

# 质心检测不确定度的估计方法

陈杰春 丁振良 袁 峰

(哈尔滨工业大学自动化测试与控制系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要** 提出了一种估计质心检测不确定度的新方法, 首先由像素强度和像素所在位置的图像梯度估计像素强度的不确定度, 然后由像素强度不确定度的估计值和像素之间的相关性确定质心检测的不确定度。给出了估计像素强度不确定度的数学模型和估计质心检测不确定度的解析表达式。实验结果表明, 用该方法能准确地估计质心检测结果的不确定度。

**关键词** 光学测量; 不确定度; 估计; 像素强度; 质心检测

**中图分类号** TH701; TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20082807.1318

## Uncertainty Evaluation of Centroid Detection

Chen Jiechun Ding Zhenliang Yuan Feng

(Department of Automatic Measurement and Control, Harbin Institute of Technology,  
Harbin, Heilongjiang 150001, China)

**Abstract** A new method of uncertainty evaluation of centroid detection is proposed. The uncertainty associated with the intensity of a pixel, belonging to the target to be detected, is firstly evaluated from the pixel intensity and the image gradient at the pixel. Then the uncertainties associated with the centroid detector are evaluated according to the relation between the evaluation of pixel intensity uncertainty and the pixel. The mathematical model to evaluate the uncertainty of pixel intensity and the analytical expression to evaluate the uncertainty of centroid detection are presented. The experimental results show that the uncertainty of centroid detection can be evaluated accurately with this method.

**Key words** optical measurement; uncertainty; evaluation; pixel intensity; centroid detection

## 1 引 言

作为一种图像特征检测算法, 质心检测算子是一种既简单又实用的方法, 在光电测量仪器、医学诊断和工业生产等领域有着广泛的应用<sup>[1~5]</sup>。例如, 自适应光学系统通过实时检测波前形变, 克服了大气扰动对光学测量系统的影响。作为自适应光学系统的核心部分, Shark-Hartmann 波前传感器用一组透镜将波前转换成一组光斑并成像于图像传感器, 通过实时检测这些光斑质心的相对位置, 确定波前发生形变的程度。

任何一种测量方法所获得的任何一个测量数

据, 无一不是绝对准确而不含误差的, 用质心检测算子得到的结果也不例外。分析测量结果的不确定度目的是对测量结果的可靠性做出评定, 即给出精确度的估计, 并试图寻找减小误差、提高测量精度的方法<sup>[6]</sup>。目前, 分析图像特征(质心、角点和边界)检测不确定度主要有以下两种方法: (1) 统计实验法。用摄像机连续拍摄静态场景并得到多帧图像, 检测每帧图像内特征的图像坐标, 然后计算其平均值和标准不确定度, 这种方法也被称为黑盒子方法<sup>[7]</sup>。应用这种方法的前提是场景在图像采集过程中保持稳定, 而且每次实验都要采集和处理多帧图像, 工作效

收稿日期: 2007-11-23; 收到修改稿日期: 2008-01-10

作者简介: 陈杰春(1974—), 男, 博士研究生, 主要从事图像处理和机器视觉等方面的研究。

E-mail: chenjiechun@sina.com

导师简介: 丁振良(1941—), 男, 博士生导师, 主要从事几何量精密计量技术、惯导测试技术和精密仪器精度理论等方面的研究。E-mail: dingch@hit.edu.cn

率比较低,因此这种方法的应用有局限性;(2)仿真实验法。假定像素强度的噪声是随机加性噪声,在给定了噪声服从的概率分布密度函数的前提下,由特征提取算子的数学模型估计特征检测的不确定度,如文献[8]利用蒙特卡罗算法分析了质心检测的精度。这种方法可以对不同实验条件下的特征检测精度做出比较,对改进检测精度是有益的,但是不能对特定的实验结果的不确定度做出估计。

