(d'u) \cdot \frac{\sin[(N/2)(2\pi ud' - \phi')]}{\sin[(1/2)(2\pi ud' - \phi')]}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $u = \sin \theta / \lambda$ , 整个液晶光栅的复振幅透射函数为

$$F\left[\sum_m \delta(x - md) \otimes R'(x)\right] = \frac{1}{d} \sum_m \delta\left(u - \frac{m}{d}\right) \cdot d' \cdot \text{sinc}(d'u) \frac{\sin[(N/2)(2\pi ud' - \phi')]}{\sin[(1/2)(2\pi ud' - \phi')]}, \quad (7)$$

$$\mathbf{E} = \sum_m \left\{ \frac{\sin(m\pi/N)}{m\pi} \cdot \frac{\sin[m\pi - (N/2)\phi']}{\sin[\pi(m/N) - (\phi'/2)]} \right\} \delta\left(u - \frac{m}{d}\right), \quad (8)$$

各级衍射光谱强度分布为

$$I = |\mathbf{E}|^2 = \left\{ \frac{\sin(m\pi/N)}{m\pi} \cdot \frac{\sin[m\pi - (N/2)\phi']}{\sin[\pi(m/N) - \phi'/2]} \right\}^2. \quad (9)$$

#### 5 讨 论

对于普通的二元光栅,每个小台阶的高度是固定的,即光栅引入的相位是固定不变的;并且衍射光的级次越高,衍射效率就越低,同时单元内的台阶数越多对应的高级次的能量就越低。当普通二元光栅单元内的台阶个数  $N=4$  时,一级衍射效率为 81%;

$N=8$  时,一级衍射效率为 95%,其他衍射级次的衍射效率极小。对于普通的二元光栅一旦光栅结构一定,衍射级次和闪耀的角度就确定,其他级次的衍射光是不能被利用的;而对于液晶相位光栅,光栅对入射偏振光引入的相位可以通过调节施加在电极上的电压大小改变,光栅常数可以通过调节电压的周期改变,所以电控的液晶闪耀光栅相当于衍射角度和

衍射效率可调的二元闪耀光栅。

设入射光的偏振方向与未加电压时液晶分子长轴方向一致,根据光栅方程,对于某一固定的级次,如果改变光栅常数就可以改变出射光的衍射角度。在本模型中,小台阶的宽度是一个固定值,可通过改变所加电压的周期改变液晶光栅的周期,即改变一个周期电压内的台阶的个数  $N$ ,使得光栅常数  $d$  改变,进而改变衍射角大小。当周期内台阶数一定时,不同级次所对应的衍射角度也会不同。图 6 描述了不同衍射级次的光的衍射角度随光栅常数的变化,可见,光栅常数相同时,衍射级次越高,对应的衍射角度越大,因此可通过改变光栅常数或衍射级次实现不同的衍射角度。

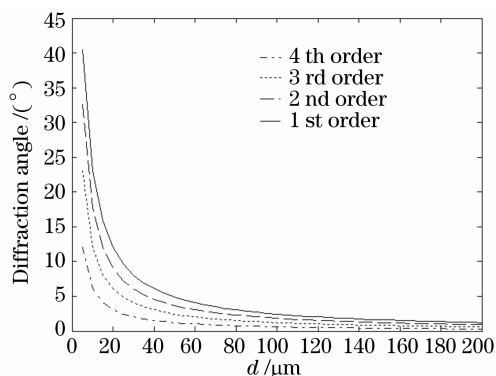


图 6 不同级次的衍射角度随光栅常数的变化

Fig. 6 Diffraction angle of different orders versus grating constant

在相位液晶光栅模型中,由于小台阶的高度决定相位延迟,这个相位延迟是由电极电压决定的,也就是通过调节电压可以进行相位调制,使得某一级的衍射光的效率达到最大。电压调节下液晶有效折射率  $n_{\text{eff}}$  满足:  $n_o \leq n_{\text{eff}} \leq n_e$ , 所以相位差  $\phi$  的取值范围是  $(\frac{2\pi}{\lambda}n_o d, \frac{2\pi}{\lambda}n_e d)$ , 可以在此范围之内取恰当的值使得某级次的衍射光的效率达到最大,即使这个级次得到闪耀。图 7 表示光栅常数为  $50 \mu\text{m}$  ( $N=10$ , 电极宽度为  $5 \mu\text{m}$ ) 的一级闪耀的光栅,其衍射效率为 93%, 其他级次能量非常小。

图 8 所示是当一级衍射光在不同的光栅常数下的衍射效率,可见液晶光栅一级衍射光的能量可达到 90% 以上。图 9 描述的是光栅常数不同时,不同衍射级次在调节折射率时所达到的最大衍射效率,可见,最大衍射效率均在 90% 以上。

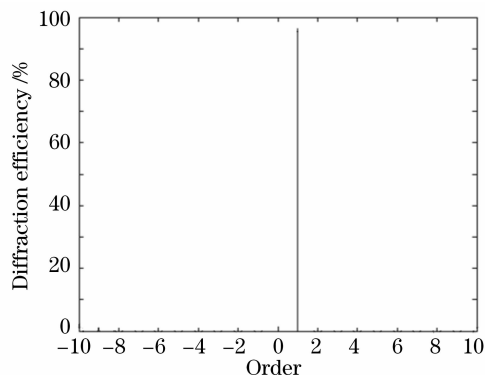


图 7 各级次光的衍射效率

Fig. 7 Diffraction efficiency of different orders

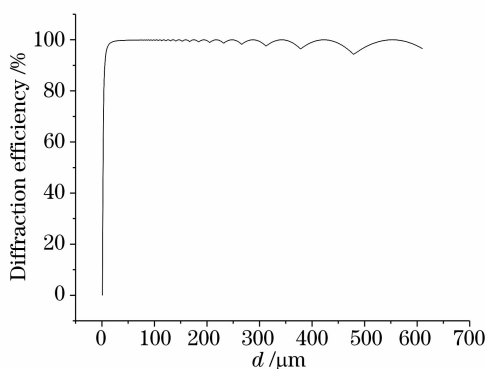


图 8 不同光栅常数时一级光的衍射效率

Fig. 8 Diffraction efficiency of the first order at different grating constants

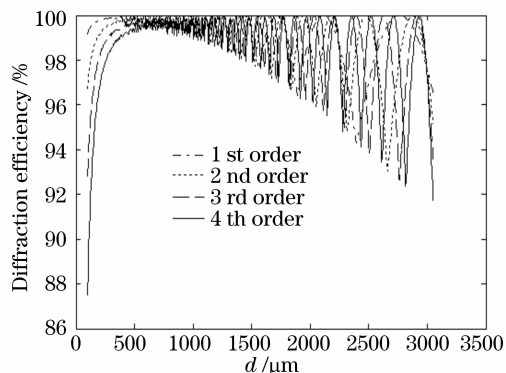


图 9 不同级次的衍射效率随光栅常数的变化

Fig. 9 Diffraction efficiency of different orders versus grating constant

## 6 结 论

提出了一种新型液晶闪耀光栅,并应用液晶指向矢计算和二元光栅相关理论推导了平行偏振光入射情况下液晶闪耀光栅的光强分布,并且对衍射效率、衍射角度进行了仿真计算。结果表明,液晶闪耀光栅可通过改变光栅常数改变某一级出射光的衍射