文中给出了一种估计质心检测不确定度的新方法。首先由像素强度和像素所在位置的图像梯度估计像素强度的不确定度,然后由像素强度不确定度的估计值确定质心检测的不确定度。

## 2 像素强度不确定度的估计

用摄像机连续拍摄静态场景,得到  $N$  帧图像  $I_k$  ( $k=1, 2, \dots, N$ )。在理想情况下,像素强度  $I_k(i, j)$  应该是一个不变量,而实际上由于受到各种噪声因素的影响,  $I_k(i, j)$  是一个随机变量。CCD 与互补金属氧化物半导体(CMOS)图像传感器是当前被普遍采用的两种图像传感器,都是利用光电二极管进行光电转换,其主要差异仅仅在于数据传送的方式不同,生成一帧数字图像通常需要经历光电转换、模/数(A/D)转换和数据存储三个步骤。图像传感器的每个像素由一个光电二极管、一个存储电容和若干个晶体管组成,光电二极管感测光信号的强度,其输出光电流的大小正比于光信号的强度,感应电荷累积于存储电容。由光电二极管的光电流、暗电流和晶体管的漏电流引起的散粒噪声是光电转换过程中的主要误差源,文献[9]分三个阶段(像素复位、光电流积分和数据读出)详细分析了各种噪声对 CMOS 图像传感器输出信号的影响。存储电容上累积的电荷经过低噪声运算放大器(LNA)的放大后进行 A/D 转换, A/D 转换过程中有四种主要的误差源:量化噪声、偏移误差、增益误差和线性误差。除了图像传感器自身的误差源以外,外部环境对成像过程的影响也不能忽视,如振动源的干扰、光源强度的波动和工作环境温度的波动等。

综上所述,导致数字图像像素强度具有不确定性的直接因素有多种,用这些因素直接构建估计像素强度不确定度的数学模型是不现实的,因为这样构建的数学模型不但复杂,而且很难体现所有的影响因素。除了上述直接因素之外,像素强度的不确定性与数字图像本身的某些特征有着间接的联系<sup>[10~12]</sup>:(1)像素强度。光电二极管输出信号的散

粒噪声随着光电流的增大而增大,因此像素强度越大其不确定度也越大。(2)图像梯度。对于两个强度相同、所处位置的图像梯度不同的两个像素来说,位于图像梯度较大区域的像素的强度不确定度要大一些,因为该像素的空间量化误差相对较大,而且当存在振动源干扰时位于该区域的像素的强度变化范围也较大。

像素强度不确定度与像素强度、图像梯度之间的关系式为

$$\hat{u}_1^2(i, j) = k_D u_0^2(i, j) + k_C u_C^2(i, j) + k_B u_B^2(i, j) + k_A u_A^2(i, j) + u_0^2, \quad (1)$$

式中  $\hat{u}_1(i, j)$  表示像素  $(i, j)$  的强度标准不确定度估计值;

$$\begin{aligned} u_0^2(i, j) &= [I_x(i, j)]^2 + [I_y(i, j)]^2, \\ I_x(i, j) &= [I(i, j+1) - I(i, j-1)]/2, \\ I_y(i, j) &= [I(i+1, j) - I(i-1, j)]/2 \end{aligned}$$

分别表示图像在像素  $(i, j)$  处沿水平方向和垂直方向的梯度,  $I(i, j)$  表示像素  $(i, j)$  的强度;

$$\begin{aligned} u_C^2(i, j) &= |I_x(i, j)| |I_y(i, j)|, \\ u_B^2(i, j) &= I^2(i, j), \\ u_A^2(i, j) &= I(i, j)(|I_x(i, j)| + |I_y(i, j)|), \end{aligned}$$

$u_0^2$  是常量项。

与文献[11,12]中的像素强度不确定度数学模型相比,(1)式不但体现了像素强度不确定度分别与  $I(i, j)$ 、 $I_x(i, j)$  和  $I_y(i, j)$  的关系,还体现了  $I(i, j)$ 、 $I_x(i, j)$  和  $I_y(i, j)$  之间的相关性。如(1)式多出的一项  $k_A u_A^2(i, j) = k_A I(i, j)(|I_x(i, j)| + |I_y(i, j)|)$  就体现了  $I(i, j)$  分别与  $I_x(i, j)$ 、 $I_y(i, j)$  之间的相关性,因此文中给出的像素强度不确定度数学模型更加完善一些。式(1)共有 5 个未知参数:  $k_D$ 、 $k_C$ 、 $k_B$ 、 $k_A$  和  $u_0^2$ , 在外界条件相对稳定的情况下连续拍摄一个静态场景,根据所得  $N$  帧图像计算每个像素的强度平均值  $\bar{I}(i, j)$  和标准不确定度  $u_1(i, j)$ , 用  $\bar{I}(i, j)$  和  $u_1(i, j)$  分别代替  $I(i, j)$  和  $\hat{u}_1(i, j)$ , 然后由(1)式构建如下形式的超定线性方程组:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (2)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= [A_{0,0} \ A_{0,1} \ \dots \ A_{i,j} \ \dots \ A_{\text{row}-1, \text{col}-1}]^T, \\ A_{i,j} &= [u_0^2(i, j) \ u_C^2(i, j) \ u_B^2(i, j) \ u_A^2(i, j) \ 1]^T, \\ \mathbf{b} &= [b_{0,0} \ b_{0,1} \ \dots \ b_{i,j} \ \dots \ b_{\text{row}-1, \text{col}-1}]^T, \\ b_{i,j} &= \hat{u}_1^2(i, j), \\ \mathbf{x} &= [k_D \ k_C \ k_B \ k_A \ u_0^2]^T, \end{aligned}$$