角度,一级衍射角调节范围可实现  $0^\circ \sim 10^\circ$ ; 通过调节电压优化某一级次的衍射效率,可使此级的衍射效率达到 90% 以上。

### 参 考 文 献

- 1 N. Konforti, E. M. Arom, S-T. Wu. Phase-only modulation with twisted nematic liquid crystal spatial light modulators[J]. *Opt. Lett.*, 1988, **13**(22): 251~253
- 2 Y. G. Andy, M. S. Tsai, L. J. Huang *et al.*. Optically switchable gratings based on polymer-dispersed liquid crystal films doped with a guest-host dye[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1999, **74**(18): 2572~2574
- 3 M. W. Fritsch, C. Kohler, G. Hass *et al.*. Diffraction properties of rectangular phase gratings in a liquid crystal phase modulator[J]. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, 1991, **198**(1): 1~14
- 4 S. J. Klosowica, Edward now inow ski-Kruszelnicki, PDLC diffraction grating[C]. *Proc. SPIE*, 1994, **2372**: 367~371
- 5 R. L. Sutherland, V. P. Tondiglia, L. V. Natarajan *et al.*. Electrically switchable volume gratings in polymer dispersed liquid crystals[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1994, **64**(9): 1074~1076
- 6 R. L. Sutherland, V. P. Tondiglia, L. V. Natarajan. Evolution of anisotropic reflection gratings formed in holographic polymer-dispersed liquid crystals[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2001, **79**(10): 1420~1422
- 7 Zhan He, To shiaki Nose, Susumu Sato. Diffraction and polarization properties of a liquid crystal grating[J]. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1996, **35**(6A): 3529~3530
- 8 Ren Hongwen, Huang Ximin, Wang Zongkai *et al.*. Diffraction properties of a polymer dispersed liquid crystal grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(5): 631~634  
任洪文,黄锡珉,王宗凯等. 聚合物分散液晶光栅的衍射特性的研究[J]. *光学学报*, 1998, **18**(5): 631~634
- 9 Zheng Jihong, Chen Gang, Gu Lingjuan *et al.*. Analysis of the major factors affecting the efficiency of H-PDLC volume grating[J]. *Chin. J. Lasers*, 2003, **30**(6): 524~528  
郑继红,陈刚,顾玲娟等. 影响聚合物分散液晶体全息光栅衍射效率因素的分析[J]. *中国激光*, 2003, **30**(6): 524~528
- 10 Zheng Jihong, Chen Gang, Gu Lingjuan *et al.*. A novel electrically holographic polymer dispersed liquid crystal Bragg grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(4): 491~495  
郑继红,陈刚,顾玲娟等. 新型聚合物分散液晶材料研制的电控体全息光栅[J]. *光学学报*, 2003, **23**(4): 491~495
- 11 Max Born, Emil Wolf. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* [M]. 7th. ed., Cambridge: Cambridge University Press, 1999
- 12 Jing Guofan, Yan Yingbai, Wu Minxian. *Binary Optics* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2006  
金国藩,严瑛白,邬敏贤. 二元光学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006
- 13 Huang Ziqiang. *Principle of Liquid Crystal Display* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2006  
黄子强. 液晶显示基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006
- 14 Zuo Fen, Chen Lei, Xu Chunsheng. Simultaneous phase-shifting interferometry based on two-dimension grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(4): 663~667  
左芬,陈磊,徐春生. 基于二维光栅分光的同步移相干涉测量技术[J]. *光学学报*, 2007, **27**(4): 663~667
- 15 Li Jianlong, Zhang Lijuan, Fu Kexiang *et al.*. A new structure for designing beam splitters with the compound modulated grating[J]. *Chin. J. Lasers*, 2007, **33**(1): 43~48  
李建龙,张丽娟,傅克祥等. 一种新型的光束分束结构——复合调制型光栅[J]. *中国激光*, 2007, **33**(1): 43~48
- 16 Zhou Sumei, Zhou Changhe. Wavefront measurement by using quadratic grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(1): 1~4  
周素梅,周常河. 二次光栅在波前测量中的应用[J]. *光学学报*, 2007, **27**(1): 1~4
- 17 Yu Daoyin, Tan Hengying. *Engineering Optics* [M]. Beijing: China Machine Press, 2002  
郁道银,谈恒英. 工程光学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2002
- 18 Ye Yidong, Li Jianmin, Yan Hong *et al.*. Numerical simulation for optical beam diffraction propagation[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(suppl.): 284~286  
叶一东,李建民,颜宏等. 光束衍射传输的数值仿真方法[J]. *中国激光*, 2006, **33**(增刊): 284~286
- 19 Cao Zhaoliang, Mu Quanquan, Hu Lifa *et al.*. Diffractive characteristics of the liquid crystal spatial light modulator[J]. *Chin. Phys.*, 2007, **16**: 1665~1671