下标 row 和 col 分别表示图像的宽和高。

求解(2)式可确定(1)式中的未知系数:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}, \quad (3)$$

式中  $\mathbf{A}^{-1}$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  的伪逆。

### 3 质心检测算子

令  $I(i, j)$  表示像素  $(i, j)$  的强度, 选定合适的阈值  $T$  不但能将背景噪声与被检测目标分离开, 还可以降低质心检测的不确定度<sup>[13]</sup>。处理后的图像可表示为

$$\begin{aligned} I'(i, j) &= I(i, j), & I(i, j) &\geq T \\ I'(i, j) &= 0, & I(i, j) &< T \end{aligned} \quad (4)$$

对于不同的应用场合, 一帧图像内被检测目标的数量也不同。比如, 光电自准直仪输出图像内只有一个被检测目标, 而 Shark-Hartmann 波前传感器输出图像内却有多多个被检测目标。若图像内有多多个被检测目标, 先将图像划分为多个矩形子窗口, 使每个子窗口内只有一个被检测目标而且子窗口的各边分别平行于图像的对应边, 然后在每个子窗口内

计算被检测目标的质心在图像坐标系内的坐标。

如图 1 所示, 图像坐标系  $x_i o_i y_i$  的坐标原点  $o_i$  固连于图像左上角,  $x_i$  轴平行于图像的上边并指向右方,  $y_i$  轴平行于图像的左边并指向下方。令子窗口左上角(点  $o_w$ )在图像坐标系内的坐标为  $(i_0, j_0)$ , 被检测目标的质心在图像坐标系内的坐标为  $(x_c, y_c)$ , 则有

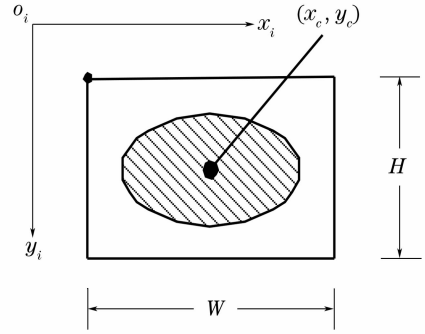


图 1 质心检测示意图

Fig. 1 Detection of target centroid

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\sum_{j=j_0}^{j_0+H-1} \sum_{i=i_0}^{i_0+W-1} i \cdot I'(i, j)}{\sum_{j=j_0}^{j_0+H-1} \sum_{i=i_0}^{i_0+W-1} I'(i, j)}, \\ y_c &= \frac{\sum_{j=j_0}^{j_0+H-1} \sum_{i=i_0}^{i_0+W-1} j \cdot I'(i, j)}{\sum_{j=j_0}^{j_0+H-1} \sum_{i=i_0}^{i_0+W-1} I'(i, j)}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $W$  和  $H$  分别表示子窗口的宽和高。

### 4 质心检测不确定度的估计

将子窗口内强度大于阈值的像素按行展开成一维向量  $\mathbf{X}$ , 并令  $\mathbf{Y} = [x_c, y_c]^T$ , 则可将(5)式简写为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{f}(\mathbf{X}). \quad (6)$$

函数  $\mathbf{f}(\mathbf{X})$  是一个多变量非线性方程组, 由于函数  $\mathbf{f}(\mathbf{X})$  在随机变量  $\mathbf{X}$  的数学期望  $\mathbf{E}(\mathbf{X})$  附近有一阶导数, 则在  $\mathbf{E}(\mathbf{X})$  附近函数  $\mathbf{f}(\mathbf{X})$  可表示为

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}) = \mathbf{f}(\mathbf{E}[\mathbf{X}]) + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{E}[\mathbf{X}])}{\partial \mathbf{X}} (\mathbf{X} - \mathbf{E}[\mathbf{X}]) + o(\|\mathbf{X} - \mathbf{E}[\mathbf{X}]\|^2), \quad (7)$$

式中  $o(\|\mathbf{X} - \mathbf{E}[\mathbf{X}]\|^2)$  表示泰勒公式的高阶项,  $\partial \mathbf{f}(\mathbf{E}[\mathbf{X}]) / \partial \mathbf{X}$  表示函数  $\mathbf{f}$  对  $\mathbf{X}$  的雅可比矩阵。

假设随机变量  $\mathbf{X}$  充分接近其数学期望  $\mathbf{E}(\mathbf{X})$ , 则(7)式中的高阶项可以被忽略, 由(6)式和(7)式得:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\mathbf{Y}] &\approx \mathbf{f}(\mathbf{E}[\mathbf{X}]), \\ \Delta \mathbf{Y} = \mathbf{Y} - \mathbf{E}[\mathbf{Y}] &\approx \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{E}[\mathbf{X}])}{\partial \mathbf{X}} (\mathbf{X} - \mathbf{E}[\mathbf{X}]) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{E}[\mathbf{X}])}{\partial \mathbf{X}} \Delta \mathbf{X}, \end{aligned} \quad (8)$$

令  $\mathbf{A}_Y$  和  $\mathbf{A}_X$  分别表示向量  $\mathbf{Y}$  和  $\mathbf{X}$  的协方差矩阵,  $\mathbf{J}_X$  表示函数  $\mathbf{f}$  对  $\mathbf{X}$  的雅可比矩阵, 则由(8)式得

$$\mathbf{A}_Y = \mathbf{E}[(\Delta \mathbf{Y})(\Delta \mathbf{Y})^T] = \mathbf{J}_X \mathbf{E}[(\Delta \mathbf{X})(\Delta \mathbf{X})^T] \mathbf{J}_X^T = \mathbf{J}_X \mathbf{A}_X \mathbf{J}_X^T, \quad (9)$$

式中  $\mathbf{J}_X$  是一个 2 行  $W \times H$  列的矩阵, 由于子窗口内像素的强度值和(5)式可以求得其元素的近似值。

令  $X_i$  和  $X_j$  分别表示向量  $\mathbf{X}$  的任意两个不同元

素,  $\rho_{i,j}$  表示  $X_i$  和  $X_j$  的相关系数。若  $\rho_{i,j} [0 \leq i, j \leq (W \times H - 1), \text{且 } i \neq j]$  很小, 则随机变量  $X_i$  和  $X_j$  的协方差可以忽略不计,  $\mathbf{A}_X$  是一个对角矩阵:

$$\mathbf{A}_X = \text{diag}\{\hat{a}_0^2, \hat{a}_1^2, \dots, \hat{a}_{W \times H - 1}^2\}, \quad (10)$$

式中  $\hat{a}_i (i = 0, 1, \dots, W \times H - 1)$  表示随机变量  $X_i$  的标准不确定度估计值。

相反,若随机变量  $X_i$  和  $X_j$  的协方差不能被忽略,则需要通过统计实验计算其相关系数,然后由其不确定度的估计值确定其协方差

$$c_{i,j} = \rho_{i,j} \cdot \hat{a}_i \cdot \hat{a}_j, \quad (11)$$

式中  $c_{i,j}$  表示随机变量  $X_i$  和  $X_j$  的协方差,  $\hat{a}_i$  和  $\hat{a}_j$  分别表示随机变量  $X_i$  和  $X_j$  的标准不确定度估计值。

## 5 实验结果

使用中国大恒(集团)有限公司北京图像视觉技术分公司生产的 DH-HV1302UM 基于 CMOS 图像传感器的工业数字摄像机采集图像。在  $640 \times 480$  分辨率下,该摄像机最高帧速可达 30 f/s,采集的图像通过 USB2.0 接口上传至工业控制计算机。

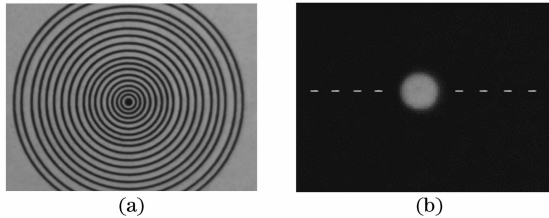


图2 用于求解(a)和验证(b)像素强度不确定度数学模型系数的图像

Fig.2 Images used to calculate (a) and verify (b) the coefficients of the uncertainty model of pixel intensity

将如图 2(a) 所示的图案粘贴在一块平板上。用摄像机连续采集 250 帧图像,统计每个像素的强度平均值和强度标准不确定度,然后由(2)式求得像

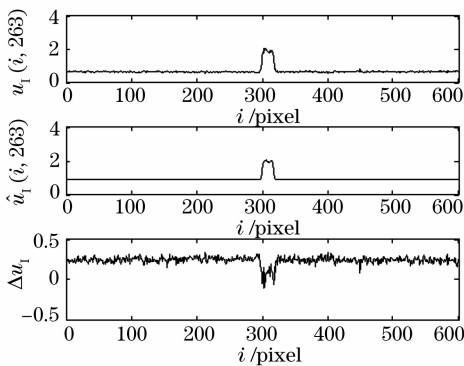


图3 像素强度不确定度的估计值  $\hat{a}_1(i, 263)$  与统计实验结果  $u_1(i, 263)$  的比较

Fig.3 Comparison between evaluation of pixel intensity uncertainty  $\hat{a}_1(i, 263)$  and statistic experimental result  $u_1(i, 263)$

素强度不确定度数学模型的系数:  $k_D = -2.8704 \times 10^{-5}$ 、 $k_C = -8.8828 \times 10^{-5}$ 、 $k_B = 4.7120 \times 10^{-5}$ 、 $k_A = 9.1039 \times 10^{-5}$  和  $u_0^2 = 0.7548$ 。用图 2(a) 所示的图像求解像素强度不确定度数学模型的系数,目的是使不同强度、所在位置图像梯度不同的像素尽量均匀分配。这样,用优化算法求解(2)式会使结果更合理。

同样,将如图 2(b) 所示的图案粘贴在一块平板上。在外部条件基本相同的情况下,连续采集 250 帧图像,统计图像第 263 行[图 2(b) 中虚线处]像素的强度标准不确定度  $u_1(i, 263) (i = 1, 2, \dots, 600)$ 。从中任取一帧图像,由上述像素强度不确定度数学模型的系数和(1)式计算图像第 263 行像素的强度标准不确定度的估计值  $\hat{a}_1(i, 263)$ 。最后在图 3 中同时绘制  $u_1(i, 263)$ 、 $\hat{a}_1(i, 263)$  和  $\Delta u_1 = \hat{a}_1(i, 263) - u_1(i, 263)$  的曲线,由图 3 可以看出,  $|\Delta u_1| < 0.3$ 。

在图 2(b) 所示的图像内划分一个  $30 \times 30$  的子窗口,将圆形目标包含在窗口内。将窗口内的像素按行展开成一维向量  $\mathbf{X}$ ,用采集的 250 帧图像统计变量  $\mathbf{X}$  的协方差矩阵,并用一个  $900 \times 900$  的图像表示该协方差矩阵元素的大小。从图 4 可以看出,变量  $\mathbf{X}$  的各分量之间具有较强的线性相关性,不能用对角矩阵近似表示其协方差矩阵,需要用统计的方法计算其各分量之间的相关系数,然后由像素强度不确定度的估计值确定其协方差矩阵。

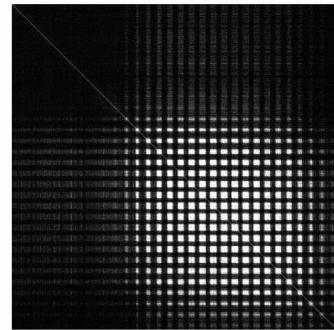


图4  $30 \times 30$  图像窗口的协方差矩阵示意图

Fig.4 Covariance matrix of a  $30 \times 30$  image window

表1 质心检测不确定度的估计值  $\hat{a}(x_c)$  与统计实验结果  $u(x_c)$  的比较

Vibration level	$\hat{a}(x_c) / \text{pixel}$	$u(x_c) / \text{pixel}$
1	0.0066	0.0055
2	0.0128	0.0129
3	0.0258	0.0200

表 2 质心检测不确定度的估计值  $\hat{u}(y_c)$  与统计实验结果  $u(y_c)$  的比较

Table 2 Comparison between evaluation of centroid detection uncertainty  $\hat{u}(y_c)$  and statistic experimental result  $u(y_c)$

Vibration level	$\hat{u}(y_c)$ /pixel	$u(y_c)$ /pixel
1	0.0147	0.0124
2	0.0162	0.0146
3	0.0300	0.0254

用偏心电机做振动源,在不同的振动级别下分别估计质心检测的不确定度  $\hat{u}(x_c)$  和  $\hat{u}(y_c)$ ,并与统计实验结果  $u(x_c)$  和  $u(y_c)$  做比较,结果分别列于表 1 和表 2 中。

## 6 结 论

本文给出了一种将统计实验和理论分析相结合的质心检测不确定度估计方法。首先用统计实验的方法确定像素强度不确定度模型的未知参数和图像像素之间的强度相关系数,然后由估计质心检测的不确定度。只要已知像素强度不确定度模型的参数和图像像素之间的强度相关系数,由一帧测量图像就能够确定质心检测的不确定度,而不需要采集大量图片。这样不但可以提高效率,而且估计的不确定度数值还有即时性。实验结果表明,1)文中给出的像素强度不确定度模型能够准确地估计像素强度的不确定度;2)根据质心检测算子的表达式,可以由像素强度不确定度的估计值估计出质心检测结果的不确定度。

## 参 考 文 献

1 Low S H, Maxemchuk N F, Lapone A M. Document identification for copyright protection using centroid detection [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1998, **46** (3): 372~383

2 Pui B H, Hayes-Gill B, Clark M *et al.*. Integration of a photodiode array and centroid processing on a single CMOS chip for a real-time Shack-Hartmann wavefront sensor [J]. *IEEE Sensors J.*, 2004, **4**(6): 787~794

3 Liu Zhi, Zhai Linpei, Hao Zhihang. Sub-pixel measurement accuracy experiment of complementary metal oxide semiconductor imager[J]. *Chin. J. Lasers*, 2007, **34**(1): 116~122  
刘 智, 翟林培, 郝志航. 互补金属氧化物半导体图像传感器亚像元细分精度实验研究[J]. *中国激光*, 2007, **34**(1): 116~122

4 Chen Li, Yu Xin. Study on Hartmann-Shack wavefront sensor subaperture mergeance[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(12): 1585~1590  
陈 笠, 俞 信. 哈特曼-夏克波前传感器子孔径合并的理论研究[J]. *光学学报*, 2000, **20**(12): 1585~1590

5 Li Jun, Chen Haiqing, Ren Wenxin *et al.*. Improvement of the robustness of Hartmann wavefront sensor by using Zernike moment[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(8): 1033~1037  
李 俊, 陈海清, 任温馨 等. Zernike 矩提高哈特曼波前传感器的鲁棒性[J]. *中国激光*, 2006, **33**(8): 1033~1037

6 Cox M G, Harris P M. Best practice guide No. 6: uncertainty and statistical modelling [Z]. Teddington: National Physical Laboratory, 2004

7 De Santo M, Liguori C, Paolillo A *et al.*. Standard uncertainty evaluation in image-based measurements [J]. *Meas. J. Int. Meas. Confed*, 2004, **36**(3~4): 347~358

8 Jiang Z, Gong S, Dai Y. Monte-Carlo analysis of centroid detected accuracy for wavefront sensor[J]. *Opt. Laser Technol.*, 2005, **37**(7): 541~546

9 Tian H, Fowler B, Ei Gamal A. Analysis of temporal noise in CMOS photodiode active pixel sensor[J]. *IEEE J. Solid State Circuits*, 2001, **36**(1): 92~101

10 Matt Steele R, Jaynes C. Feature uncertainty arising from covariant image noise [C]. *Proc. IEEE Comput. Soc. Conf. Comput. Vision Pattern Recognition*, Piscataway, 2005. 1063~1070

11 De Santo M, Liguori C, Pietrosanto A. Uncertainty characterization in image-based measurements: a preliminary discussion [J]. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2000, **49**(5): 1101~1107

12 De Santo M, Liguori C, Pietrosanto A. Uncertainty in image based measurements: A step towards model characterization [C]. *Proc. IEEE Instrum. Meas. Technol. Conf.*, Piscataway, 2000, (1): 365~369

13 Ares J, Arines J. Minimum variance centroid thresholding [J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(7): 497~499